

07;09

Синтез неоднородной диэлектрической линзы с осевой симметрией

© А.С. Венецкий, В.А. Калошин

Институт радиотехники и электроники РАН, Москва
E-mail: vak@cplire.ru

Поступило в Редакцию 14 ноября 2005 г.

Рассмотрена задача нахождения зависимости коэффициента преломления от расстояния до оси симметрии неоднородной линзы по входному и выходному волновым фронтам. Предложена аналитическая методика получения решения для слоистой линзы, основанная на приближении геометрической оптики, причем внутри каждого слоя коэффициент преломления полагается постоянным. Показано, что предложенная методика может применяться как для слоистых, так и для градиентных линз (при использовании достаточно большого количества слоев).

PACS: 07.57.-c

Задача синтеза градиентных линз с зависимостью коэффициента преломления от расстояния до оси симметрии линзы по входному и выходному лучевым фронтам рассмотрена в работах [1–3]. Полученные там решения для коэффициента преломления имеют вид разложения по степеням отношения расстояния от оси к толщине линзы. Недостатком этих решений является уменьшение точности синтеза с увеличением диаметра линзы. Кроме того, эти решения, вообще говоря, нельзя использовать для синтеза слоистых линз, которые используются в СВЧ-диапазоне электромагнитных волн. В связи с этим в данной работе предлагается иная, более универсальная методика, позволяющая, кроме того, получать более точное решение для линз большого диаметра.

В цилиндрической системе координат, связанной с осью симметрии линзы z , линза характеризуется тремя функциональными зависимостями: функция $z = f(r)$, описывающая первую границу линзы (рис. 1); $z = \varphi(r)$ — функция, описывающая вторую границу линзы; $n(r)$ — коэффициент преломления линзы. В силу осевой симметрии задачи здесь и далее достаточно рассмотреть ход лучей в одной из плоскостей,

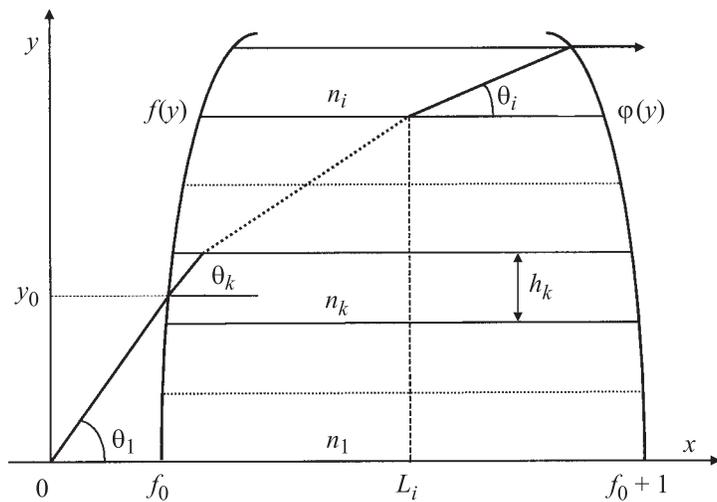


Рис. 1.

проходящих через ось симметрии линзы (ось z). В этой плоскости параметры линзы можно считать зависящими от y в декартовой системе координат. Осевая толщина линзы принята за 1. Падающий волновой фронт здесь и далее предполагается сферическим с источником на оси симметрии линзы.

Будем искать решение $n(y)$ в классе кусочно-постоянных функций. Сечение линзы в этом случае будет представлять собой набор дискретных слоев (рис. 1) с постоянным значением $n(y)$ внутри каждого слоя. При рассмотрении данной методики будем предполагать, что лучи — монотонные кривые.

Нетрудно показать, что задание выходного волнового фронта эквивалентно заданию эйконала на выходной поверхности линзы. Зададим h_1 — толщину первого слоя и выберем θ_0 так, что луч выйдет из линзы в точке $y_2 = h_1$. Выбором h_1 всегда можно добиться, чтобы разность эйконала этого луча и заданного эйконала на выходе линзы была меньше допустимой ошибки. Слой с параметрами h_1 и $n_1 = n_0$ будет первым слоем синтезированной линзы. Далее предположим, следуя методу математической индукции, что мы уже определили $i - 1$ слоев,

т.е. знаем $n_j, h_j, j = 1, \dots, i-1$. Опишем процедуру нахождения i -го слоя, т.е. n_i, h_i .

Рассмотрим луч, выходящий из источника под углом $\theta_1 = i\theta_0$. Пусть слой, в который попадает этот луч, имеет номер k . Будем считать, что $k < i$, в противном случае будем уменьшать θ_1 до тех пор, пока не станет $k < i$. Точку выхода луча из линзы будем считать второй границей искомого i -го слоя y_{i+1} . Эйконал луча на выходе из линзы имеет вид

$$E(y_{i+1}) = \sqrt{y_0^2 + f^2(y_0)} + \frac{y_{k+1} - y_0}{\sin \theta_k} n_k + \sum_{j=k+1}^{i-1} \frac{h_j}{\sin \theta_j} n_j + S_i n_i, \quad (1)$$

где y_0 — точка входа луча в линзу, а θ_k определяется из закона преломления на левой границе

$$\sin(\theta_1 + \pi/2 - \delta) = n(y_0) \sin(\theta_k + \pi/2 - \delta),$$

где $\delta = \arctg(1/f'(y_0))$ — угол наклона касательной к поверхности в точке пересечения луча с линзой к оси Ox . Из геометрических соображений нетрудно найти S_i — отрезок луча в определяемом i -м слое

$$S_i = \frac{\sin \beta_i}{\sin(\beta_i + \theta_i)} (\varphi_i - L_i), \quad (2)$$

где

$$\varphi_i = \varphi(y_i), \quad \beta_i = \frac{\pi}{2} - \arctg[-\varphi'(y_i)],$$

$$L_i = f(y_0) + (y_{k+1} - y_0) \operatorname{ctg} \theta_k + \sum_{j=k+1}^{i-1} h_j \operatorname{ctg} \theta_j,$$

а L_i — абсцисса точки пересечения луча с границей i -го слоя.

Толщины слоев предполагаются достаточно малыми, что позволяет заменить функцию $\varphi(y)$, описывающую правую поверхность, на кусочно-линейную

$$\varphi(y) = \varphi_i + \varphi'(y_i)(y - y_i) \quad \text{при} \quad y_i \leq y \leq y_{i+1}.$$

Также с помощью линейной интерполяции можно найти эйконал в точке y_{j+1}

$$\Phi(y_{i+1}) = \Phi(y_i) + \Phi'(y_i) S_i \sin \theta_i. \quad (3)$$

Приравняв правые части соотношений (1) и (3) и используя равенство (2), получаем уравнение для определения θ_i

$$A + \frac{\sin \beta_i}{\sin(\beta_i + \theta_i)}(\varphi_i - L_i)n_i = \Phi(y_i) + \Phi'(y_i) \frac{\sin \beta_i}{\sin(\beta_i + \theta_i)}(\varphi_i - L_i) \sin \theta_i + \Delta_F,$$

где

$$A = \sqrt{y_0^2 + f^2(y_0)} + \frac{y_{k+1} - y_0}{\sin \theta_k} n_k + \sum_{j=k+1}^{i-1} \frac{h_j}{\sin \theta_j} n_j,$$

Δ_F — принятая погрешность эйконала на выходе линзы. Исключением из последнего уравнения неизвестного коэффициента n_i с помощью равенства

$$n_i = \frac{q}{\cos \theta_i}, \quad (4)$$

где $q = n_k \cos \theta_k = n_{k+1} \cos \theta_{k+1} = \dots$, уравнение приводится к виду

$$\frac{1}{\sin(\beta_i + \theta_i) \cos \theta_i} - V \frac{\sin \theta_i}{\sin(\beta_i + \theta_i)} = W,$$

где

$$V = \frac{\Phi'(y_i)}{q}, \quad W = \frac{\Phi(y_i) - A + \Delta_F}{q(\varphi_i - L_i) \sin \beta_i}.$$

Решение последнего уравнения имеет вид

$$\theta_i = \frac{\mu}{2} + \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{U}{\sqrt{P^2 + R^2}} \right],$$

где μ определяется равенствами

$$\sin \mu = \frac{R}{\sqrt{P^2 + R^2}}, \quad \cos \mu = \frac{P}{\sqrt{P^2 + R^2}},$$

$$P = W \sin \beta_i, \quad R = W \cos \beta_i + V, \quad U = 2 - W \sin \beta_i.$$

После определения θ_i из (4) находим n_i в искомом слое и толщину i -го слоя

$$n_i = \frac{q}{\cos \theta_i}, \quad h_i = \frac{\sin \beta_i}{\sin(\beta_i + \theta_i)}(\varphi_i - L_i) \sin \theta_i. \quad (5)$$

Далее переходим к определению по приведенной схеме параметров $i + 1$ слоя и т.д.

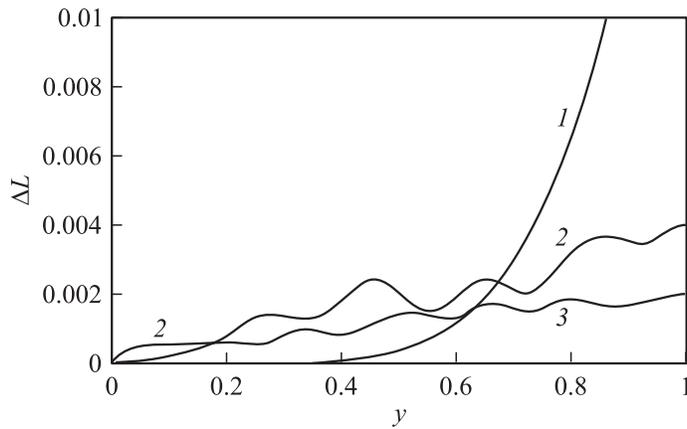


Рис. 2.

Изложенная выше методика описывает процедуру синтеза слоистой линзы с однородными слоями. Проиллюстрируем, что эту же методику можно применять для синтеза градиентных линз. В качестве примера рассмотрим синтез градиентной линзы с плоскими границами, фокусом, равным 1, и плоским волновым фронтом на выходе. Эйконал на выходе этой линзы не зависит от y и равен эйконалу центрального луча. Введем величину $\Delta L(y)$, равную разности эйконала на выходе линзы в точке с координатой y и эйконала в точке с координатой $y = 0$.

Кривая 1 на рис. 2 показывает зависимость $\Delta L(y)$ на выходе линзы, синтезированной в работе [1]. Кривые 2 и 3 показывают аналогичные зависимости для линз, синтезированных по описанной выше методике с 100 и 160 слоями соответственно. При этом $n(y)$ представлялся сплайном с узловыми точками, вычисленными с помощью формул (5). Из рисунка видно, что предложенная в данной работе методика может использоваться и для градиентных линз при достаточно большом числе слоев. При этом обеспечивается более медленное падение точности синтеза с ростом y , по сравнению с решением, приведенным в [1].

Интересно отметить, что хотя в данном примере геометрическая оптика неприменима для расчета прямой задачи (на выходе линзы возникают разрывы поля), тем не менее для решения обратной задачи применение геометрической оптики оказалось возможным.

Список литературы

- [1] Венецкий А.С., Калошин В.А. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 12. С. 2301–2307.
- [2] Венецкий А.С., Калошин В.А. // Докл. АН. 1994. Т. 335. № 1. С. 39–41.
- [3] Венецкий А.С., Калошин В.А. // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 12. С. 1452–1458.