*06*

# Статистика образования мезоплазменных каналов в тонких полупроводниковых пленках при стабилизации теплового пробоя

© *Н.В. Андреева, Ю.П. Вирченко*

Белгородский государственный университет
E-mail: virch@bsu.edu.ru

*Поступило в Редакцию 23 августа 2005 г.*
*В окончательной редакции 2 ноября 2005 г.*

На основе феноменологической модели развития теплового пробоя в полупроводниковых пленках показано, что в режиме стабилизации пробоя и образования мезоплазменных каналов возможно существенно различное наблюдаемое на эксперименте среднее число каналов. В рамках простейшей модели вычислено распределение вероятностей для числа светящихся каналов, которые возникают из тепловых флуктуаций на пленке.

PACS: 68.60.Dv, 81.05.Hd

В настоящей работе намечен теоретический подход к описанию статистики наблюдаемых мезоплазменных каналов, образующихся в тонких полупроводниковых пленках при стабилизации теплового пробоя. Мы исходим из модели, предложенной в [1,2]. Она аналогична модели, возникающей в теории В.А. Фока [3] теплового пробоя в диэлектриках. В отличие от этой теории мы учитываем, что при развитии пробоя напряжение, падающее на пленку, не является постоянным, а изменяется самосогласованно вследствие увеличения ее проводимости и перераспределения падения напряжения между элементами электрической цепи. Именно наличие этого эффекта приводит к тому, что, как показано в [4], возникает возможность стабилизации теплового пробоя при достаточно большой величине внешнего по отношению к пленке активного сопротивления. В результате стабилизации на пленке возникают области малых размеров, порядка так называемой фундаментальной длины [1], в которых температура существенно более высока по сравнению с окружающим ее тепловым фоном. Именно эти перегретые области могут наблюдаться экспериментально [5] в виде светящихся точек на пленке и называются мезоплазменными каналами. В зависимости от внешних условий среднее число возникающих на пленке каналов может быть существенно различным [6]. В частности, в работе [5] после некоторого переходного процесса, как правило, наблюдался один канал. Зависимость среднего числа каналов от внешних условий нуждается в объяснении. Так как каналы зарождаются на случайных тепловых флуктуациях достаточно большой величины, то их число по своей природе случайно и поэтому его среднее значение оценивается на основе распределения вероятностей этой случайной величины. Само распределение в этом случае должно зависеть от внешних параметров, изменяемых на эксперименте. Таким образом, для объяснения экспериментальных результатов необходимо установить распределение вероятностей случайного числа каналов и его зависимость от параметров. Мы предлагаем подход к решению такой задачи и приводим его результат в простейшем модельном случае.

Рассмотрим тепловые флуктуации, из которых развивается пробой, т. е. малые пространственные области на пленке со случайной температурой в них, большей фоновой $T_0$. Их величины будем считать статистически независимыми в момент зарождения пробойного режима — стремительного роста их температуры. Эту независимость мы связываем с малой плотностью флуктуаций на пленке. При стабилизации режима пробоя некоторые из флуктуаций, достаточно большой величины, превращаются в каналы с повышенной температурой и, как следствие, электропроводностью [1]. Из-за наличия конкуренции между каналами по величине электропроводности, которая связана с возрастающей зависимостью электропроводности от температуры, не все флуктуации превращаются в мезоплазменные каналы, величина некоторых из них может не достигать, той температуры $T_*$ зажигания, при которой их свечение становится наблюдаемым. Требуется найти распределение вероятностей для числа $n$ зажженных каналов в условиях, когда число $N$ начальных флуктуаций велико $\propto 10^4$. Эта величина нами связывается с плотностью дислокаций.

Изменение распределения температуры $T(\mathbf{x}, t)$ в пленке со временем описываем уравнением теплопроводности с источником джоулева тепла [1,2]

$$\rho c\dot{T} = \nabla\big(\kappa(T)\nabla T\big) + \sigma(T)E^2(t), \tag{1}$$

где $\rho$ — плотность, $c$ — удельная теплоемкость на единицу массы, $\kappa(T)$ — коэффициент теплопроводности, $\sigma(T)$ — удельная электропроводность и

$$E(t) = E\left(1 + \left(\overline{\sigma}|\Sigma|\right)^{-1}\int\limits_{\Sigma}\sigma\big(T(\mathbf{y},t)\big)d\mathbf{y}\right)^{-1},$$

падение напряжения на пленку, где $E$ — электродвижущая сила, $\overline{\sigma}$ — средняя электропроводность цепи, а интегрирование производится по плоскости пленки $\Sigma$. Мы используем простейшие модельные зависимости $\kappa(T)$, $\sigma(T)$, приводящие к неустойчивости [2], которая развивается в тепловой пробой, $\kappa(T) = \kappa$, $\sigma(T) = \sigma_0 + \sigma'(T - T_m)$, $\sigma' > 0$. Если флуктуации отсутствуют, то $T(\mathbf{x}, t) = T_0(t)$, где $\dot{T}_0 = \sigma(T_0)E^2(t)$. Решения этого уравнения представляют собой медленные функции времени по сравнению с характерным временем пробоя, поэтому далее зависимостью температуры теплового фона $T_0(t)$ от времени пренебрегаем и вводим отклонение $\Theta(\mathbf{x}, t) = T(\mathbf{x}, t) - T_0(t)$, которое подчинено уравнению $\rho c\dot{\Theta} = \kappa\Delta\Theta + \sigma' E^2(t)\Theta(t)$. Будем считать, что $\Theta(\mathbf{x}, t)$ есть сумма независимых тепловых флуктуаций, $\Theta(\mathbf{x}, t) = \sum\limits_i \Theta_i(\mathbf{x}, t)$. Кроме того, мы считаем, что в процессе эволюции они не взаимодействуют. Так как температуры флуктуаций при превращении их в мезоплазменные каналы намного превосходят температуру фона, то естественно описывать их эволюцию более грубым образом, посредством эффективных температур флуктуаций $\Theta_j(t)$, усреднив $\Theta_j(\mathbf{x}, t)$ по областям их сосредоточения. В результате из (1) получается система уравнений для функций $\Theta_i(t)$, $j = 1, 2, \ldots, N$:

$$\rho c\dot{\Theta}_i = -\frac{2\kappa_0}{r_0^2}\Theta_i + \sigma' E^2(t)\Theta_i,$$

где $N$ — число флуктуаций, $r_0$ — радиус типичного теплового канала. После усреднения $E(t)$ определяется формулой

$$E(t) = E\left(1 + \frac{\sigma(T_0)}{\overline{\sigma}}\right)^{-1}\left(1 + \eta\sum_{i=1}^{N}\Theta_i(t)\right)^{-1},$$

$$\eta = \frac{\sigma'\pi r_0^2}{\big(\sigma(T_0) + \overline{\sigma}\big)|\Sigma|}.$$

Вводя положительные параметры

$$a = \frac{2\kappa_0}{c\rho r_0^2}, \qquad b = \frac{\sigma' E^2}{c\rho\big((1 + \sigma(T_0))/\overline{\sigma}\big)^2},$$

получим динамическую систему для ансамбля флуктуаций

$$\dot{\Theta}_i = -a\Theta_i + b\Theta_i\left(1 + \eta\sum_{j=1}^{N}\Theta_j\right)^{-2}, \qquad i = 1, \ldots, N. \tag{2}$$

Она имеет тривиальную неподвижную точку $\Theta_j = 0,\ j = 1, \ldots, N$ и непрерывное многообразие неподвижных точек, которое представляет собой участок гиперплоскости $\sum\limits_{j=1}^{N}\Theta_j = \Theta_\infty,\ \Theta_\infty = \eta^{-1}[(b/a)^{1/2} - 1]$, вырезаемый сектором $\Theta_j \geqslant 0,\ j = 1, \ldots, N$. Первая, неустойчивая точка соответствует тепловому равновесию на пленке. При возникновении флуктуации $\Theta_j > 0$ траектория системы стремится к одной из устойчивых неподвижных точек на гиперплоскости. Если температура плавления $T_{mel}$ такова, что $T_{mel} - T_0 < \Theta_\infty$, то может произойти тепловой пробой пленки — по крайней мере, одна из флуктуаций превратится в проплавленный канал на пленке. Если же указанная разность превосходит $\Theta_\infty$, то пробоя не произойдет — система стабилизируется. По достижении флуктуацией температуры $T_*$ начинает светиться связанный с ней канал. Пусть $\Theta_* = T_* - T_0 < \Theta_\infty$. Если $\Theta_* \ll \Theta_\infty$, то будут светиться все каналы, так как при стремлении траектории системы (1) к любой из неподвижных точек все $\Theta_j(t)$ пересекут уровень $\Theta_*$. Рассмотрим противоположный случай $\Theta_* \approx \Theta_\infty$. Пусть флуктуации $\Theta_j(0),\ j = 1, \ldots, N$ независимы и распределены для простоты с плотностью $f(\theta) = \theta_0^{-1}\exp(-\theta/\theta_0)$, где $\theta_0$ — средняя величина флуктуаций, $\theta_0 \ll \Theta_*$. Тогда вероятность $P_N(n)$ события, при котором предельная точка $\Theta_j(\infty),\ j = 1, \ldots, N$ траектории такова, что зажжется ровно $n$ каналов, получающихся из $N$ флуктуаций на пленке, выражается интегралом по значениям $\theta_k,\ k = 1, \ldots, N$ из фазового пространства величин $\Theta_k(0)$,

$$P_N(n) = \binom{N}{n}\int\limits_0^{\Theta_*}\left(\prod_{k=1}^{N} f(\theta_k)\right)\left(\prod_{k=1}^{n}\chi\big(\Theta_k(\infty) - \Theta_*\big)\right) \times \left(\prod_{k=n+1}^{N}\chi\big(\Theta_* - \Theta_k(\infty)\big)\right)d\theta_1 \ldots d\theta_N. \tag{3}$$

Здесь $\chi(\cdot)$ — функция Хевисайда и $\Theta_j(\infty),\ j = 1, \ldots, N$ функции от начальных данных $\theta_1, \ldots, \theta_N$. Так как система (2) точно интегрируема, то эти функции находятся явно

$$\Theta_j(\infty) = \Theta_\infty \theta_j \left( \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k \right)^{-1}. \qquad (4)$$

Подставляя (4) в (3) и заменив функции Хевисайда их Фурье-представлениями, мы получаем многократный интеграл типа некоторой статистической суммы. Его вычисление методом перевала при $N \to \infty$, $\theta_0/\Theta_* \to 0$ приводит в главном приближении к пуассоновскому распределению $P_N(n) \propto \frac{\nu^n}{n!} \exp(-\nu)$ с показателем $\nu = N \exp(-\Theta_*/\theta_0)$ посредством преобразований аналогичных тем, на основе которых получается предельная теорема Пуассона. Существенно, что среднее число каналов $\nu$ зависит только от числа флуктуаций $N$, и отношение температуры зажигания (она может изменяться в широких пределах, начиная с $\approx 3 \cdot 10^2$ K) к амплитуде $\sim 1 \div 3 \cdot 10$ K тепловых флуктуаций совершенно не зависит от собственных характеристик вещества, которые заключены в параметрах динамической системы (2), лишь бы они обеспечили наличие режима стабилизации пробоя [4].

Изменяя плотность тепловых флуктуаций посредством изменения чистоты пленок и температуру зажигания, можно получить в результате совершенно разное наблюдаемое в среднем число каналов: от одного [5], когда $\nu \ll 1$, до большого их числа, порядка $\nu$ при $\nu \gg 1$ [6].

## Список литературы

[1] *Virchenko Yu.P., Vodyanitskii A.A.* // Functional Materials. 2001. V. 8. N 3. P. 428–434.
[2] *Virchenko Yu.P., Vodyanitskii A.A.* // Functional Materials. 2002. V. 9. N 4. P. 601–607.
[3] *Fock V.A.* // Arkhif fur Electrotechnik. 1927. V. 19. P. 71–96.
[4] *Andreyeva N.V., Virchenko Yu.P.* Problems of atomic science and technology NASU. 2004. N 5. P. 126–128.
[5] *Puritis T., Volks D., Kaupuzs J.* // Solid-State Electronics. 1995. V. 38. N 1. P. 258–260.
[6] *Грехов И.А., Серёжкин Ю.Н.* Лавинный пробой $p-n$-перехода в полупроводниках. Л.: Энергия. Ленингр. отд., 1980. 152 с.