

04:10

## Неустойчивость фронта волны размножения электронов фона

© С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН, Москва  
E-mail: syakov@kapella.gpi.ru

Поступило в Редакцию 20 сентября 2004 г.

Рассмотрена начальная стадия развития неустойчивости фронта ионизационной волны, обусловленной размножением электронов малой фоновой плотности. Найдено выражение для инкремента нарастания малых возмущений как универсальной для данного газа функции напряженности поля, отнесенной к давлению. Проведены расчеты инкремента нарастания неустойчивости для гелия, ксенона азота и гексафторида серы. Получен дополнительный критерий формирования стримера.

### 1. Введение

В работах [1–5] обращено внимание на тот факт, что распространение разряда в плотном газе в ряде случаев определяется не переносом электронов или фотонов, а размножением уже имеющихся электронов малой фоновой плотности. При этом во внешнем электрическом поле, предшествующем пробое, плотность фоновых электронов резко возрастает [2,4,5]. Наиболее интенсивное размножение имеет место вблизи проводящей поверхности, где концентрируется электрическое поле. Поэтому волна размножения часто распространяется в виде сравнительно узких каналов. Такой механизм распространения разряда не зависит от направления электрического поля, что позволяет, в частности, отказаться от известной фотонной гипотезы распространения стримера [6]. Вопрос о распространении волны ионизации в плотном газе важен также для понимания механизма генерации мощных субнаносекундных пучков в газах атмосферного давления [7,8].

В данной работе рассмотрен вопрос об устойчивости фронта волны размножения.

## 2. Волна размножения

**Скорость волны размножения.** В работах [1–5] показано, что распространение волны размножения фона можно описать простой моделью. В рамках этой модели зависимость плотности электронов  $N_e$  от радиус-вектора рассматриваемой точки пространства  $\mathbf{r}$  и времени  $t$  дается выражением

$$N_e(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} N_0 \exp[v_i(E(\mathbf{r}))t] & \text{при } N_0 \exp[v_i(E(\mathbf{r}))t] < N_{cr}, \\ N_{cr}, & \text{при } N_0 \exp[v_i(E(\mathbf{r}))t] \geq N_{cr}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $N_0$  — фоновая плотность плазмы;  $N_{cr}$  — критическая плотность плазмы, при которой электрическое поле полностью экранируется плазмой;  $E$  — напряженность поля;  $v_i$  — частота ионизации.

Скорость фронта волны размножения, полученная на основе (1), имеет вид

$$u_{fr} = \frac{v_i r_0}{\xi(E_0/p)},$$

$$\xi(E_0/p) = 2 \cdot \text{Ln} \cdot \left( \frac{d \ln(u_{de}(E/p)\xi(E/p))}{d \ln(E/p)} \right)_{E/p=E_0/p}. \quad (2)$$

Здесь  $E_0 = E(z(0))$  — напряженность поля на поверхности фронта;  $r_0$  — радиус сферической поверхности, аппроксимирующей фронт;  $p$  — давление нейтрального газа;  $\text{Ln} \equiv \ln(N_{cr}/N_0)$ . Частота ионизации записана как произведение  $v_i = \alpha_i \cdot u_{de}$  коэффициента Таунсенда  $\alpha_i(E, p) = p \cdot \xi(E/p)$  (где  $\xi(E/p)$  — функция, характерная для данного газа) на дрейфовую скорость электронов  $u_{de}(E/p)$ .

Как установлено в недавних работах [9–12] (см. также обзоры [7,8]), зависимость  $v_i(E/p)$  имеет максимум при некотором значении напряженности поля  $E/p = (E/p)_{cr}$ . Ниже мы будем рассматривать не очень большие поля  $E/p < (E/p)_{cr}$ .

**Причины возникновения неустойчивости.** Как видно из (2), в плоском случае ( $r_0 \rightarrow \infty$ ) скорость распространения фронта размножения становится бесконечно большой. Это означает, что ионизация должна происходить сразу во всем объеме. На самом деле объемный механизм ионизации неустойчив. Стример и искровой разряд являются следствием этой неустойчивости.

То, что плоский фронт волны размножения должен быть неустойчив, видно из простых соображений. Пусть по каким-то причинам плоский фронт искажился так, что образовались небольшие выпуклости и ямы. Силовые линии электрического поля концентрируются на выпуклостях. Соответственно вблизи выпуклостей больше скорость размножения и скорость продвижения фронта. Следовательно, выпуклости будут увеличиваться. С ростом выпуклостей поле будет еще больше концентрироваться на них.

Для расчета формы образующегося при этом плазменного сгустка необходимо рассмотрение уравнения (1) совместно с двумерным или даже трехмерным уравнением Лапласа. Ниже мы ограничимся анализом начальной фазы развития неустойчивости, когда возмущение фронта еще можно считать малым. Используемый способ рассмотрения аналогичен подходу, изложенному в книге [6] применительно к другому механизму распространения ионизации.

### 3. Начальная стадия нарастания возмущения

**Выражение для возмущенного потенциала.** В отсутствие возмущения будем считать поверхность фронта волны размножения плоским проводником, распространяющимся вдоль оси  $z$  со скоростью  $v$ . Потенциал на фронте положим равным нулю. В этом случае зависимость невозмущенного потенциала  $\varphi_0$  от координаты и времени определяется выражением:  $\varphi_0 = -E_0 \cdot (z - u_{fr}t)$ , где  $E_0$  — напряженность поля на поверхности фронта.

Рассмотрим малое возмущение поверхности в виде плоской волны с частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$ . Смещение, перпендикулярное поверхности, при этом имеет вид

$$\xi(x, t) = \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)].$$

Здесь  $\xi_0$  — амплитуда смещения.

За счет возмущения возникает небольшая добавка к потенциалу  $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$ . Эта добавка  $\varphi_1$ , как и весь потенциал  $\varphi$ , должна удовлетворять уравнению Лапласа  $\Delta\varphi_1 = 0$ , а также обращаться в нуль при  $z \rightarrow \infty$ . Кроме того, она должна удовлетворять условию равенства нулю потенциала  $\varphi(z) = 0$  на фронте волны размножения, т.е. при  $z = u_{fr}t + \xi = u_{fr}t + \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)]$ . Этим условиям при  $k\xi_0 \ll 1$

удовлетворяет функция  $\varphi_1 = -E_0 \cdot \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t) - k(z - u_{fr}t)]$ . Таким образом, выражение для потенциала имеет вид [6]

$$\varphi = -E_0 \cdot \{ (z - u_{fr}t) - \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t) - k(z - u_{fr}t)] \}. \quad (3)$$

**Инкремент нарастания возмущения.** Условие неизменности потенциала  $\varphi$  на фронте можно записать в виде

$$d\varphi/dt = \partial\varphi/\partial t + (\partial z/\partial t)\partial\varphi/\partial z = \partial\varphi/\partial t + u_{fr}\partial\varphi/\partial z = 0. \quad (4)$$

Если пренебречь зависимостью скорости распространения волны ионизации  $v$  от напряженности поля  $E$ , то, подставляя в (4) выражение для потенциала (3), имеем  $i\omega = 0$ . Иначе говоря, в этом случае малое возмущение  $\xi$  не изменяется со временем. Имеет место безразличное равновесие.

Однако на самом деле скорость волны размножения при не очень сильных полях  $E/p < (E/p)_{cr}$  растет с ростом поля. При малом изменении напряженности поля  $|\nabla\varphi_1|$  имеем

$$u_{fr}(E) = u_{fr}(E_0) + (du_{fr}/dE)|_{E_0} \cdot |\partial\varphi_1/\partial z|.$$

Подставляя это выражение в условие неизменности потенциала на границе (4) и пренебрегая членами порядка малости выше линейного по  $\xi_0$ , получаем

$$\omega = i\gamma, \quad \gamma = k(du_{fr}/dE)|_{E_0} E_0. \quad (5)$$

Величина  $\gamma$  есть инкремент нарастания амплитуды малого возмущения. Тот факт, что он положителен (поскольку положительна производная  $(du_{fr}/dE)_{E_0}$ ), говорит о том, что малое начальное возмущение экспоненциально нарастает. Иначе говоря, имеет место неустойчивость фронта волны размножения.

#### 4. Обсуждение результатов

**Зависимость инкремента от напряженности поля.** С учетом (2) выражение для инкремента нарастания неустойчивости (5) имеет вид

$$\gamma = kr_0 \left( \frac{d}{dE} \frac{v_i}{\xi} \right) \Big|_{E=E_0} E_0. \quad (6)$$

В случае, когда возмущение определяет радиус кривизны развивающейся неоднородности, величина  $kr_0$  порядка единицы.

Используя данные работ [7–12], можно вычислить универсальные зависимости инкремента при  $kr_0 = 1$  от приведенной напряженности поля на фронте:

$$\gamma_0 = \left( \frac{d}{d(E/p)} \frac{v_i}{\xi} \right) \Big|_{E=E_0} \cdot (E_0/p). \quad (7)$$

Результаты расчетов для гелия, ксенона, азота и гексафторида серы представлены на рисунке. Отметим, что при  $E/p < 1/2(E/p)_{cr}$  частота ионизации существенно превосходит инкремент нарастания:  $v_i/\gamma_0 \sim 2\text{Ln} \gg 1$ .

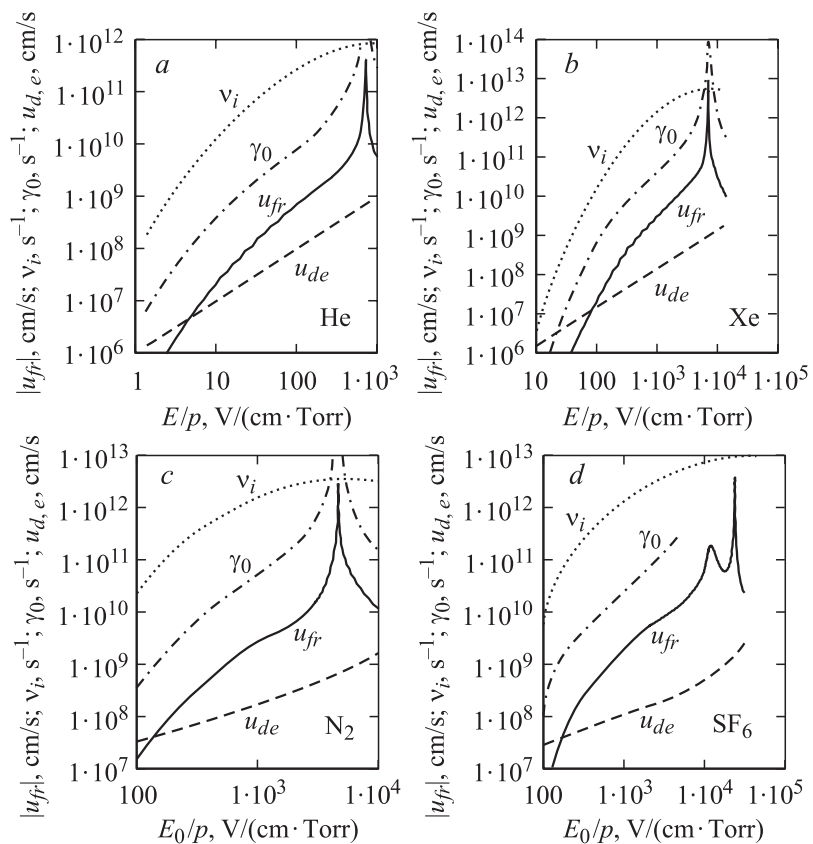
Расчеты показывают, что характерное расстояние, на которое уйдет фронт за время развития неустойчивости  $1/\gamma_0$ , составляет  $u_{fr}/\gamma_0 \approx (0.3 \div 0.8)r_0$ . Это означает, что головка стримера должна распадаться на отдельные отростки с характерным поперечным размером, много меньшим  $r_0$ . Устойчивость стримера на начальной стадии связана, по-видимому, с конечностью экранирующего слоя и проводимости плазмы [6]. В случае волны размножения поперечные размеры неустойчивости ограничены еще расстоянием между частицами фона  $\sim N_0^{-1/3} = 10^{-2}$  см. Отметим также, что в принципе возможно формирование искрового канала в виде жгута из многих тонких нитей.

**О критерии возникновения стримера.** Обычно в качестве критерия перехода лавины в стример используют условие  $\alpha_i \cdot d > 20$ , где  $d$  — расстояние между плоскими электродами. При выполнении этого условия в лавине рождается достаточно большое количество зарядов, чтобы обеспечить высокую концентрацию внешнего электрического поля на ее головке.

По-видимому, это условие, во всяком случае при наличии фоновой ионизации, является недостаточным. На самом деле объемное размножение электронов может произойти быстрее, чем искровой канал замкнет электроды. Критерий, определяющий переход от объемного разряда к искровому пробую, можно записать в виде:

$$\frac{u_{fr}(E_0)}{d} > v_i(E), \quad \text{или} \quad \frac{v_i(E_0)r_0}{v_i(E)\xi(E_0)d} > 1.$$

Здесь  $E$  — напряженность поля между электродами. Она существенно меньше напряженности поля на головке стримера  $E_0$ .



Зависимость инкремента нарастания  $\gamma_0$ , скорости фронта ионизации  $v$ , дрейфовой скорости электронов  $u_{de}$  и частоты ионизации  $\nu_i$  от приведенной напряженности электрического поля  $E/p$  для гелия (a), ксенона (b), азота (c) и гексафторида серы (d),  $p = 1$  atm,  $L_n = 18.4$ ,  $r_0 = 0.1$  cm,  $p = 1$  atm.

Итак, если напряженность поля в объеме достаточно высока, чтобы обеспечить быстрое объемное размножение электронов, искровой канал может не успеть возникнуть. Разумеется, для этого поле в объеме должно быть сформировано достаточно быстро, чтобы искровой пробой не произошел на стадии роста напряженности поля. Иначе говоря, фронт подаваемого на электроды напряжения должен быть достаточно крутым.

## 5. Заключение

Таким образом, фронт волны размножения неустойчив относительно малых возмущений, образующих выступы или провалы. Инкремент нарастания неустойчивости можно определить как универсальную для данного газа функцию приведенной напряженности поля. Неустойчивость фронта размножения приводит, в частности, к образованию стримера.

Работа поддержана МНТЦ, проект № 2706.

## Список литературы

- [1] Яковленко С.И. // Кр. сообщ. по физ. ФИАН. 2003. № 10. С. 27–36.
- [2] Яковленко С.И. // Кр. сообщ. по физ. ФИАН. 2004. № 2. С. 22–28.
- [3] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 9. С. 12–20.
- [4] Яковленко С.И. // Электронный журнал „Исследовано в России“. 2004. В. 9. С. 86–100. <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/009.pdf>
- [5] Яковленко С.И. // ЖТФ. 2004. Т. 34. В. 9. С. 47–54.
- [6] Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б. Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
- [7] Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И. // УФН. 2004. Т. 174. В. 9. С. 953–971.
- [8] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. Runaway of Electrons in Dense Gases and Mechanism of Generation of High-power Subnanosecond Beams / Central European Journal of Physics (CEJP). 2004. V. 2(4). P. 579–635.
- [9] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. В. 5. С. 264–269.
- [10] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 16. С. 54–62.
- [11] Бойченко А.М., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 78. В. 11. С. 1223.
- [12] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 7. С. 14–24.