03

Распространение возмущений в сверхзвуковых ламинарных и турбулентных пограничных слоях

© *И.И. Липатов, С.В. Дубинский*

Центральный аэрогидродинамический институт, Жуковский
E-mail: igor_lipatov@mail.ru

Поступило в Редакцию 15 мая 2007 г.

Исследованы процессы распространения возмущений в сверхзвуковых ламинарных и турбулентных пограничных слоях, а также в каналах. Анализ субхарактеристик позволил получить интегральное соотношение, определяющее скорость распространения возмущений. Анализ течения в турбулентом пограничном слое, описывающемся простейшей моделью, привел к выводу, что распространение возмущений вверх по потоку в таких течениях возможно, только если температура поверхности достаточно велика (или толщина области пристеночного дозвукового течения также относительно велика). Для умеренных температур поверхности распространение возмущений верх по потоку ограничено расстояниями, сравнимыми с толщиной пограничного слоя.

PACS: 47.20.-k

Процессы распространения возмущений являются составной частью проблемы устойчивости. Кроме того, распространение возмущений влияет на нестационарные аэродинамические эффекты, включая гистерезис и отрыв пограничного слоя. Основными физическими эффектами, определяющими распространение возмущений, являются конвекция и диффузия.

Математическое описание распространения возмущений основано на рассмотрении характеристик (или субхарактеристик для уравнений параболического типа). Такого рода анализ приводит к определению зон зависимости и влияния и формулированию корректных постановок математических задач.

Ранее в результате анализа уравнений трехмерного и нестационарного пограничного слоя было показано [1], что характеристики рассматриваемой задачи представляют собой линии, перпендикулярные обтекаемой поверхности. Старшие производные в уравнениях пограничного слоя описывают процессы диффузии в направлении, перпендикулярном к обтекаемой поверхности. В этом случае система характеризуется бесконечной скоростью распространения возмущений от поверхности. В направлениях, параллельных поверхности, в силу гиперболичности уравнений скорость распространения возмущений является конечной. Для определения этой скорости необходимо рассмотреть субхарактеристики (или характеристики уравнений, не содержащих старших производных). В настоящей работе рассматривается в определенной степени более сложная ситуация, когда распределение давления заранее неизвестно и определяется или в результате процессов взаимодействия течения в пограничном слое с внешним сверхзвуковым потоком, или в результате выполнения закона сохранения массы в канале. Эти эффекты обеспечивают проявление дополнительных физических механизмов распространения возмущений, связанных с возмущениями давления.

Анализ процессов распространения возмущений в трехмерных пограничных слоях в условиях сильного гиперзвукового вязко-невязкого взаимодействия [1] привел к нахождению субхарактеристических поверхностей, отделяющих докритические течения (в среднем дозвуковые) от закритических (в среднем сверхзвуковых).

Нестационарные течения в ламинарных пограничных слоях в условиях сильного гиперзвукового вязко-невязкого взаимодействия исследованы в работах [2,3]. В настоящей работе полученные ранее результаты распространены на анализ турбулентных течений и течений в каналах.

Рассматривается течение около пластины, находящейся в гиперзвуковом потоке под нулевым углом атаки. Для простоты предполагается, что передняя кромка пластины перпендикулярна набегающему потоку. Предполагается выполнение следующих предельных соотношений, соответствующих сильному гиперзвуковому вязко-невязкому взаимодействию:

$$\mathrm{M}_\infty \to \infty, \quad \mathrm{M}_\infty \tau \to \infty, \tag{1}$$

где M_∞ — число Маха набегающего потока, τ — безразмерная толщина пограничного слоя. Предполагается, что для декартовых координат, времени, компонентов вектора скорости, для плотности, давления, полной энтальпии и динамического коэффициента вязкости введены соответственно следующие обозначения: lt/u_∞, $u_\infty u$, $u_\infty v$, $u_\infty w$, $\rho_\infty \rho$, $\rho_\infty u_\infty^2 p$, $u_\infty^2 H/2$, $\mu_0 \mu$. Параметр l — некоторая характерная длина. Индексом „∞“ обозначены размерные параметры в невозмущенном потоке, μ_0 — динамический коэффициент вязкости, вычисленный при температуре торможения. Рассматривается течение совершенного газа с постоянным отношением удельных теплоемкостей γ. Вначале анализируются ламинарные режимы течения, поскольку число Рейнольдса перехода для течений с большими сверхзвуковыми скоростями достаточно велико. В соответствии с теорией сильного гиперзвукового взаимодействия в возмущенном течении около пластины можно выделить две области: *1* — ударный слой, *2* — пограничный слой. Течение в области *1* описывается нелинейной системой уравнений для возмущенного течения в невязком ударном слое. Для последующего анализа используется приближенное соотношение между толщиной вытеснения пограничного слоя (вертикальной скоростью на внешней границе пограничного слоя) и индуцированным возмущением давления следующего вида:

$$p_1 = \frac{(\gamma+1)}{2} v_1^2, \tag{2}$$

представляющее собой обобщение формулы касательного клина на нестационарные течения.

Для области (2) справедливы следующие асимптотические представления:

$$(x, y, z, t) = (x_1, \tau y_1, z_1, t_1), \tag{3}$$

$$(u, v, w, p, \rho, H) = (u_2 + \ldots, \tau v_2 + \ldots, w_2 + \ldots,$$
$$\tau^2 p_2 + \ldots, \tau^2 \rho_2 + \ldots, H_2 + \ldots), \tag{4}$$

$$(p, \rho, H) = (\tau^2 p_2 + \ldots, \tau^2 \rho_2 + \ldots, H_2 + \ldots). \tag{5}$$

Подстановка (3)–(5) в уравнения Навье–Стокса и предельный переход (1) приводят к уравнениям трехмерного нестационарного пограничного слоя

$$X\frac{\partial U}{\partial T} + X\left(U\frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial \Phi}{\partial Z}\frac{\partial U}{\partial Y}\right)$$
$$- \frac{F}{4}\frac{\partial U}{\partial Y} + \beta\frac{(\gamma-1)}{4\gamma}Q = \left(\frac{P}{C_0}\right)\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}, \tag{6}$$

$$X\frac{\partial W}{\partial T} + X\left(U\frac{\partial W}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial W}{\partial Y} - \frac{\partial \Phi}{\partial Z}\frac{\partial W}{\partial Y}\right)$$
$$- \frac{F}{4}\frac{\partial W}{\partial Y} + \beta\frac{(\gamma-1)}{4\gamma}Q = \left(\frac{P}{C_0}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}, \tag{7}$$

$$X\frac{\partial G}{\partial T}+X\left(U\frac{\partial G}{\partial X}-\frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial G}{\partial Y}-\frac{\partial \Phi}{\partial Z}\frac{\partial G}{\partial Y}\right)-\frac{F}{4}\frac{\partial G}{\partial Y}$$

$$=X\frac{(\gamma-1)}{\gamma P}Q\frac{\partial P}{\partial T}+\left(\frac{P}{C_0}\right)\frac{\partial^2 G}{\partial Y^2}, \tag{8}$$

$$\beta=-1+\frac{2X}{P}\frac{\partial P}{\partial X},\ \Delta=\left[\frac{(\gamma-1)C_0}{2\gamma P^2}\right]^{1/2}\int\limits_0^\infty Q^2 dY,$$

$$P=\frac{(\gamma+1)}{2}\left[\frac{3\Delta}{4}+x\left(\frac{\partial\Delta}{\partial X}+\frac{\partial\Delta}{\partial T}\right)\right]^2, \tag{9}$$

$$Q=G-U^2-W^2,$$

где

$$Y=\left[\frac{(\gamma-1)}{2\gamma C_0}\right]^{1/2}x_1^{-1/4}\int\limits_0^{y_1}Rdy_1,\quad u_2=U=\frac{\partial F}{\partial Y},\quad w_2=W=\frac{\partial \Phi}{\partial Y},$$

$$p_2=x_1^{-1/2}P,\quad \rho_2=x_1^{-1/2}R,\quad C_0=P(0,T),\quad G=H_2C_0=P(0,T),$$

$$G=H_2,\quad X=x_1,\quad Z=z_1,\quad T=t_1,$$

записанным для единичного числа Прандтля и для линейной зависимости динамического коэффициента вязкости от температуры.

На стенке и на внешней границе пограничного слоя заданы следующие граничные условия:

$$U=F=\Phi=0,\quad G=g_w,\quad Y=0, \tag{10}$$

$$U=G=1,\quad W=0,\quad Y=\infty.$$

Характеристическая (субхарактеристическая) поверхность $\Omega(X,Z,T)$, связанная с функцией $P(X,Z,T)$, может быть определена, как поверхность, на которой не определена нормальная производная $\frac{\partial P}{\partial \Omega}$. Используемая ниже процедура отосится к течениям, где функция $P(X,T)$ неизвестна заранее (взаимодействующие пограничные слои или течения в канале). После введения новых переменных X,Y,Z, $T\to\Omega(X,Z,T),Y,Z,T$ можно найти производную толщины вытеснения пограничного слоя. Далее эта производная используется или при вычислении индуцированного давления, или в условии постоянства сечения канала (если рассматривается течение в канале)

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\Omega} = \left[\frac{(\gamma-1)C_0}{2\gamma P^2}\right]^{1/2}\left[\int\limits_0^\infty \frac{\partial Q}{\partial\Omega}dY - \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial\Omega}\int\limits_0^\infty QdY\right]. \tag{11}$$

Это решение позволяет найти выражение для производных от компонентов вектора скорости и для производной давления в направлении, перпендикулярном субхарактеристической поверхности

$$\frac{\partial P}{\partial\Omega} = \frac{PB_p}{N}, \quad N = \frac{(\gamma-1)}{2}\left[\left(\frac{\partial\Omega}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial Z}\right)^2\right]I_1 - I_0, \tag{12}$$

где знаменатель имеет вид

$$N = \frac{(\gamma-1)}{2}\left[\left(\frac{\partial\Omega}{\partial Z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial Z}\right)^2\right]I_1 - I_0, \quad I_0 = \int\limits_0^\infty (G - U^2 - W^2)dY,$$

$$I_1 = \int\limits_0^\infty \frac{(G - U^2 - W^2)}{(\frac{\partial\Omega}{\partial T} + U\frac{\partial\Omega}{\partial X} + W\frac{\partial\Omega}{\partial Z})^2}\,dY. \tag{13}$$

Следует отметить, что выражение для знаменателя для течения в канале имеет точно такой вид, отличается лишь числитель.

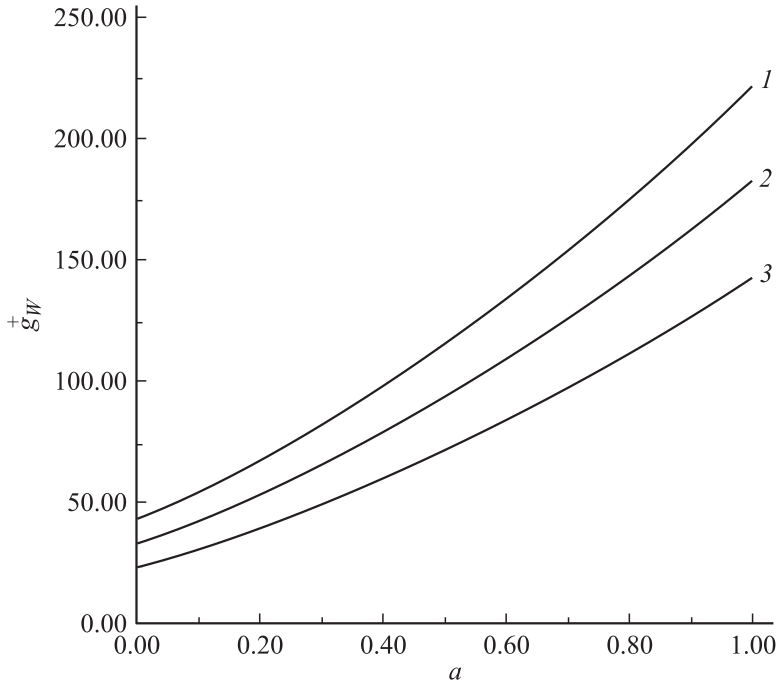
Удобно ввести скорость перемещения субхарактеристической поверхности

$$a_x = a^*\cos(\omega) = -\frac{1}{B_1}\frac{\partial\Omega}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial T}, \quad a_z = a^*\sin(\omega) = -\frac{1}{B_1}\frac{\partial\Omega}{\partial Z}\frac{\partial\Omega}{\partial T}, \tag{14}$$

где ω — угол между осью X и направлением распространения возмущений в плоскости XZ plane. Тогда выражение (13) принимает вид

$$N = \frac{(\gamma-1)}{2}\int\limits_0^\infty \frac{(G - U^2 - W^2)}{[a - U\cos(\omega) - W\sin(\omega)]^2}dY - \int\limits_0^\infty (G - U^2 - W^2)dY. \tag{15}$$

Субхарактеристическая поверхность $\Omega(X, Z, T)$ тогда определяется следующим выражением: $N = 0$.



Скорость распространения возмущений a в зависимости от температурного фактора g_W.

Это выражение позволяет определить среднюю скорость распространения возмущений в условиях, когда известны профили скорости и полной энтальпии. Следует подчеркнуть, что это выражение справедливо не только в условияих сильного гиперзвукового взаимодействия, но и в других условиях, например, в течениях в каналах, а также не только в ламинарных, но и в турбулентных течениях.

Ниже рассматривается двумерное течение в турбулентном пограничном слое и исследуется случай распространения возмущений вверх по потоку $\omega = \pi$. Предполагается, что профиль продольной скорости можно описать степенным законом $U = (y/\delta)^{1/n}$. Для полной энтальпии используется интеграл Крокко $G = (1 - g_W)U + g_W$, где g_W — температурный фактор или отношение температуры поверхности к температуре торможения.

Результаты качественного анализа скорости распространения возмущений представлены на рисунке. Кривые *1–3* соответствуют следующим значениям параметра n: $n = 10$; 8; 6.

Можно видеть, что распространение возмущений вверх по потоку может иметь место, только если температурный фактор достаточно велик. Этот факт связан со структурой турбулентного пограничного слоя, в котором область дозвукового течения относительно мала из-за наполненности профиля скорости.

Кроме нагрева поверхности к утолщению дозвуковой части может приводить вдув в пограничный слой. Факт закритичности турбулентных пограничных слоев необходимо учитывать при оценке эффективности аэродинамических органов управления в условиях турбулентных режимов обтекания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 05-01-00555) и Совета по грантам президента Российской Федерации (проект МК-2717.2005.1).

Список литературы

[1] *Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И.* Физматлит. 2004. 455 с.
[2] *Липатов И.И., Тешуков В.М.* // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 1.
[3] *Krechetnikov R.V., Lipatov I.I.* // JFM. 2005. V. 539.