

01;10

## **Активация баллистического потока частиц при воздействии слабого переменного возмущения с медленно меняющейся ориентацией**

© Д.В. Макаров

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,  
Владивосток  
E-mail: makarov@poi.dvo.ru

*Поступило в Редакцию 1 августа 2007 г.*

Рассмотрена задача о движении ансамбля частиц в поле периодического потенциала со слабым переменным возмущением, имеющим вид бегущей волны. Показано, что адиабатический поворот внешней силы по отношению к невозмущенной системе приводит к генерации направленного баллистического потока частиц. Образовавшийся поток в определенный момент претерпевает резкое усиление, обусловленное попаданием частиц в канал резонансного ускорения. После резкого ускорения происходит некоторое уменьшение средней скорости частиц, связанное с появлением потока в обратном направлении.

PACS: 05.45.-a, 05.60.Cd

В последнее время обширное внимание стало уделяться эффекту рэтчета — направленному движению пространственно-периодических систем при воздействии внешней переменной силы. Всплеск интереса во многом связан с перспективами практического применения эффекта, например, для лазерной генерации постоянного электрического тока, для создания спиновых потоков в полупроводниках, для управления движением холодных атомов в оптических решетках, а также во многих других случаях [1–3]. В детерминированных системах основным механизмом эффекта рэтчета является разогрев ансамбля частиц вследствие хаотической диффузии в фазовом пространстве. Необходимым условием для направленности потока частиц является несимметричность хаотического слоя по импульсу. Если рассматриваемый ансамбль частиц изначально находится в состоянии, близком к покою, то генерация

направленного транспорта требует наложения переменного возмущения с амплитудой порядка высоты потенциального барьера. Недавно в работе [4] был предложен метод, позволяющий существенно уменьшить амплитуду возмущения, требуемую для генерации. В основе предложенного метода лежит селективное резонансное воздействие на отдельные области фазового пространства, разрушающее динамические барьеры для хаотической диффузии. Эта идея была развита в работе [5], где было показано, что, действуя слабым возмущением, можно добиваться не только генерации направленного транспорта, но и взрывообразного ускорения отдельных частиц. В настоящей работе мы демонстрируем метод создания направленного транспорта, основанный на медленном повороте внешней силы относительно невозмущенной системы.

Рассмотрим простую модель ансамбля невзаимодействующих частиц, имеющих единичную массу и движущихся вдоль оси  $x$  в поле периодического потенциала. На потенциал наложено слабое внешнее возмущение, имеющее вид бегущей волны. Угол падения бегущей волны медленно меняется со временем. Гамильтониан отдельной частицы выглядит следующим образом:

$$H = \frac{p^2}{2} - \cos x + \varepsilon \cos[k(\mu t)x + vt], \quad (1)$$

где  $x$  и  $p$  — координата и импульс рассматриваемой частицы,  $\mu \ll \varepsilon \ll 1$ . Уравнения движения имеют вид

$$\dot{x} = p, \quad \dot{p} = -\sin x + \varepsilon k \sin \phi, \quad (2)$$

где  $\phi = kx + vt$ . Обратимся к ситуации, когда длина волны внешнего возмущения  $\lambda = 2\pi/k$  мала по сравнению с периодом невозмущенного потенциала. Если параметры  $k$  и  $v$  достаточно велики, то фаза возмущения  $\phi$  быстро вращается вдоль траектории частицы, за исключением резонансных областей, где

$$\frac{d\phi}{dt} = kp - \mu x \frac{dk}{d\tau} + v = 0. \quad (3)$$

Здесь „медленное“ время  $\mu t$  обозначено как  $\tau$ . Вне резонансных областей динамика частиц близка к интегрируемой и может быть описана с помощью метода усреднения [6]. Вблизи резонансных областей динамика фазы  $\phi$  описывается уравнением

$$\ddot{\phi} - \varepsilon k^2 \sin \phi + f(x, p, \tau) = 0, \quad (4)$$

где функция

$$f(x, p, \tau) = k \sin \phi + 2\mu p \frac{dk}{d\tau} + \mu^2 x \frac{d^2k}{d\tau^2} \quad (5)$$

рассматривается как медленный параметр. При выполнении неравенства  $|f| \leq \varepsilon k^2$  уравнение (4) допускает осциллирующие решения, соответствующие попаданию траектории в резонанс. Каждое прохождение сквозь резонанс сопровождается скачком адиабатического инварианта, величина которого экспоненциально чувствительна к малым вариациям начальных условий. Как следствие, многократное рассеяние на резонансе приводит к хаотической диффузии [7].

В данной работе рассматривается случай, когда в интервале  $0 \leq t \leq 1/\mu$  волновое число возмущения меняется по закону

$$k = k_0(1 - \mu t), \quad (6)$$

где  $k_0 = 6$ ,  $\mu = 5 \cdot 10^{-5}$ . Таким образом, при  $t = 1/\mu$  внешнее поле становится ориентированным перпендикулярно к оси  $x$ . Значения других параметров возмущения:  $\varepsilon = 0.04$ ,  $\nu = 2$ . Положим, что в начальный момент времени ансамбль частиц расположен вблизи точки  $x = 0$ , являющейся центром вращения внешнего переменного поля относительно невозмущенной системы. Тогда выражения (3) и (5) существенно упрощаются, а резонансное условие может быть приведено к следующему виду:

$$p(E, \tau, x = \pi n) = -\frac{\nu}{k_0(1 - \tau)}. \quad (7)$$

Рассмотрим динамику частиц на интервалах времени, малых по сравнению со временем поворота внешней силы  $1/\mu$ . Резонанс (7) приводит к образованию двух зон быстрого хаотического перемешивания в фазовом пространстве: одна соответствует четным значениям  $n$ , другая — нечетным. В начальный момент времени первая из них захватывает частицы, находящиеся вблизи дна потенциальной ямы. При адиабатическом увеличении отношения  $\nu/k$  эта зона будет медленно смещаться в область более высоких энергий. Поскольку время хаотического перемешивания, имеющее порядок  $1/\varepsilon$ , много меньше временного масштаба изменения резонансного импульса  $1/\mu$ , частицы, захваченные в зону хаотического перемешивания, будут медленно дрейфовать по энергии вслед за ней. В определенный момент зона перемешивания

достигнет сепаратрисы, и частицы, принадлежащие ей, перейдут в область инфинитного движения. При этом полеты частиц с отрицательной скоростью будут преобладать над полетами с положительной скоростью из-за несимметричности резонансного условия (7) по импульсу [4]. Таким образом, возникнет направленный баллистический поток частиц.

По мере того как частицы, преодолевшие потенциальный барьер, будут удаляться от точки  $x = 0$ , второй член в условии (3), пропорциональный  $x$ , перестанет быть пренебрежимо малым. Здесь стоит заметить, что условие (3) выполняется вдоль прямой в фазовом пространстве, задаваемой уравнением

$$p - \frac{v}{k_0(1 - \mu t)} - \frac{\mu x}{1 - \mu t}. \quad (8)$$

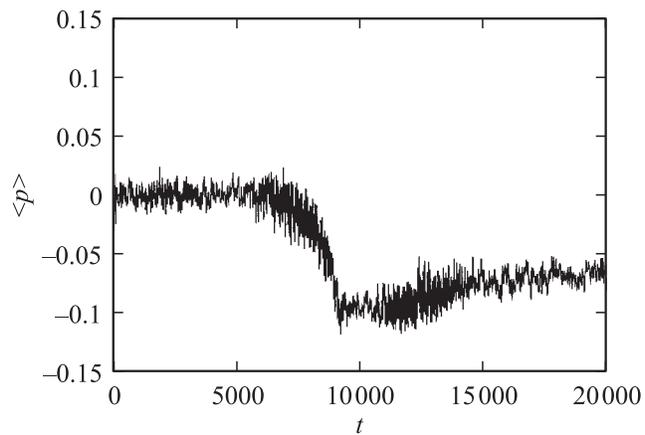
Угол наклона резонансной прямой медленно увеличивается со временем, и в определенный момент эта прямая может стать каналом быстрого ускорения отдельных частиц [5]. Отметим, что уравнение (8) допускает резонансное ускорение в обоих направлениях.

Описанная выше картина согласуется с результатами численного моделирования динамики ансамбля из 10 000 частиц с гауссовым начальным распределением в фазовом пространстве

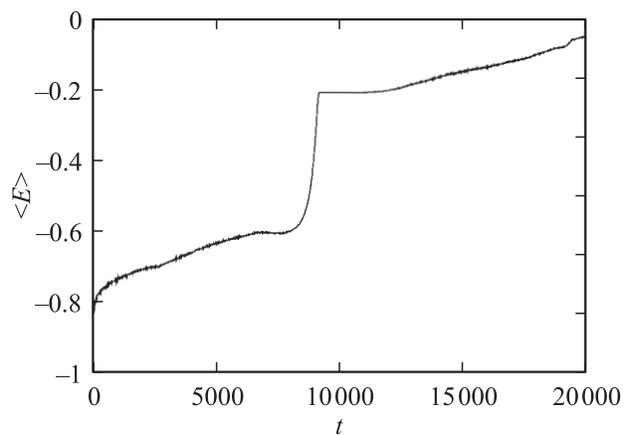
$$\rho(x, p, t = 0) = \frac{1}{2\pi\sigma_{x0}\sigma_{p0}} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_{x0}^2} - \frac{p^2}{\sigma_{p0}^2}\right), \quad (9)$$

где  $\sigma_{x0} = \sigma_{p0} = 0.1$ . Как следует из рис. 1, можно выделить несколько этапов эволюции ансамбля. На первом этапе происходит активация баллистического потока, среднее значение импульса медленно отклоняется от нуля. Затем некоторая доля частиц попадает в резонансный канал (8), что сопровождается резким усилением потока и скачком средней энергии частиц (см. рис. 2). На третьем этапе происходит небольшое уменьшение среднего импульса. При этом средняя энергия несколько увеличивается, что свидетельствует о генерации потока частиц в обратном направлении. Однако этот поток является слабее первоначального, поэтому знак среднего импульса не меняется. В дальнейшем скорость потока выходит на стационарный режим.

Таким образом, мы показали, что медленный поворот малого возмущения по отношению к оси периодического потенциала может привести к активации и последующему ускорению направленного



**Рис. 1.** Зависимость среднего импульса от времени.



**Рис. 2.** Зависимость средней энергии частиц от времени.

баллистического транспорта частиц. Описанный эффект может быть применен, например, для лазерной генерации постоянного тока в полупроводниковых слоистых структурах, если расстояние между соседними слоями превышает длину волны лазера.

Работа выполнена при поддержке грантов президиума Дальневосточного отделения РАН и программы президиума РАН „Математические методы в нелинейной динамике“.

Автор выражает благодарность М.Ю. Улейскому, А.И. Нейштадту и А.А. Васильеву за содействие в ходе проведенной работы.

## Список литературы

- [1] *Reimann P.* // Phys. Rep. 2002. V. 361. P. 57–265.
- [2] *Flach S., Yevtushenko O., Zolotaryuk Y.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2358–2361.
- [3] *Argonov V.Yu., Prants S.V.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 75. P. 063428.
- [4] *Макаров Д.В., Улейский М.Ю.* // Письма в ЖЭТФ. 2006. Т. 83. С. 614–617.
- [5] *Makarov D.V., Uleysky M.Yu.* // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. P. 065201(R).
- [6] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика (Сер. „Теоретическая физика“. Т. 1). М.: Физматлит, 2004. 224 с.
- [7] *Itin A.P., Neishtadt A.I., Vasiliev A.A.* // Physica D. 2000. V. 141. P. 281–296.