

03

Критерий возникновения ударно-волнового течения газа в замкнутой цилиндрической трубе, вызванного гармоническими колебаниями поршня

© С.В. Булович

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: bulovich@ista-pneumatics.ru

Поступило в Редакцию 9 ноября 2006 г.

На основании экспериментального материала и теоретического исследования выработан критерий возникновения ударно-волнового движения газового столба в закрытой трубе, вызванного гармоническими колебаниями поршня на резонансной частоте. Справедливость критерия в широком диапазоне изменения определяющих параметров проверена в рамках численного интегрирования нестационарной системы уравнений узкого канала, записанной в дивергентной форме. Приведена карта режимов течения газа в закрытой трубе.

PACS: 47.15.Rq, 47.35.Rs

Известно, что под воздействием плоского поршня, перемещающегося в закрытой цилиндрической трубе по гармоническому закону, при определенных условиях возникает ударно-волновое движение газа. Установлено, что необходимым условием является близость частоты колебаний поршня к частоте собственных колебаний газового столба. При этом возникает условие роста амплитуды колебаний за счет того, что на фазе сжатия газ в трубе движется по направлению к поршню, на фазе расширения — в противоположном направлении. Такое согласованное движение газа и поршня обеспечивает циклический подвод энергии к системе.

Стабилизация амплитуды колебаний происходит за счет проявления нелинейности. Возникающая ударная волна ограничивает амплитуду колебаний газодинамических функций. Смена режимов носит плавный характер без скачкообразного изменения амплитуды колебаний, по-

этому трактовка пороговых состояний является вопросом соглашения. Образование ударной волны меняет структуру течения в области пограничного слоя, поэтому наиболее выпукло передают смену режима волнового движения газа на ударно-волновое движение такие функции, как распределение давления и теплового потока на стенке по длине трубы.

В работе [1] сформулирован критерий, когда синусоидальные или почти синусоидальные изменения газодинамических функций сменяются разрывными решениями (формированием ударной волны). Критерий имеет вид

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \leq \frac{2}{\pi} \sqrt{(\gamma + 1)} \frac{h}{L}, \quad (1)$$

где ω — частота колебаний поршня, ω_0 — собственная частота колебаний газового столба, γ — показатель адиабаты Пуассона, h — амплитуда колебания поршня, L — длина трубы.

Однако из формулы (1) следует, что на резонансной частоте любая амплитуда колебания поршня приведет к формированию разрывного решения. Между тем ряд экспериментальных работ [2,3], посвященных непосредственному изучению явления формирования ударной волны, констатирует, что на резонансной частоте, при конечной амплитуде колебаний поршня, течение газа по-прежнему носит синусоидальный или почти синусоидальный характер. Существует пороговое значение амплитуды, когда большая амплитуда колебаний на резонансной частоте приводит к разрывным решениям. Следовательно, критерий работы [1], правдоподобно описывая исчезновение разрывов в эпюре давления в связи с отстройкой частоты от резонансной, неудовлетворительно указывает на границу перехода к течению с образованием ударной волны при колебаниях на резонансной частоте.

В качестве соотношения для формирования критерия образования ударной волны при синусоидальных колебаниях поршня на резонансной частоте рассмотрим баланс между работой поршня и диссипативными процессами в газе. Для сохранения „синусоидальности“ колебаний необходимо исключить потери механической энергии газа при прохождении через скачок уплотнения. Сформулируем неравенство, когда при установившемся режиме движения газа подводимая к системе мощность

не превышает мощности диссипации. Будем иметь

$$\oint_T dt \int_0^R p_p u_p r dr \leq \oint_T dt \int_0^L dz \int_0^R \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 r dr, \quad (2)$$

где z и r — осевая и радиальная координаты, t — время, T — период колебаний, p_p и u_p — давление и осевая составляющая скорости на поверхности поршня, R — радиус трубы, μ — коэффициент динамической вязкости, u — осевая составляющая скорости.

Как критерий формирования ударно-волновой конфигурации представляет интерес явное соотношение, сформированное из параметров задачи, поэтому ограничимся в оценке значения интегралов масштабами соответствующих функций. В этом случае формула для относительной амплитуды колебаний поршня соотносится с зависимостью от числа Стокса следующим неравенством:

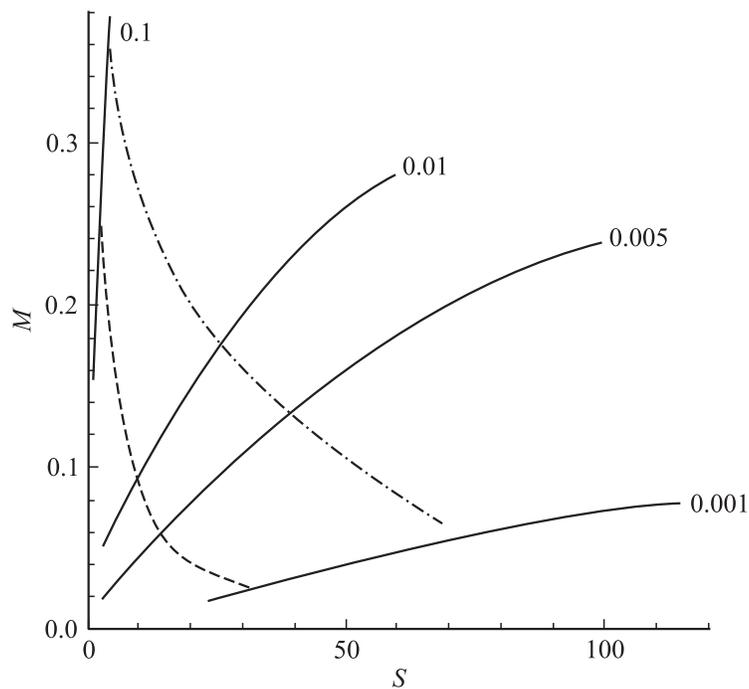
$$\frac{h}{L} \leq S^{-2}, \quad S = \frac{R}{\sqrt{\nu/\omega}}, \quad (3)$$

где S — число Стокса, ν — коэффициент кинематической вязкости. При выполнении неравенства колебания будут иметь почти синусоидальный характер, в том числе и на частоте, совпадающей с собственной акустической частотой газового столба.

В экспериментальных работах варьируемым параметром выступает амплитуда колебаний поршня и длина трубы. Влияние диаметра трубы, температурного режима на стенке трубы и теплофизических характеристик газа на формирование ударно-волнового движения изучены в меньшей степени. Анализ экспериментальных данных работ [2,3] подтверждает справедливость критерия (3). Проверка критерия (3) в рамках численного эксперимента в широком диапазоне изменения параметров выполнена в настоящей работе.

Были рассмотрены различные диаметры трубы и амплитуды смещения поршня при фиксированном значении длины трубы ($L = 3$ м). Это позволяет независимо варьировать как левую, так и правую часть исследуемого неравенства.

Результаты получены при помощи численного интегрирования нестационарной системы уравнений узкого канала по методике работы [4]. Схема имела второй порядок точности по времени и по



Карта ударно-волновых режимов газа.

пространству. Для дискретизации задачи была использована сетка размерностью 300×40 ячеек, со сгущением к стенке трубы для разрешения структуры пограничного слоя. В продольном направлении сетка была подвижна, скорость смещения узлов сетки соответствовала скорости перемещения поршня в трубе.

На рисунке приведена карта режимов течения газа в цилиндрических трубах при резонансной частоте колебания газового столба. Представлена параметрическая зависимость амплитуды колебания числа Маха, построенного по максимальной скорости в трубе и невозмущенной скорости звука, в зависимости от числа Стокса. Параметром выступает относительная амплитуда смещения поршня h/L (числовые значения, нанесенные рядом с кривыми). Заметим, что при числах Стокса менее 10 максимум скорости колебания газа локализован в окрестности

поршня, с возрастанием числа Стокса пучность колебания скорости смещается к середине трубы.

Пунктирная линия соответствует оценке образования ударной волны по формуле (3). Если ориентироваться на визуальную диагностику по характеру изменения распределения теплового потока по длине трубы, то соответствующая зависимость представлена штрихпунктирной линией. При значении параметров режима течения, расположенных над штрихпунктирной кривой, течение газового столба происходит с образованием ударной волны. Поведение этой кривой имеет схожую функциональную зависимость ($\sim S^{-2}$) и отличается от теоретической кривой (3) масштабным множителем. Его количественное значение можно установить при более строгой оценке величины интегралов в формуле (2) или путем подбора.

Список литературы

- [1] *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 519 с.
- [2] *Галиуллин Р.Г., Галиуллина Э.Р., Пермяков Е.И.* // Инженерно-физический журнал. 1995. Т. 68. № 3. С. 408–415.
- [3] *Галиуллин Р.Г., Зарипов Р.Г., Галиуллина Э.Р., Давыдов Р.И.* // Инженерно-физический журнал. 2000. Т. 73. № 2. С. 370–375.
- [4] *Булович С.В.* // Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий: Материалы научно-практической конференции и школы-семинара (17–20 июня 2004 г.) СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2004. С. 188–207.