

05.4:09

## Моделирование входных цепей сверхвысокочастотного усилителя на джозефсоновских переходах

© О.Г. Вендик, А.Н. Васильев

С.-Петербургский электротехнический университет „ЛЭТИ“

E-mail: VAN1708@mail.ru

Поступило в Редакцию 24 ноября 2005 г.

Рассмотрена аналитическая модель SQUID (SQUID — superconducting quantum interference device) усилителя с двойными джозефсоновскими переходами. Эквивалентная схема представляет собой длинную линию передачи, связанную с нагрузкой через взаимную индуктивность, изменяющуюся вдоль линии передачи. Результат аналитической модели согласуется с численным расчетом. Анализ показал, что согласование может быть достигнуто при условии, что электрическая длина спиральной микрополосковой линии с холостым ходом на конце приблизительно равна четверти длины волны в этой линии.

PACS: 72.30.+q, 74.50.+g

### 1. Введение

Одним из важных направлений развития электроники СВЧ (сверхвысоких частот) является разработка усилителей с весьма низким уровнем шума. Усилитель на двойных джозефсоновских переходах [1–3] может успешно конкурировать с полупроводниковыми усилителями, охлажденными до температуры жидкого гелия, даже в том случае, если джозефсоновские переходы получены на основе высокотемпературных сверхпроводников и работают при температуре жидкого азота. СВЧ усилители на основе джозефсоновских переходов принято называть SQUID усилителями. Малые собственные шумы СВЧ SQUID усилителей позволяют использовать их для радио астрономии, где нужны приемные устройства с очень низкими шумами.

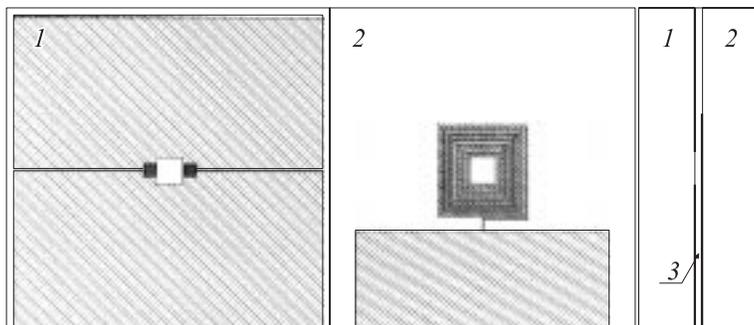
В первых SQUID усилителях в качестве входной цепи использовалась спиральная катушка с заземлением в центре спирали. Это приводило к необходимости делать соединение в виде „воздушного моста“ [1]. В более современных SQUID усилителях для входной

цепи использовалась также линия передачи в виде спирали, однако спираль была разомкнута в центре, т.е. имела холостой ход на конце. Это привело к упрощению конструкции и технологии изготовления усилителя [2,3]. На первых порах при разработке таких SQUID усилителей не проводился численный волновой анализ, и конструкция получалась путем экспериментального подбора параметров, хотя нужно отметить, что в [2] предложена эквивалентная схема, состоящая из сосредоточенных элементов.

Для разработки и оптимизации усилителя с заданными параметрами необходима численная или аналитическая модель спиральной катушки, связанной с рамкой, в которую включены джозефсоновские переходы. Настоящая работа имеет целью проведение численного моделирования спиральной катушки, связанной с рамкой, в которую включены джозефсоновские переходы, и разработку аналитической модели такой же структуры. Использование такой модели должно существенно упростить процедуру конструирования и оптимизации СВЧ SQUID усилителей.

## 2. Исследуемый объект

На рис. 1 показана схема конструкции усилителя, осуществленная в виде сверхпроводящих пленочных цепей, нанесенных на две подложки, разделенных тонким слоем полимера. Первая подложка



**Рис. 1.** Исследуемый объект: 1 — первая подложка из бикристалла, черными квадратами условно обозначены джозефсоновские переходы; 2 — вторая подложка из сапфира; 3 — тонкий слой диэлектрика, разделяющий подложки.

(рис. 1, 1) выполнена из бикристалла. На ней сформировано отверстие в сверхпроводящей пленке диаметром  $D = 50 \mu\text{m}$ . Отверстие образует рамку, в которую включены два джозефсоновских перехода. На второй подложке (рис. 1, 2), выполненной из сапфира, формируется спиральная микрополосковая линия с холостым ходом на конце. Между отверстием и спиралью лежит тонкий слой диэлектрика толщиной  $1 \mu\text{m}$ . Витки линии индуктивно связаны с отверстием в сверхпроводящей пленке, нагруженном на джозефсоновские переходы. Спиральная линия передачи имеет 11 витков. Ширина спиральной линии  $3 \mu\text{m}$ , площадь и толщина бикристалла и диэлектрика  $600 \times 600 \mu\text{m}^2$  и  $200 \mu\text{m}$  соответственно.

В рабочем режиме при протекании через переходы постоянного тока смещения, слегка превышающего критический ток, джозефсоновские переходы по отношению к СВЧ току представляют собой нормальное сопротивление. При расчетах принимаем сопротивление каждого из переходов  $R_n = 30 \Omega$ .

Входной сигнал должен с минимальными потерями пройти от входа усилителя к джозефсоновским переходам через трансформатор, образованный спиральной линией передачи и отверстием в сверхпроводящей пленке на бикристалле. Другими словами, мы должны обеспечить согласование входа усилителя с активной нагрузкой, образованной джозефсоновскими переходами.

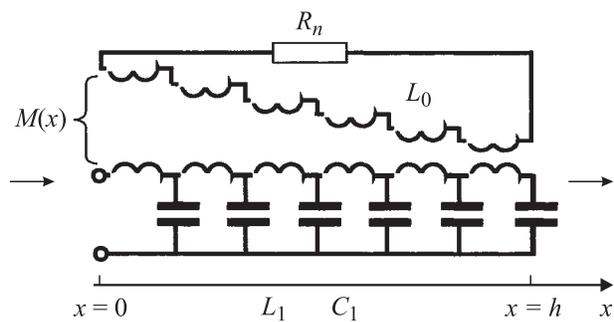
### 3. Численное моделирование

Численное моделирование проводилось с помощью программного обеспечения, основанного на методе моментов. Геометрические параметры модели приведены выше. Входная цепь усилителя шунтирована сэндвич-конденсатором, показанном на рис. 1, 2. Длина и ширина конденсатора соответственно  $l = 186 \mu\text{m}$  и  $w = 500 \mu\text{m}$ . Слой диэлектрика имеет толщину  $1 \mu\text{m}$  и диэлектрическую проницаемость  $\epsilon = 2$ .

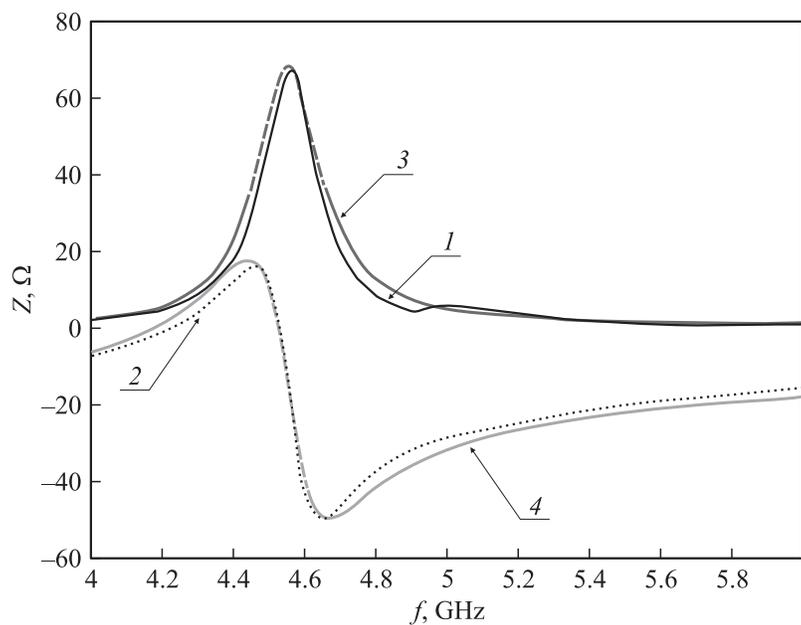
На рис. 3 (кривые 1 и 2) приведен результат численного расчета. Результат показывает, что рассмотренная структура представляет собой параллельный резонансный контур с резонансной частотой  $f_0 = 4.55 \text{ GHz}$  и эквивалентным сопротивлением  $R_{\Sigma} = 65 \Omega$ .

### 4. Аналитическая модель исследуемого объекта

Эквивалентная схема представляет собой длинную линию передачи, связанную с нагрузкой через взаимную индуктивность, изменяющуюся вдоль линии передачи (рис. 2). Изменение взаимной индуктивности



**Рис. 2.** Эквивалентная схема исследуемого объекта.



**Рис. 3.** Вещественная и мнимая части входного импеданса: 1, 2 — вещественная и мнимая части по численному расчету; 3, 4 — вещественная и мнимая части импеданса по аналитической модели.

вызвано тем, что витки спиральной катушки имеют изменяющийся диаметр, а следовательно, и изменяющуюся взаимную индуктивность с нагрузкой. В начале линии на периферии спирали взаимная индуктивность минимальная, в конце линии в центре спирали — максимальная.

**Телеграфные уравнения для тока и напряжения вдоль микрополосковой линии**

$$\begin{aligned} \frac{dI(x)}{dx} &= -i\omega C_1 U(x), \\ \frac{dU(x)}{dx} &= -i\omega L_1 I(x) - i\omega M_1(x) \cdot I_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_0$  — ток в отверстии, содержащем джозефсоновские контакты;  $L_1$  и  $C_1$  — погонная индуктивность и погонная емкость спиральной линии передачи;  $M_1(x)$  — погонная взаимная индуктивность между спиральной микрополосковой линией и отверстием, содержащим джозефсоновские переходы.

Координата  $x$  отсчитывается вдоль спиральной линии. Полагаем, что начало линии ( $x = 0$ ) находится на периферии спирали

$$M_1(x) = M_{1,\max} \cdot \frac{x}{h}, \quad (2)$$

где  $h$  — полная длина спиральной микрополосковой линии.

Такая функция  $M_1(x)$  выбрана для простоты расчета в предположении, что заданная зависимость  $M_1(x)$  достаточно достоверно отражает реальную зависимость взаимной индуктивности от координаты, измеренной вдоль спиральной микрополосковой линии. Так как линия передачи свернута в спираль, между витками существуют межвитковые емкости и индуктивности, поэтому погонные индуктивности и емкости для спиральной линии передачи отличаются от погонных параметров прямолинейной линии передачи, имеющей те же размеры поперечного сечения, что и спиральная линия. Положим, что

$$L_1 = L'_1 \xi_1, \quad C_1 = C'_1 \xi_2, \quad M_{\max,1} = M'_{\max,1} \xi_3. \quad (3)$$

Здесь  $L'_1, C'_1$  — погонные индуктивность и емкость прямолинейной линии передачи [4],

$$M'_{\max,1} = \frac{M}{\pi D}, \quad (4)$$

где  $M$  — взаимная индуктивность двух отверстий диаметром  $D$  в сверхпроводниковых пленках, разделенных тонким слоем диэлектрика [5].

Погонные индуктивность и емкость прямолинейной линии передачи  $L'_1 = 2.2 \cdot 10^{-7}$  Н и  $C'_1 = 8.8 \cdot 10^{-11}$  Ф. Взаимная индуктивность двух отверстий  $M = 9.4 \cdot 10^{-11}$  Н.

Коэффициенты  $\xi_1, \xi_2$  и  $\xi_3$  учитывают различия между погонными параметрами спиральной и линейной линии передачи. Позже эти параметры будут найдены. Телеграфные уравнения преобразуются в волновое уравнение:

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} + \omega^2 L_1 C_1 I(x) = -i\omega C_1 i\omega M_1(x) \cdot I_0. \quad (5)$$

Решение волнового уравнения:

$$I(x) = I_1 e^{-ikx} + I_2 e^{ikx} + \frac{M_1}{L_1} \cdot \frac{x}{h} \cdot I_0, \quad (6)$$

где  $k = \omega \sqrt{L_1 C_1}$ .

*Граничные условия:*

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad I(0) &= I_{\text{input}}, \\ \text{при } x = h \quad I(h) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_m, \\ I_1 e^{-ikh} + I_2 e^{ikh} &= -\frac{M_1}{L_1} \cdot I_0, \end{aligned} \quad (8)$$

что приводит к решению волнового уравнения:

$$I(x) = I_m \frac{\sin k(h-x)}{\sin kh} + I_0 \frac{M_{1,\max}}{L_1} \left( \frac{x}{h} - \frac{\sin kx}{\sin kh} \right). \quad (9)$$

Легко проверить, что полученное решение удовлетворяет граничным условиям (7).

**Уравнение Кирхгофа для контура, содержащего джозефсоновские контакты.** Полная ЭДС вдоль замкнутого контура должна быть записана следующим образом:

$$(R_n + i\omega L_0)I_0 + i\omega M_{1,\max} \int_0^h \frac{x}{h} \cdot I(x) dx = 0. \quad (10)$$

Вычислив интеграл, получим выражение для тока в контуре  $I_0$ :

$$I_0 = I_m \cdot \frac{-i\omega M_{1,\max} \left( \frac{1}{k \sin(kh)} - \frac{1}{k^2 h} \right)}{R_n + i\omega \left[ L_0 + \frac{M_{1,\max}^2}{L_1} \left( \frac{1}{3} h - \frac{1}{k^2 h} + \frac{1}{k} \cdot \frac{\cos(kh)}{\sin(kh)} \right) \right]}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получим:

$$I(x) = I_m \cdot \left[ \frac{\sin k(h-x)}{\sin kh} + \frac{\frac{-i\omega M_{1,\max}^2}{L_1} \left( \frac{x}{h} - \frac{\sin kx}{\sin kh} \right) \left( \frac{1}{k \sin kh} - \frac{1}{k^2 h} \right)}{R_n + i\omega \left[ L_0 + \frac{M_{1,\max}^2}{L_1} \left( \frac{h}{3} - \frac{1}{k^2 h} + \frac{\cos kh}{k \sin kh} \right) \right]} \right]. \quad (12)$$

**Входной импеданс спиральной микрополосковой линии, связанной с контуром, содержащим джозефсоновские контакты.** По определению входной импеданс

$$Z_{in} = \frac{U(0)}{I(0)}, \quad Z_{in} = \frac{1}{-i\omega C_1} \cdot \frac{dI(x)/dx}{I(x)} \Big|_{x=0},$$

$$Z_{in} = \frac{U(0)}{I(0)}, \quad Z_{in} = \frac{1}{-i\omega C_1} \cdot \frac{dI(x)/dx}{I(x)} \Big|_{x=0}. \quad (13)$$

Вычисляя производную от (11), получим:

$$Z_{in} = Z_0 \cdot \left[ -i \cot(kh) + \frac{\omega M_{1,\max}^2 \left( \frac{1}{\sin kh} - \frac{1}{kh} \right)^2}{R_n + i\omega \left[ L_0 + \frac{M_{1,\max}^2}{kL_1} \left( \frac{kh}{3} - \frac{1}{kh} + \cot(kh) \right) \right]} \right]. \quad (14)$$

Окончательное значение входного импеданса получится после включения параллельного конденсатора  $C_0$ , обеспечивающего резонанс в рассматриваемой структуре:

$$Z_{in}^{total} = [Z_{in}^{-1} + i\omega C_0]^{-1}. \quad (15)$$

Емкость параллельного конденсатора  $C_0 = 1.65$  pF.

На рис. 3 (3 и 4) показан результат расчета по формулам (14) и (15).

Коэффициенты  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\xi_3$  подбирались при сравнении результатов численного расчета и аналитической модели. Коэффициент при исходной погонной индуктивности равен  $\xi_1 = 5.6$ , при погонной емкости равен  $\xi_2 = 1.39$  и погонной взаимной индуктивности отверстия и спиральной линии равен  $\xi_3 = 1.3$ .

На частоте 4.56 GHz при длине спиральной линии передачи  $h = 0.005$  m,  $kh \cong \pi/2$  (при  $k = 1/\omega\sqrt{L_1 C_1}$ ), т.е. длина спиральной линии близка к четверти волны в этой линии.

## 5. Заключение

Аналитическая модель совпадает с численным моделированием, что позволяет предполагать правильность аналитической модели.

Выбор функции взаимной индуктивности оказался правильным.

Длина спиральной линии передачи по аналитической модели близка к четверти волны в линии передачи, что совпадает с численным расчетом, выполненным ранее [6].

В статье [2,3] SQUID усилитель с входной цепью в виде спиральной линии передачи с холостым ходом на конце был реализован и исследован экспериментально. Теперь построена аналитическая модель. С помощью модели можно проектировать усилитель с лучшим согласованием его входа с нагрузкой, образованной контактами Джозефсона.

## Список литературы

- [1] Mueck M., Andre M.-O., Clark J. // Appl. Phys. Lett. 1998. V. 72. N 22. P. 2885–2887.
- [2] Tarasov M.A., Kalabukhov A.S., Snigerev O.V. et al. // Proc. of 7th Int. Supercond. Electr. Conf. Berkly, USA, 1999. P. 540–542.
- [3] Kalabukhov A.S., Tarasov M.A., Stepantsov E.A. et al. // Physica C. 2002. 368. P. 171–175.
- [4] Гунта К., Гардж Р., Чадха Р. Машинное проектирование СВЧ устройств. М.: Радио и связь, 1987. 428 с.
- [5] Вендик О.Г., Данилов И.С. // Журнал технической физики. 1998. Т. 68. Вып. 12. С. 75–79.
- [6] Vasilyev A.N., Kalinin B.V., Medvedeva N.Yu. // Seminar Proceedings Book Microwave Applications of Novel Physical Phenomena. 2004. P. 125–127.