

01;05.4

## **Депиннинг на начальной стадии резистивного перехода в сверхпроводниках с фрактальной кластерной структурой**

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург  
С.-Петербургский государственный электротехнический университет  
E-mail: yurk@mail.ioffe.ru, iourk@yandex.ru

Поступило в Редакцию 16 декабря 2003 г.

Рассматриваются эффекты начальной диссипации в сверхпроводнике, содержащем фрактальные кластеры нормальной фазы. В диапазоне токов, предшествующем резистивному переходу, рост фрактальной размерности кластеров приводит к увеличению сопротивления образца и к расширению участка начальной диссипации на вольт-амперной характеристике. Это обусловлено возрастанием плотности свободных вихрей, срываемых с центров пиннинга при пропускании тока. Получены зависимости плотности вихрей от фрактальной размерности границ кластеров при различных значениях транспортного тока.

Динамика вихрей в сверхпроводниках при наличии фрактальной границы между нормальной и сверхпроводящей фазой в последнее время привлекает значительное внимание [1–3]. Возникающие при этом задачи не только нетривиальны и интересны сами по себе, но и важны для применений сверхпроводящих композитов в электронике и энергетике, в частности при создании сверхпроводящих проводов. Сверхпроводники, в состав которых входят фрактальные кластеры, обладают специфическими магнитными и транспортными свойствами [4,5]. Особый интерес представляет возможность увеличения критического тока за счет пиннинга на кластерах нормальной фазы с фрактальными границами [6,7]. В настоящей работе изучается начальный участок вольт-амперной характеристики (ВАХ) в окрестности резистивного перехода. В этой области становится заметным падение напряжения на образце, свидетельствующее о начале диссипации. Именно здесь начинается срыв вихрей с центров пиннинга, который в итоге приводит

к разрушению сверхпроводимости транспортным током вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

Рассматривается сверхпроводник, содержащий включения нормальной фазы, характерные размеры которых существенно превосходят как длину когерентности, так и глубину проникновения. При пропускании через такой материал электрического тока он течет по сверхпроводящему перколяционному кластеру. Этот кластер состоит из мезоскопических сверхпроводящих островков, соединенных слабыми связями. Слабые связи особенно легко образуются в высокотемпературных сверхпроводниках на различных структурных дефектах благодаря малой длине когерентности [8,9]. При увеличении транспортного тока количество сверхпроводящих связей в составе сверхпроводящего кластера случайным образом снижается по мере того, как локальные токи, протекающие через те или иные слабые связи, начинают превышать критическое значение и соответствующие слабые связи становятся резистивными. Таким образом, переход сверхпроводника в резистивное состояние соответствует срыву перколяции по сверхпроводящему кластеру, когда бесконечный сверхпроводящий кластер распадается на множество конечных кластеров. Это позволяет интерпретировать резистивный переход и сопутствующую ему диссипацию как индуцированное током критическое явление [10].

Рассеяние энергии определяется движением вихрей, поскольку оно индуцирует электрическое поле и приводит к появлению сопротивления. Движение магнитного потока начинается лишь после срыва вихрей с центров пиннинга. До того момента, как сила Лоренца, создаваемая транспортным током, превысит силу пиннинга, магнитный поток остается захваченным в кластерах нормальной фазы. При пропускании транспортного тока он суммируется с незатухающими сверхпроводящими токами, которые поддерживают неизменным распределение захваченного магнитного потока. Магнитный поток может быть создан как внешним источником (например, при намагничивании в режиме „field cooling“), так и самим транспортным током (в режиме „self-field“). Сверхпроводящие токи циркулируют вокруг кластеров нормальной фазы по сверхпроводящим контурам, содержащим слабые связи. Когда суммарный ток через слабую связь превысит критическое значение, она перейдет в резистивное состояние и станет проницаемой для магнитного поля. В результате ток пойдет в обход резистивного участка и сила Лоренца вытолкнет вихри сквозь ставшую резистивной

слабую связь. При этом депиннинг имеет перколяционный характер [11–13], при котором вихри двигаются по случайно возникающим каналам транспорта. Слабые связи соединяют между собой кластеры нормальной фазы, пересекая сверхпроводящее пространство. Поэтому одновременно происходят перколяция электрического тока по сверхпроводящему кластеру и перколяция магнитного потока по слабым связям. В зависимости от конфигурации слабых связей каждый кластер нормальной фазы имеет свой ток депиннинга, который вносит вклад в общее распределение критических токов. Критический ток кластера пропорционален силе пиннинга и равен току, при котором магнитный поток перестает удерживаться кластером нормальной фазы.

В пленках кластеры нормальной фазы столбчатой формы могут быть созданы в процессе роста, а также при облучении тяжелыми ионами [9,14]. Провода обычно получают в виде армированных нормальным металлом проволок и лент, в сверхпроводящей сердцевине которых всегда имеются кластеры нормальной фазы [15,16]. Такие провода изготавливаются, в частности, на основе висмутовых высокотемпературных сверхпроводников  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_1\text{Cu}_2\text{O}_{10+y}$  (BSCCO-2212) и  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+y}$  (BSCCO-2223), армированных серебром [17–19], и представляют интерес для использования в сверхпроводящих магнитах, индукционных накопителях энергии и линиях электропередач. При отсутствии внешнего подмагничивания магнитный поток создается в сверхпроводящих проводах самим транспортным током и концентрируется вдоль замкнутых линий (колец) неправильной формы, деформированных таким образом, чтобы в максимальной степени захватить кластеры нормальной фазы.

Особый интерес представляют фрактальные кластеры, для которых выполняется скейлинговое соотношение между периметром  $P$  и площадью  $A$ :  $P^{1/D} \propto A^{1/2}$ , где  $D$  — фрактальная размерность границы кластера. При этом рассматривается сечение кластера плоскостью, поперечно которой происходит движение вихрей. Граница такого кластера является фрактальной и имеет дробную размерность [20]. Влияние фрактальных кластеров нормальной фазы на динамику захваченного магнитного потока изучено в работах [2–7]. Фрактальный характер начального участка диссипации экспериментально обнаружен в соединениях BSCCO-2212 [21], BSCCO-2223 [21,22],  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и  $\text{GdBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  [10,21].

После того как начинается движение вихрей, сверхпроводник переходит в резистивное состояние и на нем появляется напряжение. В случае экспоненциально-гиперболического распределения критических токов

$$f(i) = \frac{2C}{D} i^{-2/D-1} \exp(-Ci^{-2/D}), \quad (1)$$

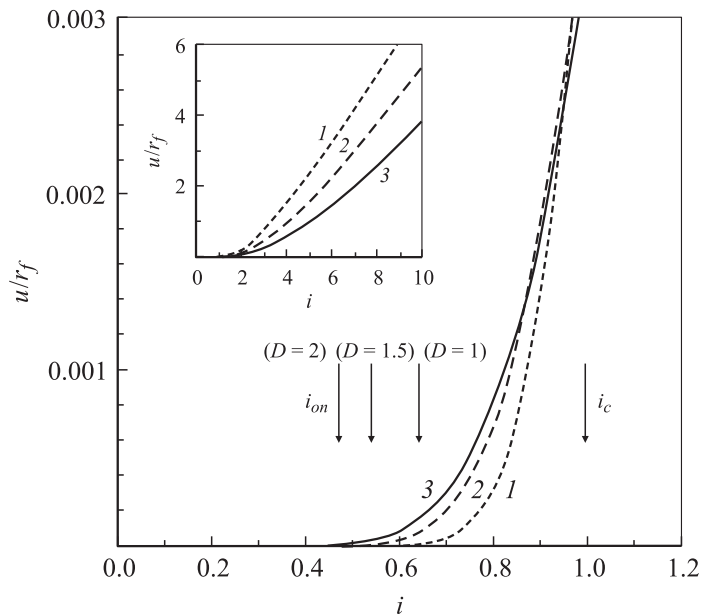
которое реализуется при экспоненциальном распределении площадей кластеров [7], выражение для ВАХ сверхпроводника, содержащего фрактальные кластеры нормальной фазы, имеет вид [3,5]:

$$u = r_f \left[ i \exp(-Ci^{-2/D}) - C^{D/2} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}, Ci^{-2/D}\right) \right], \quad (2)$$

где  $f(i)$  — плотность вероятности распределения токов депиннинга;  $i \equiv I/I_c$  — безразмерный электрический ток, нормированный относительно критического тока перехода в резистивное состояние  $I_c$ ;  $C \equiv ((2+D)/2)^{2/D+1}$  — константа, зависящая от фрактальной размерности границы кластера  $D$ ;  $u$  — безразмерное напряжение;  $r_f$  — безразмерное сопротивление течения потока;  $\Gamma(v, z)$  — дополнительная неполная гамма-функция. Безразмерное напряжение  $u$  и безразмерное сопротивление течения потока  $r_f$  связаны с соответствующими размерными величинами соотношением:  $U/R_f = I_c(u/r_f)$ .

На рис. 1 показаны ВАХ, рассчитанные по формуле (2). Из рисунка видно, что в диапазоне токов  $i > 1$  (представленном на вставке) с ростом фрактальной размерности кластеров снижается напряжение, вызываемое движением магнитного потока. Но в то же время на начальном участке, где срыв вихрей с центров пиннинга только начинается, ситуация меняется. Пока транспортный ток остается ниже критического  $i < 1$ , с ростом фрактальной размерности напряжение на образце увеличивается, а участок начальной диссипации растягивается в область малых токов. Для количественного описания этого эффекта удобно ввести ток  $i_{on}$ , с которого начинается этот участок, определив величину этого тока по уровню разрешения измеряемого напряжения. На рис. 1 стрелками показаны значения начального тока диссипации  $i_{on}$ , соответствующие уровню разрешения  $10^{-5}u/r_f$ . Начальный участок диссипации соответствует диапазону токов  $i_{on} < i < i_c = 1$ .

Причина столь различного поведения ВАХ до и после резистивного перехода заключается в особенностях зависимости плотности свободных вихрей от фрактальной размерности при различных транспортных токах. Сопротивление сверхпроводника определяется плотностью



**Рис. 1.** Вольт-амперные характеристики сверхпроводника при различной фрактальной размерности кластеров: 1 —  $D = 1$ ; 2 —  $D = 1.5$ ; 3 —  $D = 2$ . Стрелками отмечены значения начального тока диссипации  $i_{on}$  на уровне разрешения по напряжению  $10^{-5} u/r_f$ , а также критический ток резистивного перехода  $i_c$ .

свободных вихрей, поскольку чем больше вихрей может двигаться, тем большее электрическое поле индуцируется движущимся магнитным потоком, переносимым этими вихрями, и тем больше становится напряжение на образце при фиксированном транспортном токе. Плотность свободных вихрей, срываемых с центров пиннинга транспортным током  $i$ , определяется распределением токов депиннинга [3]:

$$n = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i f(i') di' = \frac{B}{\Phi_0} F(i), \quad (3)$$

где  $F(i)$  — функция накопленной вероятности распределения токов депиннинга,  $B$  — магнитное поле,  $\Phi_0 \equiv hc/(2e)$  — квант магнитного

потока,  $h$  — константа Планка,  $c$  — скорость света,  $e$  — заряд электрона. Дифференциальное сопротивление сверхпроводника (наклон ВАХ) пропорционально плотности свободных вихрей:  $R_d = R_f(\Phi_0/B)n$ .

Для экспоненциально-гиперболического распределения (1) функция накопленной вероятности имеет вид:  $F(i) = \exp(-Ci^{-2/D})$ . Таким образом, зависимость плотности свободных вихрей от фрактальной размерности описывается функцией

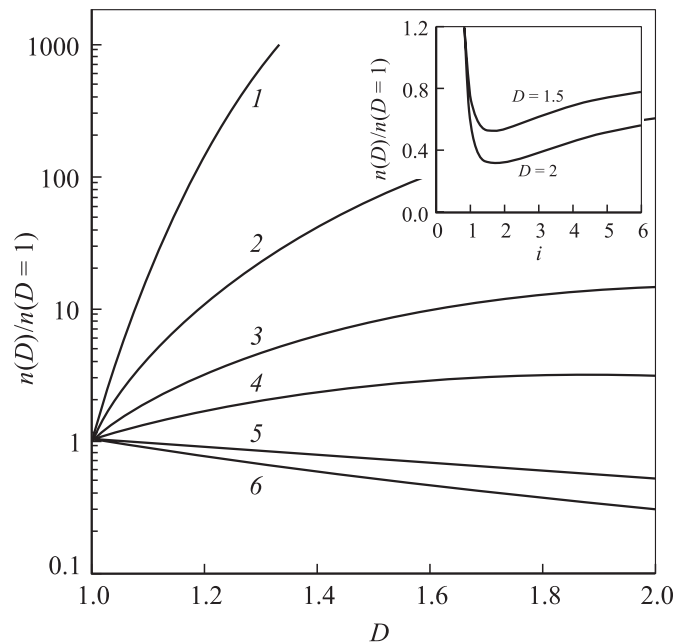
$$n(D) = \frac{B}{\Phi_0} \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{2/D+1} i^{-2/D}\right), \quad (4)$$

которая в частном случае евклидовых кластеров ( $D = 1$ ) сводится к выражению

$$n(D = 1) = (B/\Phi_0) \exp(-3.375/i^2).$$

На рис. 2 показано относительное изменение плотности свободных вихрей  $n(D)/n(D = 1)$  в зависимости от фрактальной размерности при различных транспортных токах. После резистивного перехода, в диапазоне токов  $i > 1$ , при увеличении фрактальной размерности плотность свободных вихрей снижается. Причина этого состоит в том, что с возрастанием фрактальной размерности распределение критических токов (1) расплывается, сдвигаясь в сторону их больших значений. Это приводит к тому, что в распределении токов депиннинга возрастает доля кластеров, наиболее эффективно захватывающих магнитный поток, вследствие чего снижается количество срываемых вихрей. Из-за того что меньшая часть вихрей может двигаться, создается электрическое поле меньшей величины, что, в свою очередь, ведет к ослаблению диссипации. Относительное изменение плотности вихрей зависит от величины транспортного тока (вставка на рис. 2) и в предельном случае максимальной фрактальной размерности ( $D = 2$ ) достигает минимума при  $i = 1.6875$  (кривая *б* на рис. 2 проходит ниже любой другой). В этом случае достигаются максимальное усиление пиннинга и наибольшее ослабление диссипации. Это видно и на вставке рис. 1: при одинаковом транспортном токе напряжение на образце падает при увеличении фрактальной размерности.

В области, предшествующей резистивному переходу ( $i < 1$ ), ситуация меняется: плотность свободных вихрей возрастает с увеличением фрактальной размерности. Несмотря на резкое возрастание относительной плотности вихрей (рис. 2), абсолютное значение концентрации



**Рис. 2.** Изменение плотности свободных вихрей в зависимости от фрактальной размерности кластеров при различной величине транспортного тока: 1 —  $i = 0.4$ ; 2 —  $i = 0.5$ ; 3 —  $i = 0.6$ ; 4 —  $i = 0.7$ ; 5 —  $i = 1$ ; 6 —  $i = 1.6875$ . На вставке показана зависимость плотности свободных вихрей от тока для фрактальной размерности  $D = 1.5$  и  $D = 2$ .

свободных вихрей в этой части ВАХ остается малой и их движение не приводит к разрушению сверхпроводимости. Низкая концентрация вихрей в этой области обусловлена поведением экспоненциально-гиперболического распределения (1) при малых токах: функция накопленной вероятности этого распределения  $F(i)$  является исключительно „плоской“ вблизи начала координат. Все ее производные в точке ( $i = 0$ ) обращаются в нуль:  $d^k F(0)/di^k = 0$  для любого значения  $k$ . Поэтому даже разложение функции  $F(i)$  в ряд Тэйлора в окрестности начала координат сходится к нулевому значению, а не к величине самой  $F$ . Это математическое свойство имеет ясный физический смысл: малые транспортные токи не оказывают существенного воздействия на

захваченный магнитный поток, так как в статистическом распределении относительно мало центров пиннинга со столь малыми критическими токами и срыва вихрей почти не происходит. Заметный срыв вихрей начинается после резистивного перехода, т.е. при  $i > 1$ . Как и для любого жесткого сверхпроводника (2-рода, с центрами пиннинга), наличие диссипации в резистивном состоянии еще не означает нарушения фазовой когерентности. Некоторая диссипация за счет движения незначительного количества свободных вихрей всегда имеется в жестком сверхпроводнике при любых транспортных токах, даже при очень сильном пиннинге. Поэтому критический ток в таких материалах не может быть определен как наибольший бездиссипативный ток. Сверхпроводящее состояние разрушается, лишь когда диссипация лавинообразно возрастает вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

Таким образом, фрактальные свойства кластеров нормальной фазы оказывают значительное влияние на динамику вихрей в сверхпроводниках. На ВАХ сверхпроводников с фрактальной кластерной структурой имеются два характерных участка — до и после резистивного перехода, различающиеся зависимостью плотности свободных вихрей от фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы. При этом фрактальность границ кластеров нормальной фазы ослабляет срыв вихрей после резистивного перехода, увеличивая тем самым токонесящую способность сверхпроводника.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-02-17667).

## Список литературы

- [1] Surdeanu R., Wijngaarden R.J., Dam B., Rector J., Criessen R., Rossel C., Ren Z.F., Wang J.H. // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. N 18. P. 12467–12477.
- [2] Kuzmin Yu.I. // Phys. Lett. A. 2000. V. 267. N 1. P. 66–70.
- [3] Kuzmin Yu.I. // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. N 9. P. 094519 (1–13).
- [4] Kuzmin Yu.I. // Phys. Lett. A. 2002. V. 300. N 4–5. P. 510–517.
- [5] Kuzmin Yu.I. // J. Low Temp. Phys. 2003. V. 130. N 3–4. P. 261–286.
- [6] Кузьмин Ю.И. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. N 17. С. 81–87.
- [7] Kuzmin Yu.I. // Phys. Lett. A. 2001. V. 281. N 1. P. 39–43.
- [8] Sonier J.E., Kiefl R.F., Brewer J.H., Bonn D.A., Dunsiger S.R., Hardy W.N., Liang R., Miller R.I., Noakes D.R., Stronach C.E. // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. N 2. P. R729–R732.



- [9] Mezzetti E., Gerbaldo R., Ghigo G., Gozzelino L., Minetti B., Camerlingo C., Monaco A., Cuttone G., Rovelli A. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 10. P. 7623–7630.
- [10] Prester M. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 5. P. 3100–3103.
- [11] Yamafuji K., Kiss T. // Physica C. 1996. V. 258. N 3–4. P. 197–212.
- [12] Ziese M. // Physica C. 1996. V. 269. N 1–2. P. 35–45.
- [13] Ziese M. // Phys. Rev. B. 1996. V. 53. N 18. P. 12422–12429.
- [14] Indenbom M.V., Konczykowski M., van der Beek C.J., Holtzberg F. // Physica C. 2000. V. 341–348. Part 2. P. 1251–1252.
- [15] Pashitski A.E., Polyanskii A., Gurevich A., Parrell J.A., Larbalestier D.C. // Physica C. 1995. V. 246. N 1–2. P. 133–144.
- [16] Kováč I., Hušek I., Pachla W., Melišek T., Kliment V. // Supercond. Sci. Technol. 1995. V. 8. N 5. P. 341–346.
- [17] Fukumoto Y., Li Q., Wang Y.L., Suenaga M., Haldar P. // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 66. N 14. P. 1827–1829.
- [18] Suenaga M., Fukumoto Y., Haldar P., Thurston T.R., Wildgruber U. // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 67. N 20. P. 3025–3027.
- [19] Polak M., Zhang W., Parrell J., Cai X.Y., Polyanskii A., Hellstrom E.E., Larbalestier D.C., Majoros M. // Supercond. Sci. Technol. 1997. V. 10. N 10. P. 769–777.
- [20] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.
- [21] Prester M. // Supercond. Sci. Technol. 1998. V. 11. N 4. P. 333–357.
- [22] Prester M., Kováč P., Hušek I. // Proc. SPIE. 1998. V. 3481. P. 60–67.