

05
Модель формирования внутренних нанослоев при сдвиговых течениях материалов

© А.Ю. Грановский,¹ В.Д. Сарычев,² В.Е. Громов²

¹ Новокузнецкий институт (филиал) Кемеровского государственного университета, 654041 Новокузнецк, Россия

² Сибирский государственный индустриальный университет, 654007 Новокузнецк, Россия
 e-mail: legatokun@gmail.com

(Поступило в Редакцию 6 февраля 2013 г.)

Рассмотрена математическая модель формирования внутренних нанокристаллических слоев при сдвиговых течениях материалов, основанная на развитии неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Для линейной постановки взаимодействия конечных слоев идеальной и вязкой жидкости выведено дисперсионное соотношение. Анализ дисперсионного уравнения показал, что решающую роль в образовании наноразмерных волн играют вязкость и толщина движущегося слоя.

Во многих технологических процессах, таких как сварка взрывом, прокатка разнородных металлов, трение в высоконагруженных условиях, электровзрывное легирование, на поверхности металлов образуются периодические микро- и наноструктуры [1–4]. С помощью модели неустойчивости Кельвина–Гельмгольца можно дать объяснение наблюдаемых неоднородностей. Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца возникает, когда два контактирующих слоя сплошной среды имеют достаточную разность скоростей. Получить теоретические оценки пороговой скорости, согласованные с экспериментом, на основании различных физических моделей предпринимались во многих работах, обзор которых приведен в [5].

В настоящей работе рассматривается математическая модель формирования нанокристаллических слоев при воздействии плазмы электрического взрыва проводников на упрочняемую поверхность металлов и сплавов. В результате облучения формируются характерные слои [6]: первый тонкий (около 1 μm) приповерхностный нанокompозитный слой с размерами кристаллитов порядка 1–10 nm (I); второй промежуточный слой с ячеистой кристаллизацией и диаметром ячеек в нем 1 μm (II); третий слой с крупнозерновой структурой и с диаметром зерен 5 μm (III); четвертый нанокристаллический подслоя на границе с основой, размеры кристаллитов в нем составляют 10–20 nm (IV); пятый слой — основа, в которой металл не расплавляется (V).

Формирование нанокомпозитных структур в зоне легирования может быть объяснено, исходя из особенностей взаимодействия плазмы с поверхностью расплава. При натекании струи на упрочняемую поверхность возникает область параллельного течения плазмы и расплава с различными скоростями. При возникновении возмущений поверхности раздела происходит их резкий рост, т.е. развивается гидродинамическая неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Математическая модель возникновения неустойчивости Кельвина–Гельмгольца основана на линейном анализе для случая параллельно-

го течения двух потоков несжимаемой жидкости. В работе [8] приводится линейный анализ неустойчивости Кельвина–Гельмгольца двух бесконечных слоев, который объясняет возникновение (I) нанокристаллического слоя. Для моделирования внутреннего наноструктурного слоя (IV), в настоящей работе рассматривается модель взаимодействия конечных слоев. Также предложенная модель может быть использована для описания внутренних наноструктурных слоев при различных сдвиговых течениях.

Для простоты считается, что расплав является вязкой жидкостью с плотностью ρ_1 , кинематической вязкостью ν . Натекающая плазма является идеальной жидкостью плотностью ρ_2 и скоростью скольжения u_0 . На границе раздела полагается, что касательные составляющие напряжений для вязкой жидкости равны нулю. Разность нормальных напряжений между вязкой и идеальной жидкостями имеет скачок, связанный с поверхностным натяжением σ_0 .

Рассмотрим устойчивость плоского стационарного скользящего течения двуслойной несжимаемой жидкости, находящегося в поле массовых сил с плотностью f . Выберем направление оси x вдоль границы раздела

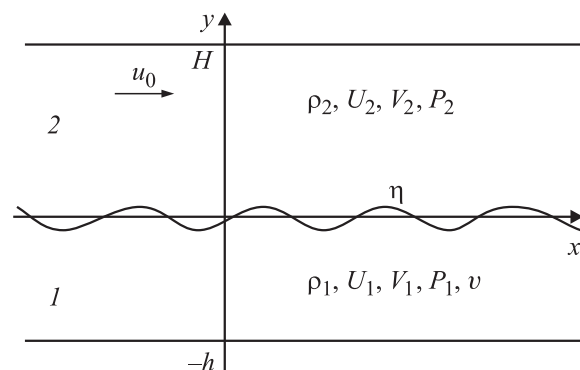


Рис. 1. Плоское течение двуслойной жидкости

между слоями $y = \eta(x, t)$ (рис. 1), а ось y — перпендикулярно x в сторону второго слоя. Первый слой ($-\infty < x < \infty$, $-h < y < \eta(x, t)$) занимает вязкая жидкость с кинематической вязкостью ν и плотностью ρ_1 . Второй слой ($-\infty < x < \infty$, $\eta(x, t) < y < H$) — это идеальная с плотностью ρ_2 жидкость, имеющая в стационарном состоянии постоянную скорость u_0 , направленную вдоль оси x . Коэффициент вязкости на границе ν_1 примем отличным от ν , это дает возможность описать различные физические случаи. Пусть $\mathbf{f} = (0, -g)$.

Используем линейное приближение в уравнениях и граничных условиях. Обозначим возмущения: U_n — продольной и V_n — поперечной скоростей, P_n — давлений в n -й жидкости, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям Навье–Стокса и Эйлера.

Для первого слоя система уравнений Навье–Стокса для возмущений принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Для второго слоя система уравнений Эйлера для возмущений

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_2}{\partial t} + u_0 \frac{\partial U_2}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P_2}{\partial x}, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + u_0 \frac{\partial V_2}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P_2}{\partial y}, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

А также граничные условия

$$\begin{aligned} \text{при } y = H: \quad & V_2 = 0, \\ \text{при } y = -h: \quad & U_1 = 0, \quad V_1 = 0, \\ \text{при } y = 0: \quad & \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} = V_2, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = V_1, \\ & -P_1 + 2\rho_1 \nu_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} + P_2 = g(\rho_2 - \rho_1)\eta + \sigma_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \\ & \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial V_1}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решения (1), (2) будем искать в виде бегущих волн

$$(U_n, V_n, P_n) = (\bar{U}_n, i\bar{V}_n, \bar{P}_n) \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (4)$$

Подстановка (4) в (1), (2) приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Решая систему, находим общее решение, зависящее от произвольных констант. Подставляя решение в граничные условия (3), получаем систему однородных алгебраических уравнений относительно этих постоянных. Для ненулевого решения этой системы требуется, чтобы определитель

этой системы обратился в нуль. Из этого условия получаем основное дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} G(z, d) + \mu \Omega_1^2 \operatorname{cth}(kH) + W &= 0, \\ G(z, d) &= \frac{[(z^4 - 1)(z - \operatorname{th}(zd) \operatorname{th}(d))]}{(\operatorname{th}(zd) - z \operatorname{th}(d))} \nu^2 \\ &+ \frac{2z(1 - z^2)\nu^2 - 2z(z^2 + 3)\nu\nu_1}{\operatorname{sh}(zd) \operatorname{ch}(d) - z \operatorname{sh}(d) \operatorname{ch}(zd)} \\ &+ \frac{[2z(z^2 + 3) - 2(1 + 3z^2) \operatorname{th}(d) \operatorname{th}(zd)]}{(\operatorname{th}(zd) - z \operatorname{th}(d))} \nu\nu_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} k_1^2 &= k^2 - i\omega/\nu, \quad z = \frac{k_1}{k}, \\ \Omega_1 &= \frac{\Omega}{k^2} = \nu(z^2 - 1)i - \frac{u_0}{k}, \\ \mu &= \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad W = \frac{A}{\rho_1 k^3} = \frac{g(\rho_2 - \rho_1) - \sigma_0 k^2}{\rho_1 k^3}. \end{aligned} \quad (6)$$

Дисперсионное уравнение (5) ранее в литературе не встречалось.

В случае, когда $\nu_1 = \nu$, получаем дисперсионное уравнение для вязкой жидкости [7]

$$\begin{aligned} \nu^2 G_1(z, d) + \mu \Omega_1^2 \operatorname{cth}(kH) + W &= 0, \\ G_1(z, d) &= \frac{-4z(z^2 + 1)}{\operatorname{sh}(zd) \operatorname{ch}(d) - z \operatorname{sh}(d) \operatorname{ch}(zd)} \\ &+ \frac{z(z^4 + 2z^2 + 5) - (z^4 + 6z^2 + 1) \operatorname{th}(d) \operatorname{th}(zd)}{\operatorname{th}(zd) - z \operatorname{th}(d)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для полубесконечных слоев, т.е. при $h \rightarrow \infty$ и $H \rightarrow \infty$, получаем, что $\operatorname{th}(d), \operatorname{th}(zd), \operatorname{cth}(kH) \rightarrow 1$ и $\operatorname{ch}(d), \operatorname{sh}(d) \rightarrow \infty$, из (7) следует дисперсионное уравнение

$$\nu^2((1 - z^4) - 2(z - 1)^2) + (\mu \Omega_1^2 + W) = 0. \quad (8)$$

Ранее такое уравнение было получено в [8]. Численный анализ этого уравнения привел к выявлению существования максимума инкремента в нанометровом диапазоне.

При $\nu = 0$, $\nu_1 \neq 0$ предельным переходом из (5) получаем дисперсионное уравнение для вязкопотенциальной жидкости, где вязкость ν_1 учитывается только на границе [9]

$$\begin{aligned} G_2(z, d) + \mu \left(\frac{\nu - k u_0}{k^2} \right)^2 \operatorname{cth}(kH) + W &= 0, \\ G_2(z, d) &= \frac{2i\omega}{\operatorname{th}(d)k^2} \nu_1 + \frac{\omega^2}{k^4 \operatorname{th}(d)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Численное решение уравнения (9) приводится для описания волн на воде при скоростях при скоростях 20 m/s, поэтому нанометровый диапазон обнаружен не был. При отсутствии второго слоя для волн на поверхности вязкого конечного слоя жидкости впервые дисперсионное уравнение выведено в работе [10]. То есть выражение типа G_1 из (7) известно более ста лет, однако его параметрический аналитический анализ невозможен. Поэтому ниже показано, что дисперсионное уравнение (9) с функцией G_2 совпадает с дисперсионным уравнением (7) в широком диапазоне параметров. При этом G_2 имеет достаточно простой вид для параметрического анализа.

Инкремент — это мнимая часть ω , положительный знак которого указывает на неустойчивость. Обозначим его $\alpha = \text{Im}(\omega) = \text{Im}(ivk^2(z - 1))$. Параметры нейтральной волны $\omega_1 = 0$ определяются уравнением

$$u_0^2 k \text{cth}(kH)\rho_2 + A = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) описывает также нейтральную волну для вязкой жидкости (7), которая соответствует $z = 1$. Из (10) важно заметить, что в случае $\rho_1 = \rho_2$, $\sigma_0 = 0$, $A = 0$ все длины волн неустойчивы.

В случае идеальной жидкости $\nu_1 = 0$ нейтральная волна определяется из (9)

$$A(\text{th}(kh)\rho_1 + \text{th}(kH)\rho_2) + ku_0^2\rho_1\rho_2 = 0, \quad (11)$$

из которого видно, что в отсутствие поверхностного натяжения и равенстве плотностей все волны неустойчивы.

С учетом $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $\sigma_0 \neq 0$ рассмотрим два предельных случая: $kh < 1$, $hH < 1$ — случай полубесконечных слоев, $kh > 1$, $hH > 1$ — случай тонкого верхнего слоя. Выпишем условие возникновения неустойчивости (уравнение нейтральной волны) для вязкой и идеальной жидкости. Для первого случая $kh < 1$, $hH < 1$ из (10) и (11) имеем

$$\lambda_\mu = \frac{2\pi\sigma_0}{U^2\rho}, \quad \lambda_0 = 2\lambda_\mu, \quad (12)$$

где λ_μ, λ_0 — критическая длина волны для вязкой и идеальной жидкости соответственно. Таким образом, критическая длина волны для идеальной жидкости λ_0 в 2 раза больше чем вязкой λ_μ .

В случае $kh < 1$, $hH < 1$ получаются следующие приближенные выражения:

$$k_\mu^2 - \frac{U^2\rho}{\sigma_0 H} = 0, \quad \lambda_\mu = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma_0 H}{U^2\rho}}. \quad (13)$$

Для идеальной жидкости

$$Hk_0^2 + k_0 - \frac{U^2\rho}{\sigma_0} = 0, \quad \lambda_0 = \frac{4\pi H}{\sqrt{D - 1}}, \quad D = 1 + \frac{4U^2\rho H}{\sigma_0}. \quad (14)$$

Причем λ_0 в отличие от λ_μ ограничено снизу

$$\lim_{H \rightarrow 0} \lambda_0 = \frac{2\pi\sigma_0}{U^2\rho}. \quad (15)$$

Решение уравнения (5) является сложной задачей, поэтому приведем только численные расчеты зависимости инкремента от длины волны при определенных значениях параметров, соответствующих образованию внутренних нанослоев при воздействии гетерогенных плазменных потоков на железо

$$a = 0 \text{ m/s}^2, \quad \rho_1 = \rho_2 = 6.3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad h = 10^{-6} \text{ m}, \\ H = 10^{-6} \text{ m}, \quad \nu = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, \quad U = 30 \text{ m/s}. \quad (16)$$

В случае тонкого верхнего слоя $kH > 1$ в вязких моделях появляется второй максимум в нанодиапазоне (рис. 2). Следует отметить, что критическая длина волны для вязкой и вязкопотенциальной жидкости будет одинаковой и удовлетворяющей уравнению (10). В вязкой модели микроволновый максимум быстро глушится и становится почти незаметным. На рис. 3 представлены зависимости критической длины волны для вязкой λ_ν и идеальной жидкости λ_0 , длине волны, которой соответствует первый $\lambda_{\text{max}1}$ и второй $\lambda_{\text{max}2}$ максимумы инкремента. Таким образом, для образования наноструктурных ячеек необходимы скорости более 40 m/s.

Видно, что зависимости инкремента от длины волны для вязкой и вязкопотенциальной жидкости практически одинаковы в широком диапазоне параметров. Этот факт позволяет использовать дисперсионное уравнение вязкопотенциальной жидкости, которое имеет простой вид, для качественного анализа неустойчивости Кельвина–Гельмгольца границы раздела между идеальной и вязкой жидкостью. Численные расчеты зависимости инкремента от длины волны при определенных значениях

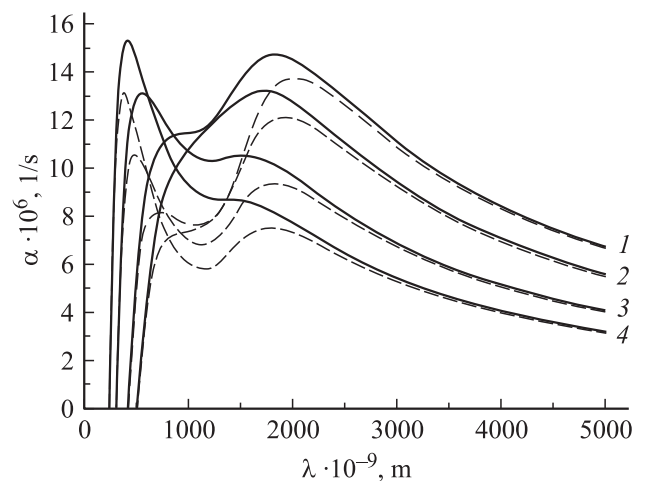


Рис. 2. Зависимости инкремента α от длины волны λ при вариации толщины верхнего слоя H и поверхностном натяжении $\sigma_0 = 1.2 \text{ N/m}$. Сплошная линия — вязкая модель, штриховая — вязкопотенциальная. Толщина верхнего слоя H, nm : 1 — 6, 2 — 10, 3 — 20, 4 — 30.

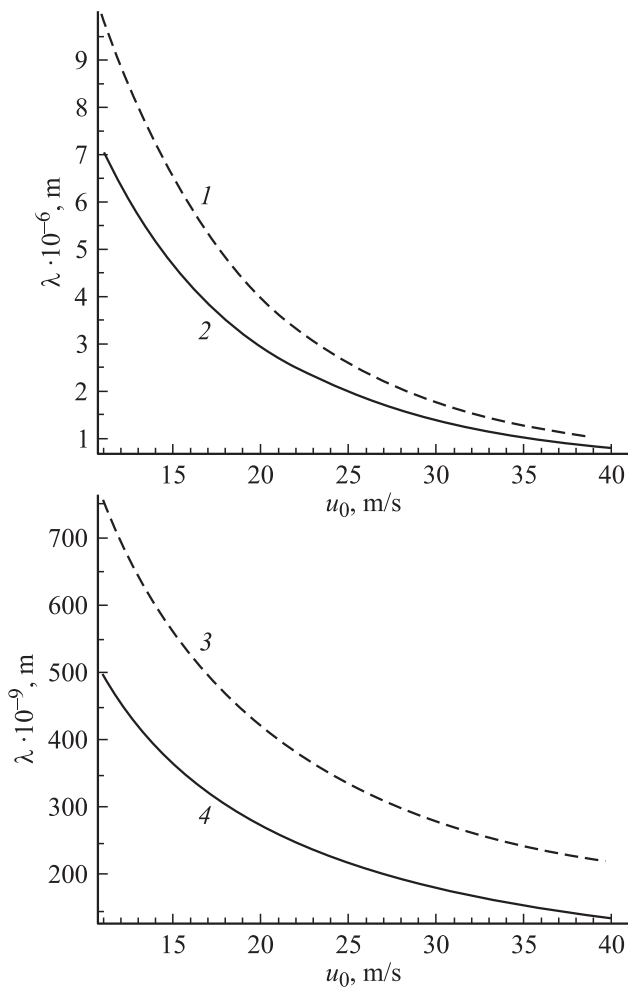


Рис. 3. Зависимости критических длин волн и длин волн, соответствующих максимуму инкремента, от скорости верхнего потока u_0 . 1 — второй, микрометровый максимум, 2 — критическая длина волны для идеальной жидкости λ_0 , 3 — первый, нанометровый максимум, 4 — критическая длина волны для вязкой жидкости λ_ν .

параметров, соответствующих образованию внутренних нанослоев при воздействии гетерогенных плазменных потоков на железо, показали, что в случае тонкого движущегося слоя в зависимости инкремента от длины волны наблюдаются два максимума: в микро- и нанодиапазоне. Это соответствует развитию двухмодовой неустойчивости. Микроволновая мода соответствует взаимодействию слоев идеальной жидкости с поверхностным натяжением σ_0 на границе. Нановолновая мода образуется благодаря вязкости. В целом предложенная интерпретация приводит к следующей картине. В слоях толщиной $H = h = 1 \mu\text{m}$ при скоростях более 40 м/с возникают волны с длиной волны $\lambda \approx \mu\text{m}$, при такой толщине слоя и длины волны волну можно рассматривать как движущийся пограничный слой толщиной $H_c \approx 10 \text{ nm}$, в котором развивается нановолновая мода с длиной волны $\lambda_c = 100 \text{ nm}$.

Список литературы

- [1] Дерibas А.А. Физика упрочнения и сварка взрывом. Новосибирск: Наука, 1980. 221 с.
- [2] Неклюдов И.М., Борц Б.В., Ткаченко В.И. // Физика и химия обработки материалов. 2010. № 5. С. 96–102.
- [3] Тарасов С.Ю., Рубцов В.Е. // ФТТ. 2011. Т. 53. № 2. С. 336–340.
- [4] Багаутдинов А.Я., Будовских Ю.Ф., Иванов Ю.Ф., Громов В.Е. Физические основы электровзрывного легирования металлов и сплавов. Новокузнецк: СибГИУ, 2007. 301 с.
- [5] Конокова Г.Е., Показаев К.В. Динамика морских волн. М.: Изд-во МГУ, 1985. 298 с.
- [6] Цвиркун О.А. Формирование нанокompозитных слоев на поверхности железа и никеля при электровзрывном легировании. Автореф. канд. дис. Новокузнецк. 2007. 20 с.
- [7] Сарычев В.Д., Грановский А.Ю., Старовацкая С.Н., Громов В.Е. // Изв. вузов. Черная металлургия. 2012. № 6. С. 87–89.
- [8] Сарычев В.Д., Вацук Е.С., Будовских Е.А., Громов В.Е. // Письма ЖТФ. 2010. Вып. 14. С. 41–48.
- [9] Funada T., Joseph D.D. // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 445. P. 263–283.
- [10] Basset A. A Treatise on Hydrodynamics with Numerous Examples. 1888. Vol. 2. 346 p.