09

Динамика волнового пакета в туннельно-связанной структуре усиливающей „правой“ и поглощающей „левой“ сред

© Е.И. Барыкина, И.О. Золотовский, Д.А. Коробко, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
432000 Ульяновск, Россия
e-mail: <sementsovdi@mail.ru>

(Поступило в Редакцию 27 июня 2011 г. В окончательной редакции 13 декабря 2012 г.)

Исследована динамика прямой и обратной волн в туннельно-связанной волноводной структуре, состоящей из сред с различными по знаку действительными и мнимыми частями показателей преломления. Получены выражения для амплитуд распространяющихся волн, коэффициентов отражения и прохождения структуры. Показана возможность использования такой структуры в качестве замедляющей системы и эффективного управления ее характеристиками с помощью внешнего магнитного поля. Показано также, что для выбранных значений эффективного усиления, отстройки от фазового синхронизма взаимодействующих мод и длины волновода спонтанной генерации распространяющегося в структуре излучения не происходит.

Введение

В последние годы проводится активное исследования оптических свойств метаматериалов, для которых в определенном спектральном диапазоне реализуются отрицательные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей и которые в этом случае получили названия „левых“ сред, и поиск методов эффективного управления показателем преломления [1–4]. В последнее время заметные усилия технологов и исследователей направлены на создание „левых“ сред для инфракрасного и видимого диапазонов [5].

Явления, связанные с отрицательным преломлением, наиболее эффективно проявляются при прохождении волной границы раздела между „левой“ средой и обычным диэлектриком с положительным преломлением. К подобным явлениям можно отнести процесс распространения волны в антинаправленном ответвителе — структуре из двух туннельно-связанных волноводов с различными по знаку показателями преломления. Такая структура в отличие от направленного ответвителя работает как отражатель, передавая часть энергии электромагнитной волны из одного канала в другой. В работах [6,7] была экспериментально продемонстрирована возможность перекачки энергии волны в таком волноводе между каналами. В работах [8,9] были исследованы особенности импульсной динамики в нелинейном антинаправленном ответвителе. В указанных работах динамика излучения рассматривалась без учета диссипации энергии в структуре. Поскольку в области частот, где метаматериал находится в состоянии „левой“ среды, поглощение может быть существенным, то для его компенсации целесообразно „правую“ среду делать усиливающей. Важным является также вопрос о возможности управления динамикой туннельно-связанных волн в таких структурах, что представляется возможным за счет использования метамателиала с управляемым внешним магнитным полем показателем преломления. Подобные структуры могут быть использованы в качестве перестраиваемых внешним магнитным полем резонаторных устройств, а также замедляющих систем, в которых эффективная групповая скорость оказывается много меньше скорости света в вакууме.

В настоящей работе в приближении связанных волн исследуется динамика волнового пакета (ВП), формируемого прямой и обратной волнами в планарной структуре туннельно-связанных волноводов, которые выполнены на основе „правой“ и „левой“ сред. Анализ проводится для усиливающей „правой“ и поглощающей „левой“ сред с учетом дисперсионных и нелинейных эффектов. Обсуждаются возможности использования такой структуры в качестве замедляющей системы и управления ее передаточными характеристиками с помощью внешнего магнитного поля.

Материальные соотношения

Рассмотрим планарную структуру, состоящую из двух туннельно-связанных волноводов. Будем считать, что материалом первого волноводного слоя является „правая“ среда. Для нее имеет место положительный знак действительной части показателя преломления $n_1 = n_1' - in_1''$ и отрицательный знак мнимой части, при котором обеспечиваются усиливающие свойства среды. Среда второго слоя является метаматериалом и в определенном диапазоне частот может иметь одновременно отрицательные значения действительной части эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей. В этом случае среда имеет отрицательный знак действительной части показателя преломления n_2 и в соответствии с принятой терминологией считается „левой“. Для показателя преломления метаматериала справедливы соотношения

$$n_2(\omega) = \sqrt{(\varepsilon_2' + i\varepsilon_2'')(\mu_2' + i\mu_2'')} = n_2' - in_2'', \qquad (1)$$

$$\left.\begin{matrix} n_2' \\ n_2'' \end{matrix}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(\varepsilon_2'\mu_2' - \varepsilon_2''\mu_2'')^2 + (\varepsilon_2'\mu_2'' + \varepsilon_2''\mu_2')^2} \right.$$

$$\left. \pm (\varepsilon_2'\mu_2' - \varepsilon_2''\mu_2'')^2) \right]^{1/2}. \tag{2}$$

В частотной области, где величины $\varepsilon_2'(\omega)$ и $\mu_2'(\omega)$ являются отрицательными, выражение для n_2' необходимо брать со знаком „минус". Мнимую часть показателя преломления n_2'' будем считать положительной, что определяет ее поглощающей. В состоянии „левой" среды электрический и магнитный векторы распространяющейся волны образуют с волновым вектором левую ортогональную тройку векторов. Вектор Пойнтинга такой волны противоположен ее волновому вектору, в силу чего она получила название обратной волны. Коэффициенты усиления и поглощения каждой из рассматриваемых сред определяются выражениями $\alpha_1(\omega) = k_0 n_1''(\omega) < 0$ и $\alpha_2(\omega) = k_0 n_2''(\omega) > 0$, где $k_0 = \omega/c$, а c — скорость света в вакууме.

Уравнения для огибающей прямой и обратной волн

Электрическое поле в системе двух туннельно-связанных волноводов может быть представлено следующей суперпозицией собственных направляемых мод каждого из невозмущенных волноводов [10]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e} \sum_{j,m} G_{jm}(x,y) A_{jm}(z,t)$$

$$\times \exp(i\omega_0 t - i\beta_{jm} z) \quad (j = 1, 2). \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{e}$ — единичный вектор, определяющий направление поляризации одного из двух типов собственных мод изотропного планарного волновода, $G_{jm}(x,y)$ и $A_{jm}(z)$ — профильные функции и медленно меняющиеся амплитуды поля m-й моды и полного набора собственных мод j-го волновода, ω_0 — несущая частота волнового пакета, $\beta_{jm}(\omega_0)$ — модовые константы распространения. Далее мы опускаем у модовых параметров индекс m и считаем, что распространяющийся в структуре волновой пакет формируется двумя волноводными модами, для которых фазовый синхронизм выполняется наилучшим образом. В „левой" среде это может быть объемная мода низшего порядка TE_2 на достаточном удалении от толщины отсечки, где отсутствуют прямые моды [11]. Таким образом, мы считаем, что в волноводной структуре в „правой" среде в положительном направлении оси Z распространяется прямая волна, а в „левой" среде — обратная волна. Направления продольных компонент волновых векторов и векторов Пойнтинга обеих волн приведены на рис. 1.

В приближении медленно меняющихся амплитуд система уравнений, описывающая динамику пакета, состоящего из парциальных прямой $A_1(z,t)$ и обратной $A_2(z,t)$ туннельно-связанных волн, с учетом дисперсионных эффектов, усиления „правой" и поглощения

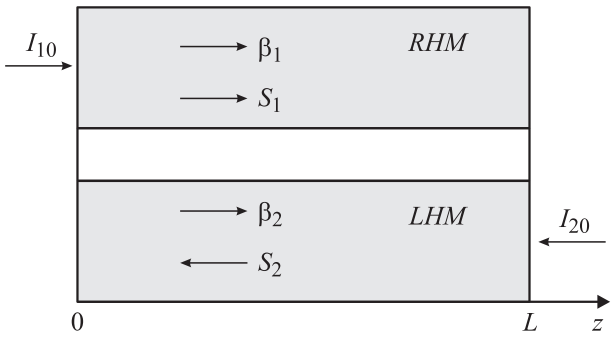

Рис. 1. Схема туннельно-связанной волноводной структуры.

„левой" сред, может быть представлена в виде [12,13]

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{u_1}\frac{\partial A_1}{\partial t} - i\,\frac{d_1}{2}\,\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} - |\alpha_1| A_1 = i\sigma A_2 e^{-i\delta z},$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{1}{u_2}\frac{\partial A_2}{\partial t} + i\,\frac{d_2}{2}\,\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} - \alpha_2 A_2 = i\sigma A_1 e^{-i\delta z}. \tag{4}$$

Здесь параметр $\delta = \beta_1' - \beta_2'$ определяет отстройку от фазового синхронизма, где $\beta_j' = \mathrm{Re}\,\beta_j$, σ — коэффициент туннельной связи распространяющихся в соседних средах волн, α_1 и α_2 — коэффициенты усиления и поглощения в соответствующих средах, параметры $u_j = (\partial\beta_j'/\partial\omega)^{-1}$ в случае слабых поглощения и усиления сред (при $n_j'' \ll n_j'$) можно интерпретировать как групповые скорости волн в каждой из сред.

Перейдем теперь в системе уравнений (4) к спектральным компонентам амплитуд парциальных волн

$$A_j(t,z) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\Omega, z) \exp(i\Omega t) d\Omega, \tag{5}$$

где $\Omega = \omega - \omega_0$ — отстройка от несущей частоты ВП. Подставляя эти выражения в (4), приходим к системе уравнений для величин $\tilde{A}_j$:

$$\frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial z} + i\,\frac{\Omega}{U_1}\,\tilde{A}_1 - |\alpha_1|\tilde{A}_1 = i\sigma\tilde{A}_2 e^{-i\delta z},$$

$$\frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial z} - i\,\frac{\Omega}{U_2}\,\tilde{A}_2 - \alpha_2\tilde{A}_2 = -i\sigma\tilde{A}_1 e^{-i\delta z}, \tag{6}$$

где введены обозначения $U_1 = u_1(1 + u_1 d_1 \Omega/2)^{-1}$, $U_2 = u_2(1 + u_2 d_2 \Omega/2)^{-1}$. Решение этой системы уравнений проведем для двух типов граничных условий, отвечающих различному вводу излучения в структуру (рис. 1). Примем, что ввод излучения в виде гауссова ВП происходит в „правый" волновод при $z = 0$

$$A_1(t, 0) = A_{10} \exp(-t^2/\tau_0^2), \tag{7}$$

где τ_0 — его длительность. Второе граничное условие выбираем в виде $A_2(t, L) = 0$, где L — длина волновода. Спектры этих функций имеют вид

$$\tilde{A}_1(\Omega, 0) = \frac{A_{10}\tau_0}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\Omega^2\tau_0^2}{4}\right), \quad \tilde{A}_2(\Omega, L) = 0, \tag{8}$$

которые являются граничными условиями для уравнений (6). В этом случае их решения принимают следующий вид:

$$\tilde{A}_1(\Omega, z) = \tilde{A}_1(\Omega, 0)\exp\left[\left(\alpha_{\mathrm{ef}} - i\,\frac{p+\delta}{2}\right)z\right] \times \frac{q\,\mathrm{ch}\,q(L-z) + i\varphi\,\mathrm{sh}\,q(L-z)}{q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL},$$

$$\tilde{A}_2(\Omega, z) = \tilde{A}_2(\Omega, 0)\exp\left[\left(\alpha_{\mathrm{ef}} - i\,\frac{p-\delta}{2}\right)z\right] \times \frac{i\sigma\,\mathrm{sh}\,q(L-z)}{q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL}. \quad (9)$$

Здесь введены эффективный инкремент усиления $2\alpha_{\mathrm{ef}} = |\alpha_1| + \alpha_2$ и параметры $q = \sqrt{\sigma^2 - \varphi^2} = q' - iq''$ и $\varphi = \varphi' - i\varphi''$, где

$$\begin{pmatrix} q' \\ q'' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{(\sigma^2 + \varphi''^2 - \varphi'^2)^2 + 4(\varphi'\varphi'')^2} \pm (\sigma^2 + \varphi''^2 - \varphi'^2)\right]^{1/2},$$

$$\varphi' = \frac{1}{2}\left(\frac{\Omega}{U_1} + \frac{\Omega}{U_2} - \delta\right), \quad \varphi'' = -\frac{\Delta\alpha}{2}, \quad p = \frac{\Omega}{U_1} - \frac{\Omega}{U_2},$$

где $\Delta\alpha = |\alpha_1| - \alpha_2$. Полная динамика ВП в рамках выбранных приближений описывается выражениями (5) с учетом соответствующих граничных условий.

Запишем теперь коэффициенты отражения и прохождения для соответствующей спектральной компоненты ВП:

$$\tilde{R}(\Omega) = \left|\frac{\tilde{A}_2(\Omega, 0)}{\tilde{A}_1(\Omega, 0)}\right|^2 = \left|\frac{\sigma\,\mathrm{sh}\,qL}{q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL}\right|^2,$$

$$\tilde{T}(\Omega) = \left|\frac{\tilde{A}_1(\Omega, L)}{\tilde{A}_1(\Omega, 0)}\right|^2 = \left|\frac{q}{q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL}\right|^2 \exp(2\alpha_{\mathrm{ef}}L). \quad (10)$$

Для спектральной компоненты ВП, отвечающей несущей частоте $\omega = \omega_0$ (т.е. $\Omega = 0$), в условиях фазового синхронизма параметры $q'' = 0$ и $q' = \sqrt{\sigma^2 + (\Delta\alpha)^2/4}$. При этом коэффициенты отражения и прохождения определяются выражениями

$$\tilde{R}(\omega_0) = \mathrm{th}^2\left(L\sqrt{\sigma^2 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{4}}\right),$$

$$\tilde{T}(\omega_0) = \exp(\alpha_{\mathrm{ef}}L)\Big/\,\mathrm{ch}^2\left(L\sqrt{\sigma^2 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{4}}\right). \quad (11)$$

Определение временной зависимости коэффициентов отражения и прохождения ВП может быть проведено с помощью следующих интегралов:

$$R(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega)\exp(i\Omega t)d\Omega,$$

$$T(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}(\Omega)\exp(i\Omega t)d\Omega. \quad (12)$$

Ввод излучения в „левый" волновод будем производить при $z = L$, чтобы фазовые скорости прямой и обратной волн в обоих волноводах совпадали с положительным направлением оси Z (рис. 1). Такому вводу излучения в структуру отвечают граничные условия $\tilde{A}_1(t, 0) = 0$, $A_2(t, L) \neq 0$. При вводе в „левый" волновод гауссова ВП решения уравнений (7) принимают вид

$$\tilde{A}_1(\Omega, z) = \tilde{A}_2(\Omega, L)\exp\left[i\left(\frac{p-\delta}{2}L - \frac{p+\delta}{2}z\right) - \alpha_{\mathrm{ef}}(L-z)\right]\frac{2i\sigma\ \mathrm{sh}\,qz}{2q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL},$$

$$\tilde{A}_2(\Omega, z) = \tilde{A}_2(\Omega, L)\exp\left[i\left(\frac{p-\delta}{2} - \alpha_{\mathrm{ef}}\right)(L-z)\right] \times \frac{2q\,\mathrm{ch}\,qz + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qz}{2q\,\mathrm{ch}\,qL + i\varphi\,\mathrm{sh}\,qL}, \quad (13)$$

где $\tilde{A}_2(\Omega, L)$ — спектр функции $A_2(t, L)$. В этом случае коэффициенты отражения и прохождения

$$\tilde{R} = \left|\frac{\tilde{A}_1(L)}{\tilde{A}_2(L)}\right|^2, \quad \tilde{T} = \left|\frac{\tilde{A}_2(0)}{\tilde{A}_2(L)}\right|^2 \quad (14)$$

также определяются выражениями (10). Отметим, что при одновременном вводе излучения в „левый" и „правый" волноводы выражения для коэффициентов отражения и прохождения принимают более громоздкий вид.

Скорости волн в структуре

В соответствии с полученными соотношениями константы распространения прямой и обратной парциальных волн при наличии туннельной связи между ними определяются следующим образом: $\beta_\pm = \beta'_\pm + i\beta''_\pm$, где

$$\beta'_\pm = \frac{1}{2}\left(\frac{\Omega}{U_1} - \frac{\Omega}{U_2} \pm \delta\right), \quad \beta''_\pm = \alpha_{\mathrm{ef}} \pm \sqrt{\sigma^2 - \varphi^2}. \quad (15)$$

При этом для эффективной скорости, которую можно интерпретировать как скорость максимума огибающей парциальной волны, получаем

$$u_\pm^{-1} = \left(\frac{\partial\beta'_\pm}{\partial\Omega}\right)_{\Omega\to 0} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} \pm \frac{1}{\sqrt{1 - 4\sigma^2/\delta^2}}\left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2}\right)\right). \quad (16)$$

Из этих выражений следует, что при $\sigma/\delta \to 0$ рассматриваемая структура перестает быть туннельно-связанной и в ней независимо распространяются собственные волны: в „правой“ среде — прямая волна с константой распространения β_1 и групповой скоростью u_1, а в „левой“ среде — обратная волна с соответствующими характеристиками β_2 и u_2. В области частот, где распространение волн происходит в условиях, близких к фазовому синхронизму ($|2\sigma/\delta| > 1$), структура работает как зеркало и понятие групповой скорости волны теряет физический смысл. А в области, где коэффициент отражения практически равен нулю ($|2\sigma/\delta| < 1$), можно считать, что в структуре распространяется только прямая волна.

Особый интерес для практических приложений могут представлять замедляющие свойства рассматриваемой структуры, благодаря которым эффективная скорость может быть много меньше скорости света в вакууме. Так, из выражения (16) следует, что скорость $u_+ \to 0$, если величина $|2\sigma/\delta| \to 1$. При этом существенно, что указанное условие можно реализовать в относительно широком диапазоне частот. Возможность управлять скоростью прямой волны и значительно ее уменьшать позволяет рассматривать исследуемую структуру как перпективную в качестве эффективной замедляющей системы.

Численный анализ

Зависимость показателя преломления метаматериала от магнитного поля позволяет управлять отстройкой от фазового синхронизма и тем самым влиять на характеристики распространяющихся в структуре волн. Для численного анализа мы использовали в качестве „правой“ среды материал с параметрами $n_1' = 1.52$ и $n_1'' \approx -(2{-}4)\cdot 10^{-3}$, не зависящими от частоты в исследуемом частотном диапазоне. В качестве метаматериала рассматривалась среда, созданная на основе пластин железо-иттриевого граната и медных проводников, с эффективными диэлектрической и магнитной проницаемостями [14]

$$\varepsilon_2(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\Gamma_\varepsilon\omega}, \quad \mu_2(\omega) = 1 - \frac{F\omega_r^2}{\omega^2 - \omega_r^2 + i\Gamma_\mu\omega}. \tag{17}$$

В соответствии с этими выражениями величина $\operatorname{Re}\varepsilon_2 < 0$ в области $0 < \omega < \omega_\varepsilon = \sqrt{\omega_p^2 - \Gamma_\varepsilon^2}$, а величина $\operatorname{Re}\mu_2 < 0$ в области $\omega_\mu^- < \omega < \omega_\mu^+$, где

$$\omega_\mu^\pm = \left[\omega_r^2 + \frac{1}{2}\left(F\omega_r^2 - \Gamma_\mu^2 \pm \sqrt{(F\omega_r^2 - \Gamma_\mu^2)^2 - 4\Gamma_\mu^2\omega_r^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{18}$$

Как правило, для метаматериалов $\omega_\mu^- < \omega_\varepsilon$, поэтому указанная область при $\omega_\mu^+ > \omega_\varepsilon$ относится к интервалу $\omega_\mu^- < \omega < \omega_\varepsilon$, а при $\omega_\mu^+ < \omega_\varepsilon$ — к интервалу $\omega_\mu^- < \omega < \omega_\mu^+$. Для численного анализа входящие в выражения (17) параметры выбирались

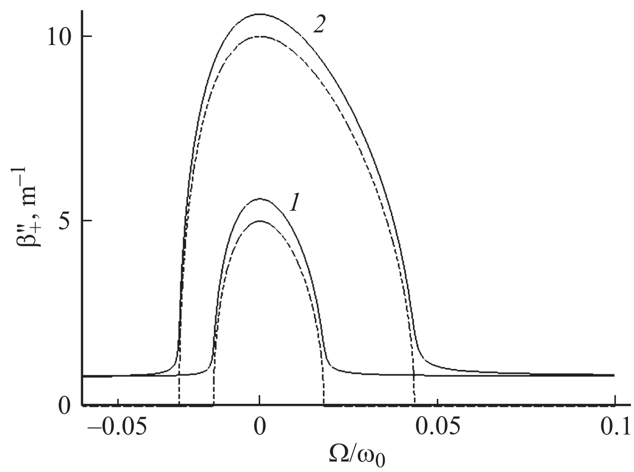

Рис. 2. Мнимая часть константы распространения прямой волны для структуры без усиления и поглощения и при их наличии (штриховая и сплошная линии).

следующими: $\omega_p = 12.8\,\text{GHz}$, $4\pi M = 1760\,\text{Gs}$, $\omega_r = \gamma\sqrt{H(H + 4\pi M)}$, $\gamma = 1.76\cdot 10^7\,(\text{s}\cdot\text{Oe})^{-1}$, $\Gamma_\varepsilon = \Gamma_\mu = 20\,\text{MHz}$. Зависимость ПП метаматериала от магнитного поля позволяет управлять отстройкой от фазового синхронизма и тем самым влиять на характеристики волн в структуре. Для рассматриваемой среды область существования „левого“ состояния с увеличением поля увеличивается и смещается в сторону больших частот.

На рис. 2 приведена частотная зависимость мнимой части константы распространения прямой волны $\beta_+''(\omega)$, полученная для следующих значений параметров: $H = 2.6\,\text{kOe}$, $\sigma = (5, 10)\,\text{m}^{-1}$ (кривые *1, 2*), $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ (штриховая линия) и $\alpha_1 = -0.8\,\text{m}^{-1}$, $\alpha_2 = -0.4\,\text{m}^{-1}$ (сплошная линия). Частота фазового синхронизма, совпадающая в нашем рассмотрении с несущей частотой, определяется из условия $n_1'(\omega_0) = n_2'(\omega_0)$ и для выбранного значения магнитного поля составляет $\omega_0/2\pi \simeq 10\,\text{GHz}$. Вблизи указанной частоты мнимая часть константы рпспространения существенно отличается от нуля, что должно приводить к отражению прямой волны. С увеличением параметра туннельной связи частотный интервал эффективного отражения прямой волны увеличивается. Для пассивной структуры ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) величина β_+'' отлична от нуля на конечном интервале, тогда как в активной структуре отличие величины β_+'' от нуля имеет место на всем частотном интервале.

Обсудим теперь вопрос о возможности выхода ВП из частотной области, где реализуется фазовый синхронизм формирующих ВП прямой и обратной волн. В рассматриваемом нами случае несущая частота ВП $\omega_0 \approx 2\pi 10^{10}\,\text{s}^{-1}$, а его длительность может составлять, например, $\tau_0 \approx 10\,\text{mks}$. При этом ширина ВП $\Delta\omega \approx \pi/\tau_0 = \pi 10^5\,\text{s}^{-1}$, тогда как ширина области фазового синхронизма в соответствии с приведенными на рис. 2 зависимостями $\Delta\Omega \approx 2\pi 10^9\,\text{s}^{-1}$, что намного больше ширины ВП. Смещение несущей частоты при прохождении ВП по волноводу длиной L с учетом поглощения дается выражением $\Delta\omega_0 \approx L(\Delta\omega)^2(\partial(\mathrm{Im}\beta)\partial\omega)$ [15], что для рассматриваемой структуры с $L = 0.4\,\mathrm{m}$ составляет величину не более $10^2\,\mathrm{s}^{-1}$. Таким образом, $\Delta\omega_0 \ll \Delta\Omega$, поэтому в процессе распространения ВП по волноводу выхода его за полосу фазового синхроизма и тем более из области, где метаматериал находится в состоянии „левой" среды, не происходит.

На рис. 3 представлено распределение вдоль волноводной структуры нормированной плотности энергии $|A_j|^2$ прямой и обратной волны (сплошная и штриховая кривые). Приведенные зависимости отвечают отстройкам от несущей частоты $\Omega = (0, 0.05, 0.06, 0.065, 0.075)\omega_0$ (кривые *1–5*) и получены для структуры длиной $L = 0.4\,\mathrm{m}$, поля $H = 2.6\,\mathrm{kOe}$ и параметров $\sigma = 10\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_1 = -0.8\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_2 = -0.4\,\mathrm{m}^{-1}$. По мере распространения по волноводу энергия прямой волны для малых отстроек уменьшается практически экспоненциально до нуля на выходе из структуры. Это связано в основном с передачей энергии

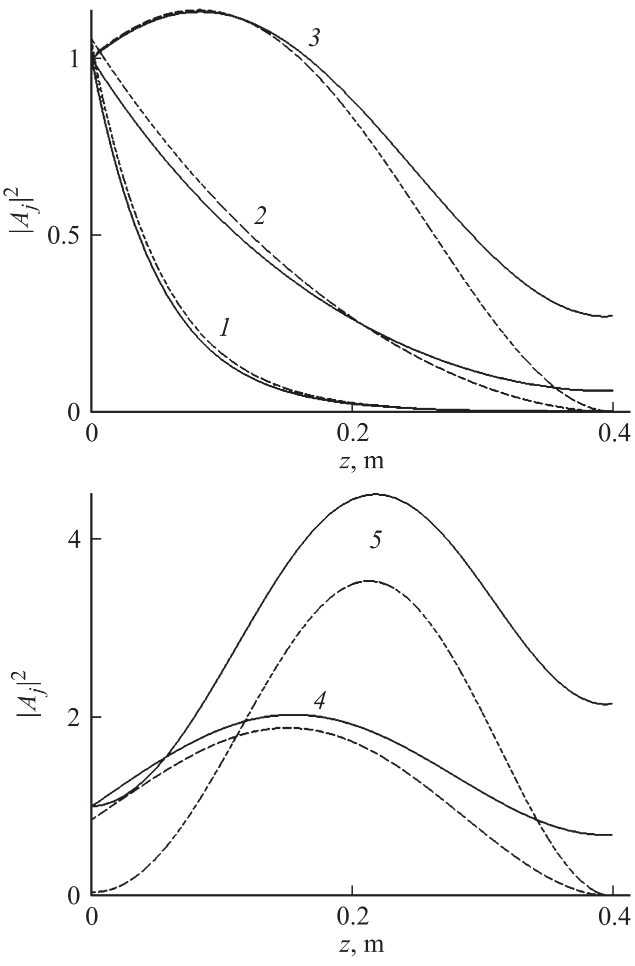

Рис. 3. Распределение по длине структуры нормированной плотности энергии прямой и обратной волн (сплошная и штриховая кривые).

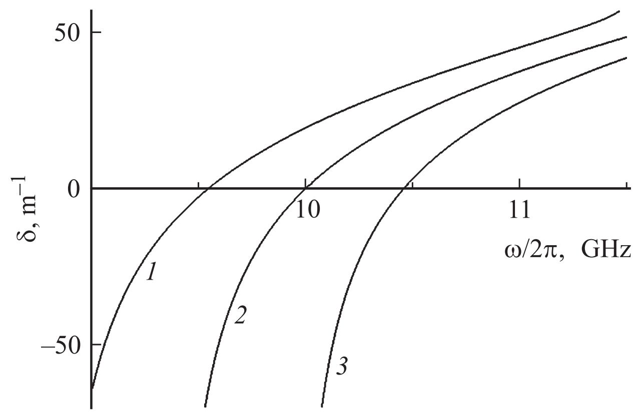

Рис. 4. Частотные зависимости отстройки от фазового синхронизма при различных значениях управляющего магнитного поля H, kOe: *1* — 2.4, *2* — 2.6, *3* — 2.8.

в обратную волну, которая нарастает по мере своего распространения в отрицательным направлении оси z. За счет усиления в структуре на ее входе амплитуда обратной волны превышает амплитуду волны падающей. Подобная ситуация имеет место в усиливающих периодических структурах брэгговского типа [10]. Поскольку в рассматриваемом нами случае несущая частота совпадает с частотой фазового синхронизма, то приведенные кривые определяют также и зависимость распределения плотности энергии по структуре от отстройки от фазового синхронизма. Для установления соответствия между указанными отстройками на рис. 4 приведены зависимости $\delta(\Omega)$, полученные для значений управляющего поля $H = (2.4, 2.6, 2.8)\,\mathrm{kOe}$ (кривые *1–3*).

На рис. 5 представлены частотные зависимости коэффициентов отражения и прохождения, полученные для структур с $\alpha_1 = -0.4\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.4\,\mathrm{m}^{-1}$ и $\alpha_1 = -0.8\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.4\,\mathrm{m}^{-1}$ (сплошная и штриховая кривые) при значениях $\sigma = 10\,\mathrm{m}^{-1}$ и $H = 2.6\,\mathrm{kOe}$. Указанные зависимости получены на частотном интервале, где действительная часть показателя преломления метаматериала отрицательна и отвечает состоянию „левой" среды. Полное отражение вблизи частоты фазового синхронизма должно иметь место в случае выполнения неравенства $L \gg L_\sigma = \sigma^{-1}$, где L_σ — длина взаимодействия (для выбранных значений длины волновода $L = 0.4\,\mathrm{m}$ и параметра связи $\sigma = 10\,\mathrm{m}^{-1}$ имеет место эффективное отражение (при $\sigma = 5\,\mathrm{m}^{-1}$ эффективность отражения существенно понижается). Обращает также внимание асимметрия приведенных зависимостей относительно частоты фазового синхронизма, которая связана с проявлением дисперсии „левой" среды. Отметим, что в структуре, слои которой не обладают усилием или поглощением, коэффициент прохождения $T = 1 - R$. Для активной структуры ($\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 \neq 0$) отражение может быть как неполным, так и превышать единицу, хотя коэффициент прохождения на частоте фазового синхронизма практически равен нулю.

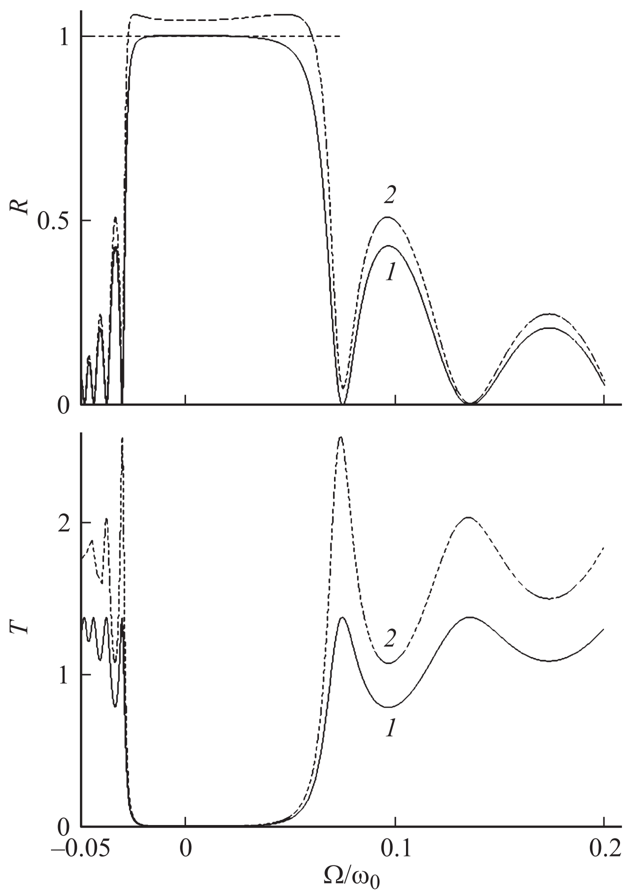

Рис. 5. Частотные зависимости коэффициентов отражения и прохождения для структуры с разным усилением: *1* — $\alpha_1 = -0.4\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.4\,\mathrm{m}^{-1}$; *2* — $\alpha_1 = -0.8\,\mathrm{m}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.4\,\mathrm{m}^{-1}$.

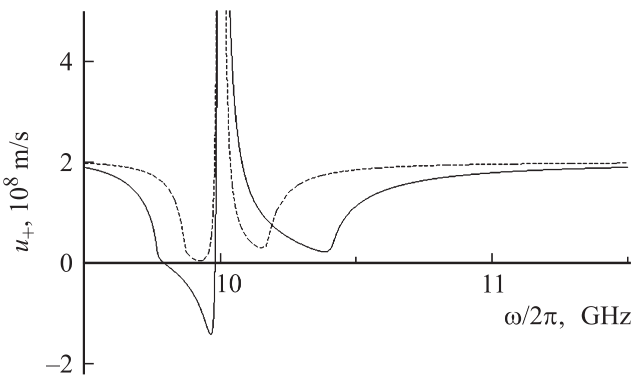

Рис. 6. Частотные зависимости скорости максимума огибающей прямой волны при различных величинах межмодовой связи.

На рис. 6 приведены зависимости скорости максимума огибающей u_+ прямой волны от несущей частоты, полученные на основе соотношения (22) при значениях параметров $H = 2.6\,\mathrm{Oe}$ и $\sigma = (10.5)\,\mathrm{m}^{-1}$ (сплошная и штриховая кривые). Видно, что существенная частотная зависимость указанной скорости наблюдается в области эффективного отражения. Именно на границах этой области наблюдается резкое замедление ВП и даже смена знака скорости u_+ при большой величине параметра туннельной связи. В зависимости от значений параметров, входящих в выражение (22), величина u_+ может быть как больше, так и меньше групповой скорости света в вакууме. При удалении от области отражения она стремится к значению c/n_1. Отметим, что сверхсветовая скорость максимума огибающей не противоречит основным принципам СТО, а объясняется известным эффектом переформирования волнового пакета [16,17].

Условие устойчивости рассматриваемого режима

Обсудим вопрос об устойчивости исследуемого режима распространения, которая возможна лишь при отсутствии в системе спонтанного самовозбуждения. Поскольку в рассматриваемой структуре имеет место эффективное усиление, то наличие обратной связи может привести к спонтанной генерации излучения. Условием ее возникновения в соответствии с полученными выше выражениями (9) и (13) является выполнение равенства

$$q + i\varphi\,\mathrm{th}\,qL = 0. \tag{19}$$

В предположении $|q|L \gg 1$ уравнение (19) приводит к условию

$$\exp(-qL) = \pm\sigma/2\varphi. \tag{20}$$

С учетом комплексности параметров q и φ получаем следующие два соотношения, отвечающие равенству модулей левой и правой частей (20):

$$q'L = -\ln\left(\sigma/\sqrt{\delta^2 + (\Delta\alpha)^2}\right). \tag{21}$$

Видно, что в случае достаточно сильной межмодовой связи ($\sigma \geq 5\,\mathrm{m}^{-1}$), малых отстроек от фазового синхронизма ($\delta < 1\,\mathrm{m}^{-1}$) и эффективного усиления ($\alpha_{\mathrm{ef}} < 1\,\mathrm{m}^{-1}$) условие (21) не выполняется.

В области достаточно больших отстроек ($\delta \simeq 2\sigma$), при которых возможно существенное замедление волны в структуре, условие самовозбуждения принимает вид $\Delta\alpha \simeq 1/\delta L^2$. При $\sigma = 10\,\mathrm{m}^{-1}$ и $L = 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$ самовозбуждение системы возможно при $\alpha_{\mathrm{ef}} = 20\,\mathrm{m}^{-1}$, что является достаточно большой величиной. Приведенные оценки показывают, что для используемых при численном анализе величин самовозбуждения системы, которое имеет место в лазерах с распределенной обратной связью, не происходит. Усиление в волноводе на основе „правой“ среды лишь компенсирует неизбежные потери в волноводе на основе „левой“ среды.

Заключение

В настоящей работе исследована динамика прямой и обратной волн, формирующих единый волновой пакет и распространяющихся в туннельно-связанной волноводной структуре, состоящей из усиливающей „правой“ и поглощающей „левой“ сред. В частотной области, где для несущей частоты волнового пакета реализуются условия фазового синхронихма, в структуре возникает эффективное отражение прямой волны, введенной в „правую“ среду, или обратной волны, введенной в „левую“ среду. Анализ полученных в работе соотношений показывает, то в указанной области частот рассматриваемая структура может отражать или выводить в параллельный канал необходимую долю вводимой в структуру энергии и поэтому может быть использована как эффективное зеркало или направленный ответвитель. Показана возможность управления отражательной способностью структуры с помощью внешнего магнитного поля, за счет изменения величины туннельной связи волн и длины волновода. Вне области фазового синхронизма, где коэффициент отражения близок к нулю, в структуре распространяется только прямая волна. При определенных условиях возможно существенное замедление этой волны. Для выбранных параметров эффективного усиления, длины волновода (области эффективного взаимодействия) и отстройки от фазового синхронизма взаимодействующих мод спонтанной генерации излучения не происходит.

Настоящая работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2099–2013 гг.“.

Список литературы

[1] *Веселаго В.Г.* // УФН. 1967. Т. 92. № 3. С. 517.
[2] *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 4184.
[3] *Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S.* // Science. 2001. Vol. 292. P. 77.
[4] *Boardman A.D., Grimalsky V.V., Kivshar Y.S.* et al. // Laser and Photonics Rev. 2011. Vol. 5. N 2. P. 287.
[5] *Kats A.V., Savel'ev S., Yampol'slii V.A., Nori F.* // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 90. P. 073 901.
[6] *Faddaoui M., Folacci A., Gabrielli P.* // arXiv:1007.1337v2[physics.optics] 13 Jul 2010.
[7] *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S.* // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69. P. 016 617.
[8] *Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I.* // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99. P. 1 139 002.
[9] *Маймистов А.И., Габитов И.Р., Личиницер Н.М.* // Опт. и спектр. 2008. Т. 104. № 2. С. 292. Halterman K., Elson J.M., Overfelt P.L. // Optics Express. Vol. 11. N 11. P. 521.
[10] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987.
[11] *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S.* // arXiv:physics/0211025v1 [physics.class-ph] 5 Nov 2002.
[12] *Агравал Г.* Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996.
[13] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. № 10. С. 57.
[14] *Zhao H., Zhou J., Zhao Q.* et al. // Appl. Phys. Lett. 2007. Vol. 91. P. 131 107.
[15] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339.
[16] *Ораевский А.Н.* // УФН. 1998. Т. 168. № 12. С. 1311.
[17] *Розанов Н.Н.* // УФН. 2005. Т. 175. № 2. С. 181.