

05

## **Искусственная диэлектрическая среда, обладающая одновременно отрицательной диэлектрической и отрицательной магнитной проницаемостями**

© И.Б. Вендик, О.Г. Вендик, М.С. Гашинова

Санкт-Петербургский электротехнический университет „ЛЭТИ“  
E-mail: OGVendik@mail.eltech.ru

Поступило в Редакцию 16 декабря 2005 г.

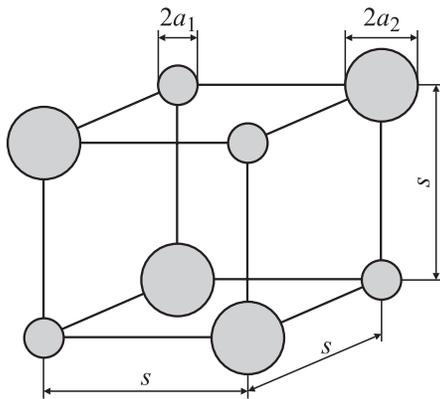
Рассматривается искусственная структура, образованная двумя подрешетками сферических частиц из материала с высокой диэлектрической проницаемостью, которые находятся в матрице с малой проницаемостью. Частицы разных подрешеток имеют разный диаметр. Показано, что такая структура обладает свойствами изотропной среды с отрицательным коэффициентом преломления ( $n < 0$ ) вблизи частот, на которых одновременно наблюдается резонанс колебательных мод  $H_{111}$  и  $E_{111}$  в частицах разного диаметра соответственно. Резонанс мод  $H_{111}$  и  $E_{111}$  приводит к появлению электрического и магнитного дипольных моментов. Усреднение дипольных моментов по объему ячеек, принадлежащих соответствующим сферическим частицам, формирует вклад в диэлектрическую и магнитную проницаемости среды. Этот вклад на частотах выше резонансных становится отрицательным и поэтому среда приобретает одновременно отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости. Заметим, что предложенная структура состоит только из диэлектрических компонентов. Сферические частицы с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_r > 200$  могут быть изготовлены из сегнетоэлектрических материалов.

PACS: 07.57.Hm, 81.05.Zx

Рассматривается искусственная структура, образованная двумя подрешетками сферических частиц из диэлектрика с большой диэлектрической проницаемостью, встроенными в диэлектрическую матрицу с малой диэлектрической проницаемостью. Свойства структуры изучаются в диапазоне частот 1–100 GHz. Диаметры частиц выбраны таким образом, что на заданной частоте в частицах возбуждается резонанс,

отвечающий колебательным модам  $H_{111}$  и  $E_{111}$ . Благодаря большой диэлектрической проницаемости материала, из которого изготовлены сферические частицы ( $\epsilon_d \geq 400$ ), диаметры сфер оказываются много меньше длины волны в матрице ( $\epsilon_m < 10$ ). Таким образом, если электромагнитное поле внутри частиц требует строгого электродинамического рассмотрения, то поле вне частиц может рассматриваться в электро- или магнитостатическом приближении. При этом следует принять во внимание, что расстояние между частицами много меньше длины волны в материале матрицы, и поэтому не следует ожидать резонансных явлений, связанных с дифракцией волны на решетке (фотонный кристалл). Колебательные моды  $H_{111}$  и  $E_{111}$  по отношению к полям в матрице образуют магнитный и электрический дипольные моменты. При усреднении по объему матрицы дипольные моменты образуют вклад в магнитную и диэлектрическую проницаемости структуры. Если заданная частота лежит несколько выше резонансных частот  $H_{111}$  и  $E_{111}$  мод, то вклад дипольных моментов частиц в усредненную проницаемость структуры оказывается отрицательным. При этом в ограниченном частотном диапазоне усредненная диэлектрическая и магнитная проницаемости структуры одновременно становятся отрицательными. Такая среда обладает отрицательным коэффициентом преломления ( $n < 0$ ).

На специфические свойства сред с одновременно отрицательными величинами  $\epsilon$  и  $\mu$  обратил внимание В.Г. Веселаго в 1967 г. [1]. Существенно позже была осуществлена экспериментальная реализация таких сред. Первыми в 2000 г. были предложены и реализованы резонансные элементы в виде двойных кольцевых резонаторов со щелями (магнитный дипольный момент) и линейных вибраторов (электрический дипольный момент) [2,3]. Оба вида резонансных элементов выполнялись из проводника с хорошей проводимостью (медь) и располагались в среде с малой диэлектрической проницаемостью. Для реализации „электрических“ и „магнитных“ резонансных элементов в 2003 г. было предложено использовать сферические частицы, изготовленные из материалов с большой диэлектрической ( $\epsilon \gg 1$ ) и магнитной ( $\mu \gg 1$ ) проницаемостями [4]. Подход был основан на модели Левина для эффективной бесконечной среды с решеткой, образованной сферическими включениями [5]. Следующим шагом на пути осуществления среды с отрицательным коэффициентом преломления было предложение использовать только диэлектрические сферические



**Рис. 1.** Подрешетки сферических частиц, имеющих разные радиусы, организованные в виде кубической структуры NaCl.

частицы, в которых возбуждаются резонансные моды  $H_{111}$  и  $E_{111}$  [6–8]. Численное электродинамическое моделирование (3DEM) показало, что среда, содержащая две подрешетки диэлектрических сфер, в которых возбуждаются резонансные моды  $H_{111}$  и  $E_{111}$ , обладают отрицательным коэффициентом преломления [6–8]. Было также показано, что если подрешетки диэлектрических сфер обладают кубической симметрией, то тензоры усредненной диэлектрической и магнитной проницаемости среды изотропны [7–9]. Численный анализ показал, что в рассматриваемой среде электромагнитная волна имеет отрицательную фазовую скорость, что подтверждает отрицательность коэффициента преломления [10].

Цель настоящей статьи заключается в том, чтобы изложить процедуру расчета усредненной диэлектрической и магнитной проницаемости структуры, содержащей две подрешетки диэлектрических сфер, в которых возбуждаются резонансные моды  $H_{111}$  и  $E_{111}$ . Примем, что подрешетки сферических частиц, имеющих разные радиусы, организованы в виде структуры NaCl (рис. 1). Размер элементарной ячейки  $s \geq 4(a_1 + a_2)$ .

Рассмотрим дифракцию на сферической частице плоской электромагнитной волны с амплитудой электрического поля  $E_0$ , линейно поля-

ризованную вдоль оси  $x$ . Волна с волновым числом  $k_2$  распространяется вдоль оси  $z$  в матрице с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_m$  (рис. 2,  $a$ ) и описывается компонентами:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_x E_0 e^{i(\omega t - k_2 z)}, \quad \mathbf{H}(z, t) = \mathbf{e}_y \frac{k_2}{\omega \mu_0} E_0 e^{i(\omega t - k_2 z)}. \quad (1)$$

Задача дифракции решена в книге А. Стрэттона [11]. Основой решения служит расположение поля, возбуждаемого падающей плоской линейно-поляризованной волной, внутри  $(\mathbf{E}^{(t)}, \mathbf{H}^{(t)})$  и вне  $(\mathbf{E}^{(r)}, \mathbf{H}^{(r)})$  сферы по сферическим гармоникам:

$$\mathbf{E}^{(t,r)} = E_0 e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n^{(t,r)} \mathbf{m}_{o1n} - i b_n^{(t,r)} \mathbf{n}_{e1n}), \quad (2)$$

$$\mathbf{H}^{(t,r)} = -\frac{k_{1,2}}{\omega \mu_0} E_0 e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (b_n^{(t,r)} \mathbf{m}_{e1n} + i a_n^{(t,r)} \mathbf{n}_{o1n}), \quad (3)$$

где  $\mathbf{m}_{o/e,mn}$  и  $\mathbf{n}_{o/emn}$  — сферические волновые функции (нечетные и четные). Поскольку падающая волна в матрице имеет линейную поляризацию, в равенствах (2) и (3) принят индекс  $m = 1$ . Используются следующие обозначения:

$$k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_d \mu_0}, \quad k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_m \mu_0}, \quad (4)$$

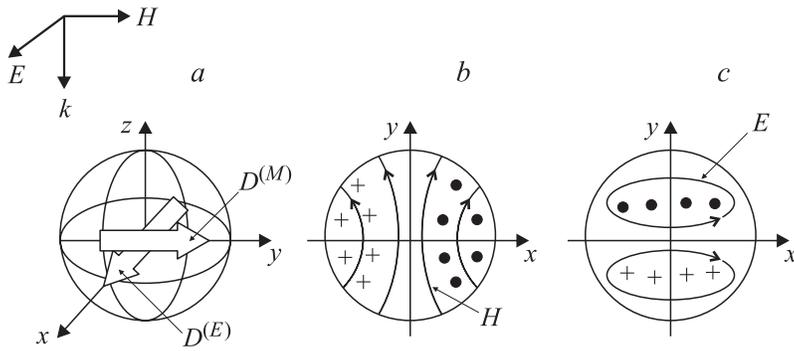
где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства,  $\varepsilon_d$  и  $\varepsilon_m$  — величины относительной диэлектрической проницаемости материала сферических частиц и матрицы.

Соотношения (1)–(3) позволяют сформулировать граничные условия на поверхности сферы, что приводит к образованию двух пар неоднородных алгебраических уравнений относительно комплексных амплитуд сферических функций внутри и вне поверхности сферической частицы.

Выпишем решение уравнений относительно комплексных амплитуд сферических функций внутри сферы:

1) для волн магнитного типа ( $E_r = 0$ , рис. 2,  $b$ )

$$a_n^{(t)} = -\frac{j_n(\rho)[\rho h_n^{(1)}(\rho)]' - h_n^{(1)}(\rho)[\rho j_n(\rho)]'}{j_n(N\rho)[\rho h_n^{(1)}(\rho)]' - h_n^{(1)}(\rho)[N\rho j_n(N\rho)]'}, \quad (5)$$



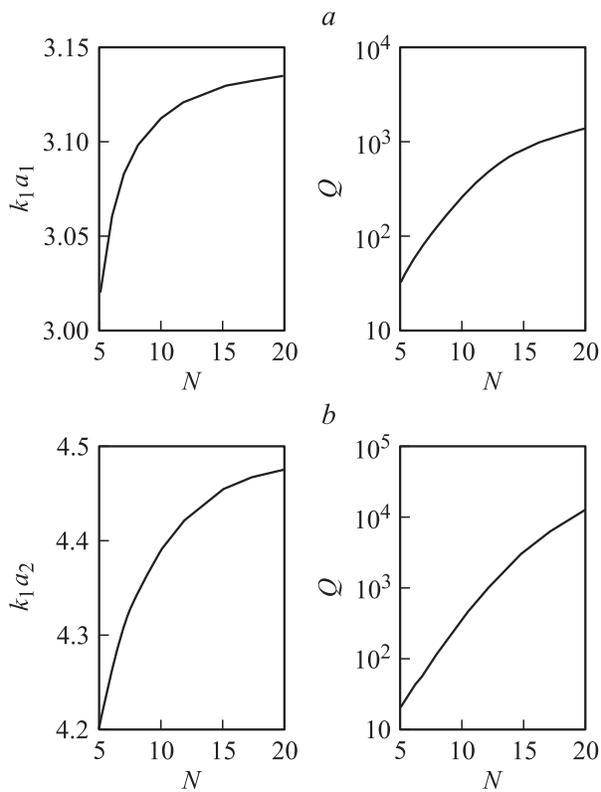
**Рис. 2.** Сферическая частица в поле линейно поляризованной электромагнитной волны и распределение электрического и магнитного полей в экваториальной плоскости частицы.  $D^{(E)}$  — электрический дипольный момент частицы,  $D^{(M)}$  — магнитный дипольный момент частицы. Колебательные моды:  $H_{111}$  ( $E_r = 0$ ),  $E_{111}$  ( $H_r = 0$ ).

2) для волн электрического типа ( $H_r = 0$ , рис. 2, *c*)

$$b_n^{(t)} = -\frac{j_n(\rho)N[\rho h_n^{(1)}(\rho)]' - h_n^{(1)}(\rho)N[\rho j_n(\rho)]'}{N^2 j_n(N\rho)[\rho h_n^{(1)}(\rho)]' - h_n^{(1)}(\rho)[N\rho j_n(N\rho)]'}, \quad (6)$$

где  $\rho = k_2 a$ ,  $a$  — радиус сферической частицы,  $N = k_1/k_2$ ;  $j_n(z)$  и  $h_n^{(1)}(z)$  — сферические функции Бесселя и Ганкеля первого рода; знак  $[\ ]'$  означает дифференцирование по  $\rho$  или  $N\rho$ .

Заметим, что волны магнитного и электрического типа, показанные на рис. 2, представлены модами  $H_{111}$  и  $E_{111}$ . При этом полярная ось сферической системы координат ориентирована вдоль оси  $z$ . Если, не изменяя полей, полярную ось направить вдоль осей  $x$  или  $y$ , то волны будут представлены соответственно модами  $H_{011}$  и  $E_{011}$ . Это отвечает трехкратному вырождению каждой из рассматриваемых мод сферического резонатора, возникающему при расположении полярной оси сферической системы координат вдоль трех ортогональных осей декартовой системы. Выбор мод  $H_{111}$  и  $E_{111}$  отвечает разложению по сферическим собственным функциям принятой плоской волны, падающей на сферическую частицу.



**Рис. 3.** Параметры  $k_1 a_1$  и  $k_1 a_2$ , пропорциональные резонансной частоте, и добротность  $Q$  в функции от отношения волновых чисел в материале частиц и материале матрицы  $N = k_1/k_2$  для двух колебательных мод сферической частицы:  $a$  —  $H_{111}$  ( $E_r = 0$ ) и  $b$  —  $E_{111}$  ( $H_r = 0$ ).

Электромагнитные колебания внутри сферы представляют собой вынужденные колебания с вещественной частотой, заданной источником падающей волны. При этих условиях отметим следующие свойства полученных решений в виде (5) и (6):

1. Модуль знаменателя дробей (5) и (6) на определенных частотах имеет минимум, что отвечает явлению резонанса и не приводит к образованию сингулярности благодаря комплексной природе функций Ганкеля.

2. Мнимая составляющая функций Ганкеля определяет добротность резонанса соответствующей моды. Физически это объясняется излучением энергии при распространении дифрагированных волн вне сферической частицы.

Дополнительное поглощение энергии может быть учтено путем введения параметра диэлектрических потерь ( $\tan \delta$ ) материалов сферической частицы и матрицы.

Зависимость от частоты амплитуд возбужденных мод  $a_1^{(t)}$  и  $b_1^{(t)}$  имеет типичный резонансный характер. На рис. 3 показаны величины параметра  $k_1 a$ , пропорционального резонансной частоте, и добротности  $Q$  в функции от отношения волновых чисел в материале частицы и материале матрицы  $N = k_1/k_2$ .

Электрический дипольный момент сферической частицы, ориентированный вдоль оси  $x$ , и магнитный дипольный момент сферической частицы, ориентированный вдоль оси  $y$  (рис. 2, *a*) находятся следующим образом:

$$D_x^{(E)} = \varepsilon_0 \varepsilon_d \int_{V_{sph}} [\mathbf{E}^{(t)}(r, \theta, \varphi) \cdot \mathbf{e}_x - E_0] dv, \quad (7)$$

$$D_y^{(M)} = \mu_0 \int_{V_{sph}} \left[ \mathbf{H}^{(t)}(r, \theta, \varphi) \cdot \mathbf{e}_y - \frac{k_2}{\omega \mu_0} E_0 \right] dv. \quad (8)$$

Усредненная макроскопическая намагниченность и усредненная макроскопическая диэлектрическая поляризация могут быть найдены как соответствующий дипольный момент, деленный на объем, занимаемый ячейкой, в которой находятся частицы [12]. Соответственно относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости среды получаются в следующем виде:

$$\varepsilon_r^{(eff)}(\omega) = \frac{2D_x^{(E)}(\omega)}{s^3 \varepsilon_0 E_0} + \varepsilon_m, \quad (9)$$

$$\mu_r^{(eff)}(\omega) = \frac{2D_y^{(M)}(\omega)}{s^3 E_0 \frac{k_2}{\omega}} + 1, \quad (10)$$

где  $s^3$  — объем ячейки.

После вычисления интегралов (7) и (8) в соответствии с соотношениями (2) и (3), в которых следует использовать сферические функции [11], получаем:

$$\varepsilon_r^{(eff)}(\omega) = \frac{4}{3} \pi a_2^3 \cdot \frac{2}{s^3} \varepsilon_d b_1^{(t)}(k_1 a_2) I(k_1 a_2), \quad (11)$$

$$\mu_r^{(eff)}(\omega) = \frac{4}{3} \pi a_1^3 \cdot \frac{2}{s^3} \sqrt{\varepsilon_d} a_1^{(t)}(k_1 a_1) I(k_1 a_1), \quad (12)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — радиусы сферических частиц,  $a_2 > a_1$ .  $I(\xi)$  — результат интегрирования по объему частиц. Полученную функцию в пределах  $3 < \xi < 5$  можно аппроксимировать следующей простой формулой:

$$I(\xi) = 0.1852(4.5 - \xi) + 0.0438(4 - \xi)^2. \quad (13)$$

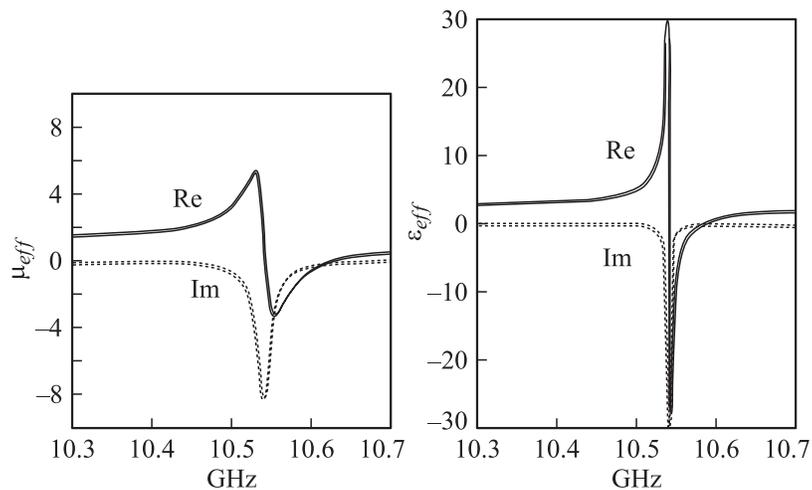
Частотная зависимость  $\varepsilon_r^{(eff)}(\omega)$  и  $\mu_r^{(eff)}(\omega)$  определяется частотной зависимостью амплитуд мод, возбужденных в сферических частицах  $a_1^{(t)}$  и  $b_1^{(t)}$ :  $H_{111}$  в частицах меньшего радиуса  $a_1$  и  $E_{111}$  в частицах большего радиуса  $a_2$ . Радиусы частиц  $a_1$  и  $a_2$  должны быть выбраны так, чтобы соответствующие моды имели одинаковые резонансные частоты.

На рис. 4 показана частотная зависимость  $\varepsilon_r^{(eff)}(\omega)$  и  $\mu_r^{(eff)}(\omega)$  при  $a_1 = 0.708$  mm,  $a_2 = 1.012$  mm,  $s = 4$  mm,  $\varepsilon_d = 400$ ,  $\varepsilon_m = 2$ ,  $\tan \delta = 0$ . Из приведенных графиков можно видеть, что в ограниченной полосе частот вблизи  $f = 10.54$  GHz эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости  $\varepsilon_r^{(eff)}$  и  $\mu_r^{(eff)}$  отрицательны.

Заметим, что в силу кубической симметрии рассматриваемой структуры тензоры второго ранга, описывающие эффективную диэлектрическую и магнитную проницаемости структуры, диагональны.

Сопоставление характеристик, приведенных на рис. 4, с результатами численного расчета [6–8] показывает удовлетворительное совпадение. Это подтверждает законность сделанного допущения об отсутствии влияния на рассматриваемую сферическую частицу суммы полей, возникающих за счет дифракции плоской волны на всех остальных частицах в структуре. Кроме того, оценка скорости затухания дифрагированных полей показывает, что при выбранных геометрических и электрофизических соотношениях рассматриваемой периодической структуры взаимное влияние частиц не играет решающей роли.

Второй вопрос, заслуживающий серьезного обсуждения, — это влияние на свойства среды с отрицательным коэффициентом преломления



**Рис. 4.** Эффективная магнитная (а) и диэлектрическая (б) проницаемости среды в функции от частоты. Мода  $H_{111}$  возбуждается в сферической частице радиусом  $a_1 = 0.708$  mm, и мода  $E_{111}$  возбуждается в сферической частице радиусом  $a_2 = 1.012$  mm. Диэлектрическая проницаемость частиц  $\epsilon_d = 400$  и матрицы  $\epsilon_m = 2$  ( $N = 14$ ).

статистического разброса радиусов частиц и величины диэлектрической проницаемости материала, из которого будут изготовлены частицы. Разброс радиусов частиц и величины диэлектрической проницаемости материала приведет к разбросу резонансных частот колебательных мод, возбужденных в сферических частицах. Очевидно, что статистический разброс резонансных частот не должен выходить за пределы рабочей полосы частот системы, которая качественно определяется ее добротностью. Полученная в настоящей работе величина добротности  $10^3 - 10^4$  накладывает весьма строгие требования к повторяемости параметров сферических частиц. Однако оптимизация структуры, направленная на расширение рабочей полосы частот, приведет к облегчению требований к повторяемости параметров.

В своей недавней статье [13] В.Г. Веселаго пишет: „Мы сейчас находимся в самом начале пути, который ведет нас в новую, весьма интересную и перспективную область электродинамики“. Мы надеемся,

что рассмотренный в настоящей статье оригинальный способ осуществления изотропной чисто диэлектрической среды с отрицательным коэффициентом преломления найдет место в этой области электродинамики.

Представленная в статье работа выполнена по проекту № 500252 „Метаморфоза“ рамочной программы „FP6“ Европейской комиссии.

## Список литературы

- [1] *Veselago V.G.* // УФН. 1967. Т. 92. С. 517–526.
- [2] *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S.* // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 84. N 18. P. 4184–4187.
- [3] *Pendry J.B.* // Phys. Rev. Letters. 2000. V. 85. P. 3966–3969.
- [4] *Holloway C.L., Kuster I.F., Baker-Jarvis J., Kabos P.* // IEEE Trans. on AP. 2003. V. 51. N 10. P. 2596–2603.
- [5] *Levin L.* // Proc. Inst. Elec. Eng. Part III. 1947. V. 94. P. 65–68.
- [6] *Kolmakov I.A., Gashinova M.S., Vendik O.G.* // Seminar Proceedings Book of 11<sup>th</sup> International Student Seminar. June 2004. St. Petersburg. P. 27–30.
- [7] *Vendik O.G., Gashinova M.S.* // Proc. EuMC34. October 2004. Amsterdam. P. 1209–1212.
- [8] *Vendik I., Vendik O., Kalinikos B. et al.* // Proc. Workshop of Metamorphose Network of Excellence. November 2004. Lille–Louvain-la-Neuve. P. 24–26.
- [9] *Vendik I., Vendik O., Gashinova M., Kolmakov I.* Isotropic Artificial Double Negative Media Composed by Two Different Dielectric Sphere Lattices Embedded in a Dielectric Matrix / Latsis Symposium. Lusanne, 2005. P. 108.
- [10] *Kolmakov I.A., Jylhä L., Tretyakov S.A., Maslovski S.* // XXVIII General Assembly of International Union of Radio Science (URSI). New Delhi, India. October 23–29, 2005. Paper BCD.5(0109).pdf.
- [11] *Стрэттон А.Дж.* Теория электромагнетизма. М.; Л.: ОГИЗ, 1948. С. 541.
- [12] *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела М.: Наука, 1978. С. 792.
- [13] *Veselago V.G.* // УФН. 2003. Т. 173. № 7. С. 790–794.