

04

## Критерий обращения электрического поля в отрицательном свечении короткого тлеющего разряда

© А.А. Кудрявцев, Н.Е. Тоинова

С.-Петербургский государственный университет  
E-mail: akud@ak2138.spb.edu

Поступило в Редакцию 23 декабря 2004 г.

Выполнен анализ и предложены простые аналитические формулы для оценки положения точки обращения поля в коротком (без положительного столба) тлеющем разряде по затабулированным в литературе данным для коэффициентов ионизации быстрых электронов в поле.

Возможность обращения знака аксиального электрического поля в отрицательном свечении (NG) тлеющего разряда постоянного тока давно обсуждалась в литературе [1,2]. К настоящему времени наличие этого любопытного физического явления доказано экспериментально [3] и неоднократно получено при моделировании (см., например, [4,5]). Положение  $x_m$  точки обращения поля определяет долю ионов, возвращающихся на катод. Поскольку число этих ионов часто больше, чем родившихся в катодном слое [6,7], то знание  $x_m$  необходимо для корректной формулировки условия самоподдержания разряда.

В [6] была развита самосогласованная аналитическая модель, учитывающая нелокальную ионизацию. Было указано, что в первую очередь ситуация зависит от соотношения между длинами пробега быстрых электронов  $\Lambda_f$  и межэлектродного промежутка  $L$ . Однако в [6] не были приведены конкретные выражения для  $x_m$ . Более того, в уравнение для определения  $x_m$  (см. формулу (42) в [6]) вкралась ошибка, так что его нельзя рекомендовать для расчетов.

В [7], на основе выражения для самосогласованного поля из [1], была получена аналитическая зависимость для  $x_m$  в виде

$$x_{mb} = d + \lambda / \ln \left( \frac{\lambda}{(L-d)} \left( 1 - \exp \left( -\frac{(L-d)}{\lambda} \right) \right) \right), \quad (1)$$

где  $d$  — толщина слоя катодного падения,  $L$  — межэлектродное расстояние,  $\lambda$  — масштаб спада источника нелокальной ионизации в отрицательном свечении ( $x \geq d$ ), для которого в [7] была выбрана аппроксимация

$$Z_b(x) = s_m \exp(-(x-d)/\lambda) = s_m a(x), \quad x \geq d. \quad (2)$$

Расчеты  $x_m$  по (1), выполненные в работе [8], показали отличное совпадение с результатами используемой в [8] модели для исследуемого там тлеющего разряда в аргоне. При этом значения характерной длины ионизации  $\lambda$  определялись по спаду профиля скорости возбуждения в отрицательном свечении, т.е. результатом полного моделирования разряда, включающего описание быстрых электронов методом Монте-Карло. Поскольку предварительно в каждом конкретном случае требуется проведение трудоемких вычислений, эта процедура, к сожалению, не дает возможности непосредственно предсказать значение  $x_m$  для других разрядных условий. В принципе, из Монте-Карло симуляций можно получить аппроксимационные формулы для определения  $\lambda$  в любых интересующих газах и их смесях. Наиболее последовательно этот подход развит в [9], где для условий аномального разряда  $pd < (pd)_n$  представлены значения  $\lambda$  для четырех газов: аргона, гелия, азота и силана. Что касается других условий и газов, то пока в литературе нет данных для оценки длины  $\lambda$ .

В данной работе выполнен анализ и предложены простые аналитические формулы для оценки положения точки обращения поля по хорошо известным данным [1,2] о зависимости таунсендовских коэффициентов ионизации от поля.

Физическая причина обращения поля связана с нелокальностью ионизации в области плазмы с малым полем, которую производят быстрые электроны, родившиеся в катодном слое (см., например, [1–7]). Сильная (экспоненциальная) зависимость таунсендовского коэффи-

циента  $\alpha$  от  $E/p$

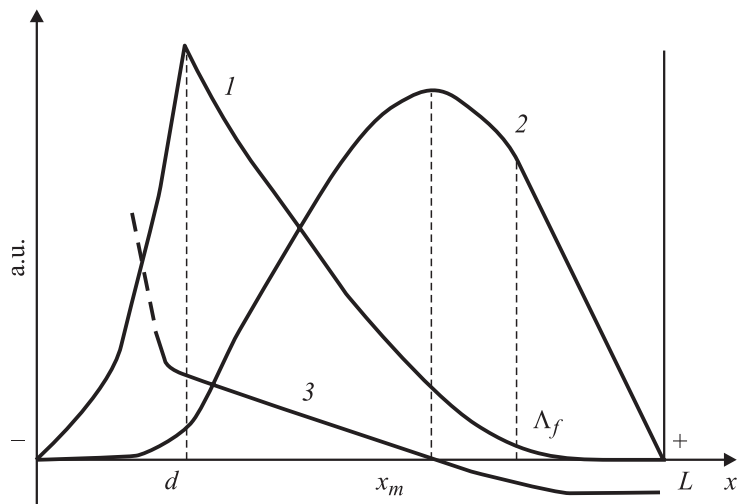
$$\alpha/p = A \exp(-Bp/E) \quad (3)$$

( $A, B$  — константы, которые затабулированы для большинства газов [1,2]) приводит к неустойчивости катодного слоя и формированию катодного пятна, плотность тока в котором (нормальная) соответствует „выключению“ зависимости  $\alpha$  от  $E/p$  [10]. В таких полях скорость ионизации в данной точке определяется не полем здесь, а разностью потенциалов, которую прошли электроны, попавшие сюда с места старта, т.е. является нелокальной. Обычно для описания используют расчеты по методу Монте-Карло или прямое решение кинетического уравнения. К сожалению, отсутствие надежных данных о полном наборе необходимых сечений элементарных процессов (особенно их угловых зависимостей) делает точность расчетов во многом иллюзорной.

В данной работе при описании быстрых электронов с энергией  $w \gg \varepsilon_i$  будем использовать понятие силы торможения  $F(w)$ , так что характеристики ионизации определяются не локальным значением  $(E/p)$ , а энергиями электронов, т.е. их EDF. Согласно многочисленным расчетам,  $F(w)$  слабо меняется с энергией при  $w \leq 1000$  eV, и мы будем считать ее постоянной (подробнее см. [6,10]). Эти условия соответствуют точке перегиба („насыщению“) зависимости (3)  $\alpha$  от  $E/p$ , которые достигаются в поле  $(E/p)_m = B$ . Это же условие примерно соответствует условию убегания электронов [6,10]. Электрон с начальной энергией, соответствующей катодному падению потенциала  $U_c$ , проходит путь

$$\Lambda_f = eU_c/E_m = eU_c/(pB), \quad (4)$$

пока его ионизационная способность не будет „использована полностью“. Эта длина для нормального разряда соответствует значению напряжения в точке минимума кривой Пашена [1,10]. Отметим, что длина  $\Lambda_f$  определяет длину  $\Lambda_f - d$  плазменной области отрицательного свечения [1,6]. Поскольку в тлеющем разряде длина  $\Lambda_f > d$  — толщины катодного слоя, то значительная часть ионизации происходит нелокально в плазме. При  $x = \Lambda_f$  (4) останавливаются самые энергичные электроны, эмитированные катодом, и справа от этой точки начинается фарадеево темное пространство (рис. 1). Электроны, которые образуются в плазме отрицательного свечения, где поле мало, не способны к дальнейшей ионизации. Поэтому ионизация здесь определяется только быстрыми электронами, пришедшими из катодного слоя, и падает с



**Рис. 1.** Профили источника ионизации  $Z(x)$  (кривая 1), концентрации плазмы  $n(x)$  (кривая 2), поля  $E(x)$  (кривая 3) в коротком тлеющем разряде.

расстоянием. Этот источник ионизации  $Z(x)$  можно аппроксимировать в виде (2), а для грубой оценки длины  $\lambda$  можно использовать

$$\lambda \approx \Lambda_f / 2 = U_c / 2pB, \quad (5)$$

которая соответствует спаду интенсивности источника (2) примерно в  $e^2 \approx 10$  раз.

Величина и направление самосогласованного поля в плазме определяются условием квазинейтральности. На катоде доминирует ионный ток, трансформация которого в электронный ток, являющийся главным вдали от катода, обусловлена ионизацией. Так как нелокальная ионизация в плазме составляет значительную долю от полной ионизации во всей прикатодной области [7,8], то ионный ток, который поступает из плазмы в катодный слой и далее на катод, порядка полного тока разряда. В отличие от катодного слоя, где поле сильное, этот ионный ток транспортируется в плазме отрицательного свечения относительно слабым механизмом амбиполярной диффузии. Поэтому градиент концентрации к катоду в плазме отрицательного свечения должен быть велик. Чтобы

транспортировать большой ионный ток (составляющий значительную долю от полного), в глубине плазмы при  $x = x_m > d$  должен иметь место большой максимум концентрации  $n_m$ , на порядки превышающий концентрации как в слое, так и в положительном столбе разряда. Если ее спад к аноду не слишком пологий, то в точке  $x_m$  формируется обращенное поле (направленное к аноду), задерживающее электронную диффузию (рис. 1). Возникает потенциальная яма для электронов, а движение ионов соответствует амбиполярной диффузии [1,6]. При этом точка максимальной концентрации соответствует, с точностью до незначительного (порядка отношения подвижностей ионов и электронов  $b_i/b_e \ll 1$ ) сдвига по отношению к аноду, точке обращения поля [7]. По сути, это условие и использовалось в [6,7] для нахождения  $x_m$ . Близость между точкой обращения поля и положением максимума концентрации наблюдалась в эксперименте [3] и в расчетах [4,5].

Таким образом, задача нахождения обращения поля в отрицательном свечении сводится к нахождению точки максимума концентрации плазмы. Для ее определения будем исходить из уравнения амбиполярной диффузии. Как и в [6,7], будем рассматривать простейший случай короткого разряда (т.е. разряда без положительного столба) между плоскопараллельными электродами. В этом случае для простой однокомпонентной плазмы с независимыми от поля и плотности подвижностями имеем

$$\frac{d}{dx} D_a \frac{dn}{dx} + Z(x) = 0, \quad (6)$$

где  $D_a = D_i(1 + T_e/T)$  — коэффициент амбиполярной диффузии, а  $Z(x)$  — источник ионизации. Нелокальность ионизации, т.е. присутствие быстрых (способных к ионизации) электронов не только в слое, но и в плазме, приводит к ненулевому источнику  $Z(x)$  в (6) (рис. 1). Поскольку большинство электронов в плазме отрицательного свечения являются запертыми, то электрическое поле их не греет и в первом приближении коэффициент амбиполярной диффузии можно считать постоянным. Так как концентрация ионов в слоях относительно мала, на (6) можно наложить нулевые граничные условия на границе катодного слоя и на аноде:  $n(d) = n(L) = 0$ . При этом распределение  $n(x)$  по (6) имеет максимум, так что ионы, образовавшиеся при  $x > x_m$ , движутся к аноду; образовавшиеся при  $x < x_m$  — возвращаются на

катод (рис. 1). Положение этого максимума можно найти, зная профиль источника ионизации  $Z(x)$ .

При подстановке в (6)  $Z(x)$  в виде (2) для профиля концентрации получим соотношение (19) из [7], а положение точки  $x_m$  будет выражаться формулой (1), т.е. совпадать с приведенным в [7].

Чтобы предельно упростить задачу, выберем профиль источника в (6) постоянным  $Z(x) \approx Z_0 = \text{const}$  до  $x \leq \Lambda_f$  и нулем при  $\Lambda_f < x < L$  [6]. Тогда из (6) получим для  $x_m$  простую формулу

$$x_{mc} = \begin{cases} (2L\Lambda_f - \Lambda_f^2 - d^2)/(2(L-d)), & \Lambda_f \leq L \\ (L+d)/2, & \Lambda_f \geq L \end{cases}. \quad (7)$$

Таким образом, при заданных  $d$ ,  $L$ ,  $U_c$  по (1) и (5) (или (7) и (4)) легко оценить положение  $x_m$  для всех газов, для которых имеются за tabулированные в литературе значения  $B$  (например, в [1,2]).

В силу интегральной зависимости решение уравнения диффузии, как известно, слабо зависит от формы источника. Поэтому следует ожидать слабую зависимость  $x_m$  от профиля  $Z(x)$  в (6), т.е. результаты расчетов по (1) и (7) также не должны сильно различаться. Для проверки этого и оценки возникающих погрешностей будем использовать простейшую связь (5) между  $\lambda$  и  $\Lambda_f$ . Кривая 1 на рис. 2 представляет собой зависимость отношения  $(x_{mb} - d)/(L - d)$  от параметра  $\Lambda = \lambda/(L - d)$ , соответствующую рис. 1 в [7]. Из (7) в предположении  $d/L \ll 1$  получим зависимость

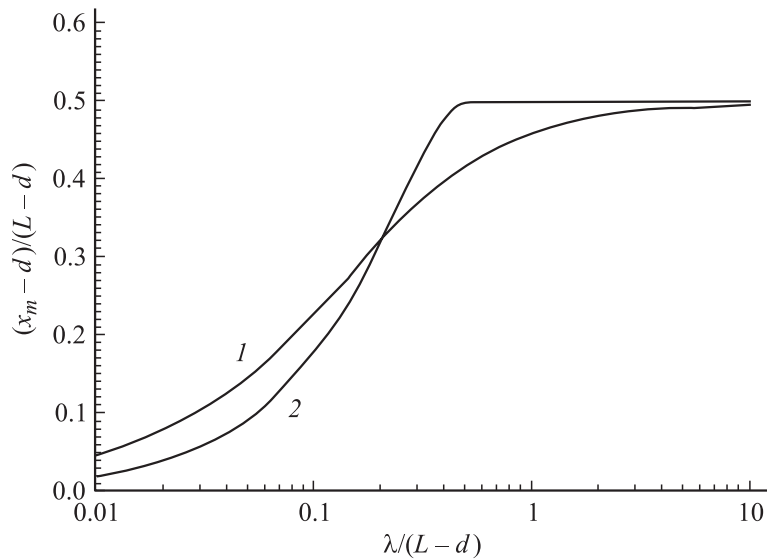
$$(x_{mc} - d)/(L - d) \approx \begin{cases} 2\Lambda(1 - \Lambda), & \Lambda \leq 1/2 \\ 1/2, & \Lambda \geq 1/2 \end{cases}, \quad (8)$$

представленную кривой 2 на рис. 2.

При  $\Lambda \geq 1/2$  кривая 2 соответствует асимптотике для разрядов, пробой и развитие которых происходит по левой ветви кривой Пашена ( $\Lambda_f > L$ ). Из (6) для этого случая имеем параболический профиль концентрации плазмы

$$n_m = Z_0(L - d)^2/8D_a \quad (9)$$

с максимумом концентрации (9) примерно посередине разрядного объема  $x_m = (L + d)/2$ .



**Рис. 2.** Положение точки обращения поля по формулам (1) (кривая 1) и (9), (10) (кривая 2).

Согласно (9), половина ионов, родившихся в плазме, при этом возвращается обратно на катод, а остальные уходят на анод. То же асимптотическое значение для  $x_m$  следует и из (1) при  $\lambda \gg L$ .

С ростом  $L \gg \Lambda_f$  точка  $x_{mc}$  из (7) приближается к границе  $x_{mc} \approx \Lambda_f$  между отрицательным свечением и фарадеевым темным пространством и все большая часть ионов возвращается из плазмы на катод. Соответственно из (1) при  $\lambda \ll L$  следует асимптотика  $x_{mb} \approx d + \lambda / \ln((L - d)/\lambda)$ , которая дает несколько меньшее, чем (7), значение  $x_m$ .

Как видно из рис. 2, формулы (1) и (7) в достаточно широком диапазоне условий неплохо соответствуют друг другу. Далее сравним оценки по (1), (5) и (7), (4) с данными [4,5] для аргона с  $B = 180 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$  из [1].

Симуляции по многопучковой (multibeam) модели, представленные на рис. 10 из [4] для условий ( $p = 0.6 \text{ Torr}$ ,  $L = 2 \text{ cm}$ ,  $d = 0.22 \text{ cm}$ ,

Результаты сопоставлений с данными [5].

$U_c, \text{V}$	$d, \text{cm}$	$x_m, \text{cm}$	$\Lambda_f, \text{cm}$	$x_{mb}, \text{cm}$	$x_{mc}, \text{cm}$
125.8	0.59	0.86	0.7	0.75	0.68
124	0.44	0.63	0.69	0.66	0.63
123.9	0.4	0.6	0.69	0.63	0.62
138.9	0.34	0.34	0.77	0.53	0.58

$U_c = 300 \text{ V}$ ), дают расчетное значение  $x_m = 1.02 \text{ cm}$ . Для этих условий из (4)  $\Lambda_f \approx 2.8 \text{ cm} > L$ , так что как  $x_{mb} = 1.05 \text{ cm}$ , так и  $x_{mc} = 1.1 \text{ cm}$  хорошо соответствуют полученным в [4].

Сравнение с результатами оценок для данных табл. 1 из [5] ( $p = 1 \text{ Torr}, L = 1 \text{ cm}$ ), представленное в таблице, указывает на хорошее соответствие оценок как  $x_{mb}$ , так и  $x_{mc}$ .

Для применения оценок по простым формулам (1), (7) необходимо, чтобы поперечный размер был  $R \gg \Lambda_f - d$ , а давление не было слишком большим, т.е. чтобы характерная длина объемной рекомбинации  $l_r = \sqrt{D_a \tau_r}$  превышала продольный размер  $l_r \gg \Lambda_f - d$  ( $\tau_r = 1/(\beta n_e)$ ), где  $\beta$  — коэффициент рекомбинации. В этом случае длины разряда недостаточно для образования положительного столба, а геометрию можно считать одномерной.

Таким образом, можно рекомендовать следующую процедуру приближенного нахождения точки обращения поля в коротком тлеющем разряде ( $R, l_r \gg L$ ). По значению катодного падения  $U_c$  и табличным данным для константы  $B$  аппроксимации (3) для  $\alpha$  от  $E/p$  оценивается длина пробега быстрых электронов (4)  $\Lambda_f = eU_c/(pB)$ . Далее по формуле (7) или (1), (5) оценивается длина  $x_m$ .

Для рассматриваемых здесь коротких разрядов необходимо принимать во внимание следующие важные обстоятельства [6,10]. Электронный ток можно разделить на диффузионную и дрейфовую компоненты лишь в случае, когда характерный масштаб потенциальной ямы для электронов  $L-d$  превышает длину энергетической релаксации электронов  $\lambda_e$  [6]. Если же длина  $L-d$  окажется меньше, чем  $\lambda_e$ , то разделение тока на диффузию и дрейф теряет смысл и необходим кинетический анализ. В атомарных газах  $\lambda_e \approx \lambda/\sqrt{2m/M} > 100\lambda$ , так что условие  $L-d > \lambda_e$  выполняется лишь при  $pL > 10 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ . К сожалению,



в большинстве исследуемых коротких тлеющих разрядов условия не удовлетворяют этому неравенству.

Авторы выражают глубокую благодарность Л.Д. Цендину за стимулирующие обсуждения.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF RP-1-567-ST-03. А.А. Кудрявцев также благодарит за поддержку грант ISTC № 3098.

## Список литературы

- [1] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. (Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н. // ТВТ. 1991. Т. 29. № 6. С. 1041–1053).
- [2] Энгель. Ионизованные газы. М.: Физматгиз, 1959. 332 с.
- [3] Gottscho A., Mitchell A., Scheller G.R., Chan Yin-Yee, Graves D. // Phys. Rev. A. 1989. V. 40. N 11. P. 6407–6414.
- [4] Surendra M., Graves D.B., Jellum G.M. // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. N 2. P. 1112–1125.
- [5] Fiala A., Pichford L.C., Boeuf J.P. // Phys. Rev. E. 1984. V. 49. N 6. P. 5607–5622.
- [6] Kolobov V.I., Tsendin L.D. // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. P. 7837–7850.
- [7] Boeuf J.P., Pichford L.C. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995. V. 28. P. 2083–2088.
- [8] Maric D., Kutasi K., Malovic G., Donko Z., Petrovic Z.Lj. / Eur. Phys. J. 2002. V. 21. P. 73–81.
- [9] Peres I., Ouadoudi N., Boeuf J.P., Pichford L.C. // J. Appl. Phys. 1992. V. 72. P. 4533–4537.
- [10] Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д. Тлеющий разряд постоянного тока. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. акад. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Кн. II. С. 18–28.