05,11

Критическое поведение оксидов $R\mathrm{Mn_2O_5}$ вблизи магнитного фазового перехода в несоизмеримую по двум пространственным направлениям структуру

© В.В. Меньшенин

Институт физики металлов УрО РАН,
Екатеринбург, Россия

E-mail: menshenin@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 20 марта 2013 г.)

Исследован фазовый переход из парамагнитного состояния в длиннопериодическую магнитную структуру в оксидах $R\mathrm{Mn_2O_5}$, который происходит по звезде волнового вектора, определяющей несоизмеримость дальнего магнитного порядка по двум пространственным направлениям. Построен эффективный гамильтониан систем, позволяющий провести описание этого перехода с использованием метода ренормализационной группы. Показано наличие устойчивой критической точки преобразований этой группы, в которой реализуется фазовый переход второго рода. Найдены критические индексы. Проведено сравнение полученных результатов с результатами для переходов в этих оксидах, происходящих по звезде волнового вектора, обеспечивающей несоизмеримость по одному пространственному направлению. Установлено, что флуктуации четырехкомпонентного параметра порядка благодаря низкой пространственной симметрии этих соединений не меняют род фазового перехода, найденный на основе теории Ландау.

1. Введение

Оксидам $R\mathrm{Mn_2O_5}$ (R — редкоземельный ион) уделяется в последние два десятилетия повышенное внимание. Обусловлено оно прежде всего тем, что эти соединения принадлежат к одному из немногочисленных классов систем, в которых реализуется, хотя и при не очень высоких температурах, сильная связь между магнитной подсистемой и электрической поляризацией. Экспериментально надежно установлено [1], что электрическая поляризация в манганатах появляется только после возникновения дальнего магнитного порядка. В окрестности магнитных фазовых переходов в этих оксидах имеют место аномалии диэлектрических характеристик, таких, например, как диэлектрическая проницаемость [2]. В этих соединениях удается реализовать возможность управления электрическими свойствами с помощью магнитного поля и магнитными свойствами с помощью электрического поля. Одним из ярких проявлений такой возможности является обращение направления электрической поляризации без изменения её величины при периодическом изменении внешнего магнитного поля в интервале между 0 и 2 T [3]. В этих соединениях имеют место колоссальные магнитодиэлектрические эффекты [4].

В работах [5,6] было найдено, что в манганатах $R\mathrm{Mn_2O_5}$ ($R=\mathrm{Nd}$, Tb, Ho, Er, Y) переход из парамагнитной фазы осуществляется в длиннопериодическую магнитную структуру, характеризуемую звездой волнового вектора $\mathbf{k}=\{1/2, 0, \kappa\}$. Этот результат был перепроверен в работе [7] для оксидов $\mathrm{ErMn_2O_5}$ и $\mathrm{TbMn_2O_5}$. На основе нейтронографических данных в работе [8] установлено, что по этой же звезде происходит переход и в оксиде $\mathrm{EuMn_2O_5}$. До недавнего времени считалось [9], что переход из парамагнитной фазы в магнитоупорядоченное состояние во всех оксидах $R\mathrm{Mn_2O_5}$ осуществляется по этой звезде. Однако дальнейшие исследования позволили установить [10], что в соединениях $R\mathrm{Mn_2O_5}$ ($R=\mathrm{Tb}$, Ho, Dy), переход из парамагнитной фазы происходит в длиннопериодическую структуру с волновым вектором $\mathbf{k}=(\beta, 0, \kappa)$, несоизмеримую по двум пространственным направлениям. В то же время в соединении $\mathrm{GdMn_2O_5}$ волновой вектор магнитной структуры при таком переходе неизвестен до сих пор.

Понижение температуры приводит к появлению других магнитных фазовых переходов в манганатах. В работах [11–13] на основе теории Ландау в $R\mathrm{Mn_2O_5}$ ($R=\mathrm{Tb}$, Ho, Dy) проанализированы переходы из парамагнитного состояния в несоизмеримую структуру, затем в соизмеримую антиферромагнитную и далее снова в несоизмеримую структуру. Исследование первого магнитного перехода проводилось в предположении его реализации по звезде волнового вектора $\mathbf{k}=\{1/2, 0, \kappa\}$. Было установлено, что помимо микроскопического магнитного параметра порядка переход из парамагнитного состояния в магнитоупорядоченную структуру характеризуется также сопутствующим макроскопическим параметром порядка, которым оказывается электрическая поляризация среды, ориентированная вдоль оси b кристалла. Переход в соизмеримую антиферромагнитную структуру происходит через образование солитонной решетки, при этом поляризация системы не исчезает. Третий переход, который, как экспериментально обнаружено, происходит в несоизмеримую по двум направлениям структуру [1], также может быть описан как фазовый переход второго рода. При этом координатная зависимость параметра порядка вдоль оси z имеет вид уединенной волны типа кинка и определяется с точностью до некоторой константы z_0, т.е. решение является трансляционно-инвариантным вдоль этой оси. По оси x формируется длиннопериодическая структура. Поскольку константа z_0 является произвольной, в случае, если она принимает некоторый набор дискретных значений, в системе может сформироваться решетка кинков по оси z.

В работе [14] изучено критическое поведение соединений $\mathrm{ErMn_2O_5}$ и $\mathrm{EuMn_2O_5}$ вблизи магнитного перехода из парамагнитного в магнитоупорядоченное состояние, происходящего по звезде волнового вектора $\mathbf{k} = \{1/2, 0, \kappa\}$. Установлено, что имеются две устойчивые критические точки, в которых реализуется переход второго рода. При этом одна из указанных точек соответствует случаю, когда орторомбические искажения малы, тогда как вторая точка существует, если такие искажения кубического кристалла нельзя считать малыми. Отметим, что низкая симметрия систем сохраняет возможность существования фазового перехода второго рода и при учете спиновых корреляций вблизи точки перехода. Обратная ситуация, как известно [15], имеет место, например, при переходах в магнитоупорядоченное состояние в оксидах переходных металлов. Включение в рассмотрение спиновых флуктуаций приводит к тому, что фазовый переход, являющийся переходом второго рода в теории Ландау, оказывается переходом первого рода.

В настоящей работе анализируется критическое поведение оксидов $R\mathrm{Mn_2O_5}$ при переходе из парамагнитного состояния в несоизмеримую структуру, характеризуемом звездой волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$. Цель работы состояла в том, чтобы установить наличие критических точек при переходе по этой звезде, выяснить тип фазового перехода в этих критических точках, а также найти критические индексы при реализации фазового перехода второго рода.

2. Эффективный гамильтониан

Выше уже указывалось, что в таких оксидах, как $\mathrm{TbMn_2O_5}$, $\mathrm{HoMn_2O_5}$, $\mathrm{DyMn_2O_5}$, переход из парамагнитной фазы в магнитоупорядоченное состояние осуществляется по звезде волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$. Проанализируем этот переход на основе ренормгруппового подхода.

Построим прежде всего эффективный гамильтониан, позволяющий изучить этот переход. Заметим сначала, что при рассмотрении фазовых переходов, как указано в монографии [16], можно ограничиться частью фазового пространства частиц системы, отвечающего только распределению параметра порядка. В этом случае эффективный гамильтониан, позволяющий анализировать фазовый переход, совпадает с термодинамическим потенциалом, описывающим переход в рамках теории Ландау, дополненным слагаемым, учитывающим неоднородность спиновых флуктуаций.

Как известно [16], в рамках теории Ландау проводится разложение физических величин, появляющихся после перехода, по базисным функциям неприводимых представлений группы симметрии исходной (в нашем случае парамагнитной) фазы. В концепции перехода по одному неприводимому представлению в разложении этих величин остаются только базисные функции одного представления. Можно считать [16], что под действием элементов группы симметрии преобразуются не базисные функции, а коэффициенты разложения, которые далее считаются компонентами параметра порядка перехода.

В дальнейшем для описания магнитного перехода по звезде волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$ используется группа пространственной симметрии парамагнитной фазы, которая в манганатах $R\mathrm{Mn_2O_5}$ есть $Pbam(D_{2h}^9)$. Возможность использования только пространственной симметрии при изучении магнитных переходов обоснована в работе [17], а более подробно представлена в монографиях [18,19]. Краткое описание этого подхода для исследования переходов в несоизмеримые структуры дано в работах [11–13]. Важным для нас оказывается то обстоятельство, что для многолучевой звезды коэффициенты разложения магнитной структуры по базисным функциям неприводимого представления пространственной группы, называемые коэффициентами смешивания, преобразуются по полному неприводимому представлению этой группы. Набор коэффициентов смешивания $C_i^{k_L\sigma}$ подчиняется уравнению [18]

$$C_i^{k_L\sigma} = \sum_{L'}\sum_{\lambda'} D_{Li,L'j}^{k,\sigma}(g) C_j^{k'_L\sigma}. \tag{1}$$

Здесь $C_i^{k_L\nu}$ — коэффициент смешивания магнитной структуры для луча k_L звезды $\{\mathbf{k}\}$ σ-го неприводимого представления пространственной группы, $D^{k\sigma}$ — матрица полного неприводимого представления для элемента g пространственной группы, индекс i — номер коэффициента смешивания в наборе. Эта матрица задается равенством

$$D_{Li,Mj}^{k,\sigma}(g) = d_{ij}^{k,\sigma}(g_L^{-1} g g_M), \quad g_L^{-1} g g_M \in F_k, \tag{2}$$

где

$$g \in Pbam, \quad g_L\mathbf{k} = \mathbf{k}_L, \quad g_M\mathbf{k} = \mathbf{k}_M, \quad g\mathbf{k}_L = \mathbf{k}_M,$$

$F_\mathbf{k}$ — фактор-группа группы волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$ пространственной группы $Pbam(D_{2h}^9)$, $d_{ij}^{k,\sigma}(g)$ — представление группы волнового вектора.

Полное неприводимое представление пространственной группы $Pbam$ для звезды волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$ в случае неединичного проективного представления σ_2 построено в работах [12,13]. Поэтому здесь приведем только результат. Матрицы для генераторов полного неприводимого представления σ_2 этой группы имеют вид

$$D^{k_3,\sigma_2}(g_2)=\begin{bmatrix}0&\omega^2&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&\omega^{*2}&0\end{bmatrix},\ D^{k_3,\sigma_2}(g_3)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix},$$

$$D^{k_3,\sigma_2}(g_{25})=\begin{bmatrix}0&0&-\omega^*&0\\0&0&0&-\omega^*\\-\omega&0&0&0\\0&-\omega&0&0\end{bmatrix}. \quad (3)$$

В равенствах (3) k_3 — волновой вектор рассматриваемой звезды в обозначениях справочника Ковалева [20], $\omega=\exp\{-i\beta\pi\}$,

$$g_2=\{h_2|1/2,\,1/2.0\},\qquad g_3=\{h_3|1/2,\,1/2,\,0\},$$

$$g_{25}=\{h_{25}|0,\,0,\,0\}$$

— элементы пространственной группы в обозначениях Вигнера–Зейца, h_2, h_3, h_{25} — вращение вокруг оси (100), (010) на 180° и пространственная инверсия соответственно [20].

Определяя теперь многокомпонентный параметр порядка как набор величин η_1, η_2, ξ_1, ξ_2, с помощью матриц (3) находим правила преобразования набора под действием элементов пространственной группы. Чтобы записать эффективный гамильтониан в удобном для анализа виде, проведем для компонент параметра порядка замену

$$\eta_1=\zeta_1-i\zeta_2,\qquad \xi_1=\zeta_1+i\zeta_2,$$
$$\xi_2=\zeta_3+i\zeta_4,\qquad \eta_2=\zeta_3-i\zeta_4. \quad (4)$$

Тогда эффективный гамильтониан, записанный с помощью величин $\zeta_i(i=1,\ldots,4)$, имеет вид

$$H_{\text{eff}}=\int d^dx\bigg[\frac{r}{2}\left(\zeta_1^2(x)+\zeta_2^2(x)+\zeta_3^2(x)+\zeta_4^2(x)\right)$$
$$+\frac{c}{2}\left(\frac{\partial\zeta_i(x)}{\partial x_j}\frac{\partial\zeta_i(x)}{\partial x_j}\right)+g_1\left(\zeta_1^4(x)+\zeta_2^4(x)+\zeta_3^4(x)+\zeta_4^4(x)\right)$$
$$+g_2\left(\zeta_1^2(x)\zeta_2^2(x)+\zeta_3^2(x)\zeta_4^2(x)\right)+g_3\Big(\zeta_1^2(x)\zeta_3^2(x)$$
$$+\zeta_2^2(x)\zeta_3^2(x)+\zeta_1^2(x)\zeta_4^2(x)+\zeta_2^2(x)\zeta_4^2(x)\Big)\bigg], \quad (5)$$

где d — размерность пространства, которую далее считаем равной 4-ε, $\varepsilon\ll 1$ [21]. В равенстве (5) для коэффициентов g_1 и g_2 выполняется соотношение

$$g_2=2g_1. \quad (6)$$

Второе слагаемое в эффективном гамильтониане (5) описывает неоднородность параметра порядка, возникающую вследствие спиновых флуктуаций.

Отметим, что эффективный гамильтониан (5) отличается от случая перехода по звезде волнового вектора $\mathbf{k}=(1/2,\,0,\,\kappa)$ тем, что не содержит инварианта вида $\zeta_1(x)\zeta_2(x)\zeta_3(x)\zeta_4(x)$. Отсутствие этого инварианта приводит к изменению параметров критической точки, в которой может происходить фазовый переход второго рода.

3. Ренормгрупповой анализ

Для описания критического поведения оксидов $R\mathrm{Mn_2O_5}$ ($R=$ Tb, Ho, Dy) используем стандартную процедуру ренормгруппового (РГ) анализа, подробно описанную в монографиях [22–24]. С помощью процедуры РГ-анализа получим следующие рекурсивные соотношения для величин r, $g_i(i=1,3)$:

$$r'=b^{2-\eta}\big(r+[8g_1+2g_3]A(r)$$
$$-[128g_1^2+16g_3^2]B(r)\big)+0(\varepsilon^3), \quad (7)$$

$$g_1'=b^{\varepsilon-2\eta}\big(g_1-[40g_1^2+2g_3^2]K_4\ln b$$
$$+[1024g_1^3+48g_1g_3^2+16g_3^3]K_4^2\ln b\big), \quad (8)$$

$$g_3'=b^{\varepsilon-2\eta}\big(g_3-[8g_3^2+32g_1g_3]K_4\ln b$$
$$+[384(g_1^2g_3+g_1g_3^2)]K_4^2\ln b\big). \quad (9)$$

При получении уравнений (7)–(9) учтено соотношение (6). В этих уравнениях b — параметр, описывающий изменение пространственного масштаба системы при преобразовании Каданова [22–24], η — критический показатель, характеризующий поведение спиновой корреляционной функции в критической точке. Индекс η получается из условия неизменности коэффициента c в эффективном гамильтониане при преобразованиях ренормгруппы и равен

$$\eta=\frac{1}{2}\,(64g_1^2+8g_3^2)K_4, \quad (10)$$

где снова принято во внимание равенство (6). Величины $A(r)$, $B(r)$ равны [24,25]

$$A(r)=\int\limits_{\Lambda/b}^{\Lambda}\frac{d^dq}{(2\pi)^d}\,\frac{1}{cq^2+r}$$
$$=\frac{1}{c}\,K_d\,\frac{\Lambda^{d-2}}{d-2}\,(1-b^{-2+\varepsilon})+K_4cr\ln b,$$

$$B(r)=\int\limits_{\Lambda/b}^{\lambda}\frac{d^dq}{(2\pi)^d}\,\frac{d^dq'}{(2\pi)^d}\,\frac{1}{(cq^2+r)}\,\frac{1}{(cq'^2+r)}$$
$$\times\,(c[\mathbf{q}+\mathbf{q}']^2+r)^{-1}. \quad (11)$$

В равенствах (7)–(9), (11) Λ — параметр обрезания волнового вектора,

$$K_d=2^{-d+1}\pi^{-d/2}/\Gamma(d/2) \quad (12)$$

— площадь поверхности единичной сферы, деленная на величину $(2\pi)^d$, $K_4=1/8\pi^2$.

Определим наличие неподвижных точек РГ-преобразования в линейном по малому параметру ε приближении. В рассматриваемом приближении в правых частях уравнений (8),(9) учитываем только два первых слагаемых. Вводя обозначения [14,25], $x_i = g_i K_4/\varepsilon$, $(i = 1, 3)$ получим систему уравнений для определения неподвижных точек

$$x_1 = 40x_1^2 + 2x_3^2, \qquad x_3 = 8x_3^2 + 32x_1x_3. \tag{13}$$

Эта система уравнений имеет одно нетривиальное решение

$$x_1 = 1/48, \qquad x_3 = 1/24. \tag{14}$$

Следовательно, в линейном по параметру ε приближении в критической точке значения параметров g_i $(i = 1,\ 2,\ 3)$ равны

$$g_1^* = \varepsilon/48K_4, \quad g_2^* = \varepsilon/24K_4, \quad g_3^* = \varepsilon/24K_4. \tag{15}$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что при переходе в длиннопериодическую структуру с волновым вектором $\mathbf{k} = (1/2, 0, \kappa)$ эта критическая точка благодаря наличию инварианта $\prod_{i=1}^{4} \zeta_i(x)$ отсутствует [14]. Если же константа при этом инварианте в эффективном гамильтониане случайно обращается в нуль, критическая точка (15) для вектора $\mathbf{k} = (1/2, 0, \kappa)$ оказывается неустойчивой [14,25].

Покажем теперь, что на гиперповерхности $(r^*, g_1, g_2, g_3)_{g_2=2g_1}$ точка $(r^*, g_1^*, g_2^*, g_3^*)_{g_2^*=2g_1^*}$ является устойчивой точкой РГ-преобразования (значение r^* в линейном по параметру ε приближении определяем из уравнения (7) с учетом первого равенства (11), полагая $g_1 = g_1^*, g_3 = g_3^*$). Запишем для этого уравнения (8), (9) в дифференциальной форме. В этом случае, принимая во внимание только два первых слагаемых в правых частях этих уравнений, имеем

$$\frac{dg_1}{d\xi} = \varepsilon g_1 - [40g_1^2 + 2g_3^2]K_4,$$

$$\frac{dg_3}{d\xi} = \varepsilon g_3 - [8g_3^2 + 32g_1g_3]K_4, \tag{16}$$

где $\xi = \ln b$. Исследуем устойчивость неподвижной точки этой системы (g_1^*, g_3^*) по первому приближению [26]. Проводя замену переменных

$$g_1 = g_1^* + \Delta g_1(\xi), \quad g_2 = g_2^* + \Delta g_2(\xi), \tag{17}$$

получим в линейном по величинам Δg_i $(i = 1,\ 3)$ приближении уравнения

$$\frac{d\Delta g_1}{d\xi} = -\frac{2}{3}\,\varepsilon\Delta g_1 - \frac{1}{6}\,\varepsilon\Delta g_3,$$

$$\frac{d\Delta g_3}{d\xi} = -\frac{4}{3}\,\varepsilon\Delta g_1 - \frac{1}{3}\,\varepsilon\Delta g_3. \tag{18}$$

Определим теперь собственные значения матрицы Q, равной

$$Q = \begin{pmatrix} -2\varepsilon/3 & -\varepsilon/6 \\ -4\varepsilon/3 & -\varepsilon/3 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Собственные значения есть

$$\lambda = 0, \qquad \lambda = -\varepsilon. \tag{20}$$

Это означает, что точка (g_1^*, g_3^*) оказывается устойчивой точкой системы уравнений (16). Таким образом, если в результате РГ-преобразований точка гиперповерхности $(r^*, g_1, g_2, g_3)_{g_2=2g_1}$ оказывается вблизи критической точки $(r^*, g_1^*, g_2^*, g_3^*)_{g_2^*=2g_1^*}$, то она не может удалиться от нее, оставаясь все „время" вблизи этой точки, в том числе проходя через эту точку. Эта ситуация реализуется, когда система находится при критической температуре $T = T_C$.

Если температура системы отличается от критической температуры, то в окрестности неподвижной точки формально можно записать [24]

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^* + \delta\boldsymbol{\mu}, \tag{21}$$

где $\boldsymbol{\mu} = (r, g_1, g_2, g_3)_{g_2=2g_1}$, $\boldsymbol{\mu}^* = (r^*, g_1^*, g_2^*, g_3^*)_{g_2^*=2g_1^*}$. Представляя РГ-преобразование в виде

$$\boldsymbol{\mu}' = R_b\boldsymbol{\mu}, \tag{22}$$

найдем, что [24]

$$\delta\boldsymbol{\mu}' = R_b^L\delta\boldsymbol{\mu} + 0\left((\delta\boldsymbol{\mu})^2\right). \tag{23}$$

Поскольку в уравнении (23) пренебрегается членами порядка $0\left((\delta\boldsymbol{\mu})^2\right)$, преобразование R_b^L является линейным оператором. Явный вид этого оператора задается матрицей

$$(R_b^L)_{\alpha\beta} = (\partial\mu'_\alpha/\partial\mu_\beta)_{\mu=\mu^*}. \tag{24}$$

Используем для вычисления матрицы $(R_b^L)_{\alpha\beta}$ рекурсивные уравнения (7)−(9) с учетом того, что соотношение (6) выполняется и в критической точке. В этом случае искомая матрица становится трехмерной и записывается в виде

$$(R_b^L)_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} b^{2-\varepsilon} & R_1 & R_2 \\ 0 & b^{-2\varepsilon/3} & -\frac{\varepsilon b^{\varepsilon}\ln b}{6} \\ 0 & -\frac{4}{3}\,\varepsilon b^{\varepsilon}\ln b & b^{-\varepsilon/3} \end{bmatrix}. \tag{25}$$

В равенстве (25)

$$R_1 = (\partial r'/\partial g_1)_{g_1^*,g_3^*,r^*}, \quad R_2 = (\partial r'/\partial g_3)_{g_1^*,g_3^*,r^*}. \tag{26}$$

Величины R_1, R_2 не влияют на величину собственных значений матрицы (25), как видно из ее структуры. Эти собственные значения равны

$$\lambda_1 = b^{2-\varepsilon/2}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}\left\{(b^{-\varepsilon/3} + b^{-2\varepsilon/3}) + \left[(b^{-\varepsilon/3} - b^{-2\varepsilon/3})^2 + \frac{8}{9}(b^{\varepsilon}\varepsilon \ln b)^2\right]^{1/2}\right\},$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2}\left\{(b^{-\varepsilon/3} + b^{-2\varepsilon/3}) - \left[(b^{-\varepsilon/3} - b^{-2\varepsilon/3})^2 + \frac{8}{9}(b^{\varepsilon}\varepsilon \ln b)^2\right]^{1/2}\right\}. \quad (27)$$

Численные оценки показывают, что при $b \geq 2$ и $\varepsilon \ll 1$ имеем $\lambda_2 \geq 1$, $\lambda_3 \leq 1$. Так, при $b = 2$, $\varepsilon = 0.1$ найдем, что значения величин λ_i $(i = 2, 3)$ равны $\lambda_2 = 1.0025$, $\lambda_3 = 0.9875$. Равенства $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 1$ выполняются при $\varepsilon = 0$, т. е. в случае размерности пространства $d = 4$, при которой может существовать только гауссова неподвижная точка. Из равенств (27) следует, что $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$. Выбирая $\max\{\chi_1, \lambda_2\}$ для определения температурного поведения $\boldsymbol{\mu}(T)$, в линейном по малому параметру ε приближении получим

$$R_b'\boldsymbol{\mu}(T) = \boldsymbol{\mu}^*(T) + (b/\tau)^{1/\nu}\mathbf{e}_1 + 0(\lambda_3), \quad (28)$$

где $1/\nu = 2 - \varepsilon$, а $\tau = (\alpha[T - T_C])^{-\nu}$ есть корреляционная длина, α — некоторая константа, $\mathbf{e}_1$ — собственный вектор оператора R_b^L, соответствующий собственному значению λ_1.

Приведенные выше результаты, касающиеся поведения системы вблизи критической точки $(r^*, g_1^*, g_2^*, g_3^*)_{g_2^*=2g_1^*}$, означают, что в ней имеет место фазовый переход второго рода. Можно показать, что с точностью до ε^2 критический индекс ν имеет значение

$$\nu = 0.5 + 0.125\varepsilon - 0.026\varepsilon^2 + 0(\varepsilon^3). \quad (29)$$

Критический индекс η, определяющий поведение спин-спиновой корреляционной функции, равен

$$\eta = 0.021\varepsilon^2 + 0(\varepsilon^3). \quad (30)$$

Хорошо известно [22–24], что в точке перехода второго рода некоторые термодинамические функции имеют особенности. Эти особенности (сингулярности степенного типа от разности температур $T - T_C$, где T_C — температура фазового перехода) связаны с тем, что вблизи данной точки существуют флуктуации параметра порядка. Важным представляется, что указанные особенности не определяются величиной флуктуаций параметра порядка, которые являются конечными величинами. Более существенным фактором оказывается то обстоятельство, что корреляционная длина, являющаяся мерой пространственного расстояния, на котором эти флуктуации связаны между собой, вблизи точки перехода становится большой, а в самой точке перехода — бесконечной. Именно в результате такого поведения системы РГ-анализ необходим для выявления критических свойств системы в области фазового перехода.

4. Заключение

В работе проанализирован магнитный фазовый переход из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру в оксидах $R\mathrm{Mn_2O_5}$ (R = Tb, Ho, Dy), происходящий по звезде волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$. Отметим, что первоначально в работах [5–7] по данным магнитной нейтронографии было получено, что этот переход происходит по звезде $\mathbf{k} = (1/2, 0, \kappa)$. Дальнейшие исследования, однако, показали [10], что в этих оксидах несоизмеримая структура возникает по двум пространственным направлениям. Построен эффективный гамильтониан системы, позволяющий рассматривать этот переход в рамках РГ-подхода. Этот эффективный гамильтониан характеризуется четырехкомпонентным параметром порядка и содержит три параметра g_i $(i = 1, 2, 3)$, связанные с инвариантами четвертого порядка. В рассматриваемом случае на эти инварианты накладывается дополнительное условие (6). Отметим, что этот эффективный гамильтониан отличается от гамильтониана, описывающего переход в манганатах $R\mathrm{Mn_2O_5}$ по звезде $\mathbf{k} = (1/2, 0, \kappa)$, отсутствием инварианта вида $\xi_1(x)\xi_2(x)\xi_3(x)\xi_4(x)$, а также наличием условия (6).

Показано, что при переходе по звезде $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$ в исследуемых оксидах имеется только одна неподвижная критическая точка РГ-преобразования. Она является устойчивой точкой этого преобразования, в которой реализуется фазовый переход второго рода в несоизмеримую по двум пространственным направлениям магнитную структуру. При этом для реализации устойчивости этой точки оказывается важным наличие условия (6). Дело в том, что в работе [25] получена система уравнений для определения критического поведения соединений $\mathrm{TbAu_2}$ и $\mathrm{DyC_2}$ в области фазовых переходов в несоизмеримые структуры. Эта система отличается от полученной в настоящей работе системы уравнений (7)–(9) только отсутствием условия (6). В этой ситуации критическая точка с теми же значениями параметров для величин g_i $(i = 1, 2, 3)$ оказывается неустойчивой, т. е. в ней невозможен переход второго рода.

Критические точки, возникающик при переходе по звезде $\mathbf{k} = (1/2, 0, \kappa)$, найденные в работе [14], не совпадают с критической точкой (15). Такое различие в критическом поведении определяется наличием инварианта $\xi_1(x)\xi_2(x)\xi_3(x)\xi_4(x)$ при переходе в несоизмеримую по одному пространственному направлению структуру. Таким образом, условия реализации фазовых переходов второго рода оказываются различными для волновых векторов с несоизмеримостью по одной двум пространственным координатам. Отметим в заключение, что благодаря низкой пространственной симметрии оксидов $R\mathrm{Mn_2O_5}$ учет флуктуаций параметра порядка не меняет род фазового перехода, полученный при его анализе в рамках теории Ландау, и в случае звезды волнового вектора $\mathbf{k} = (\beta, 0, \kappa)$.

Список литературы

[1] G.R. Blake, L.C. Chapon, P.G. Radaelli, S. Park, N. Hur, S.-W. Cheong, J. Roriguez-Carvajal. Phys. Rev. B **71**, 214 402 (2005).
[2] W. Ratcliff, V. Kiryuchin, M. Kenzelmann, S.-H. Lee, R. Erwin, J. Schefer, N. Hur, S. Park, S.-W. Cheong. Phys. Rev. B **72**, 060 407 (2005).
[3] N. Hur, S. Park, P.A. Sharma, J.S. Ahn, S. Guha, S.-W. Cheong. Nature (London) **429**, 392 (2004).
[4] N. Hur, S. Park, P.A. Sharma, S. Guha, S.W. Cheong. Phys. Rev. Lett. **93**, 107 207 (2004).
[5] G. Buisson. Phys. Status. Solidi A **16**, 533 (1973).
[6] G. Buisson. Phys. Status Solidi A **17**, 191 (1973).
[7] P.P. Gardner, C. Wilkinson, J.B. Forsyth, B.M. Wanklyn. J. Phys. C **21**, 5653 (1988).
[8] V. Polyakov, V. Plakthy, M. Bonnet, P. Burlet, L.-P. Regnault, S. Gavrilov, I. Zobkalo, O. Smirnov. Physica B **297**, 208 (2001).
[9] A. Munoz, M.J. Martinez-Lope, V. Pomjakushin, G. Andre. J. Phys.: Cond. Matter **24**, 076 003 (2012).
[10] P.G. Radaelli, L.C. Chapon. J. Phys.: Cond. Matter **20**, 434 213 (2008).
[11] В.В. Меньшенин. ЖЭТФ **135**, 265 (2009).
[12] В.В. Меньшенин, В.В. Николаев, А.В. Дмитриев. ФММ **112**, 28 (2011),
[13] V.V. Men'shenin, V.V. Nikolaev, A.V. Dmitriev. Solid State Phenomena **190**, 277 (2012).
[14] В.В. Меньшенин. ЖЭТФ **143**, *6*, в печати (2013).
[15] С.А. Бразовский, И.Е. Дзялошинский. Письма в ЖЭТФ **21**, 360 (1975).
[16] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М. (1976). Ч. 1. С. 520.
[17] О.В. Ковалев. ФТТ **5**, 3156 (1963).
[18] Ю.А. Изюмов, В.Е. Найш, Р.П. Озеров. Нейтронография магнетиков. Атомиздат, М. (1981). 270 с.
[19] Ю.А. Изюмов, В.Н. Сыромятников. Фазовые переходы. Наука, М. (1984). 247 с.
[20] О.В. Ковалев. Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп. Наука, М. (1986). 368 с.
[21] K.G. Wilson, M. Fisher. Phys. Rev. Lett. **28**, 240 (1972).
[22] К. Вильсон, Дж. Когут. Ренормализационная группа и ε-разложение. Мир, М. (1975). 256 с.
[23] А.З. Паташинский, В.Л. Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. Наука, М. (1980). 382 с.
[24] Ш. Ма. Современная теория критических явлений. Мир, М. (1980). 298 с.
[25] D. Mukamel, S. Krinsky. Phys. Rev. B **13**, 5078 (1976).
[26] Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Наука, М. (1979). 332 с.