01;10

Эффект резонансного излучения электромагнитных волн дифракционной решеткой с метаматериалом

© А.П. Кусайкин, П.Н. Мележик, А.Е. Поединчук

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, Харьков
E-mail: melezhik@ire.kharkov.ua

В окончательной редакции 23 июня 2008 г.

Используя метод переразложения, решена задача дифракции плоской неоднородной H поляризованной волны, порожденной модулированным электронным потоком, на периодической отражательной решетке, канавки которой заполнены метаматериалом с эффективной диэлектрической проницаемостью, обладающей частотной дисперсией. Обнаружен эффект резонансного излучения электромагнитных волн такой структурой, определены условия его проявления.

PACS: 03.50.De, 41.20.Jb

В последнее время большой интерес ученых вызывает проблема взаимодействия электромагнитных волн с искусственными материалами, имеющими отрицательные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей — так называемыми метаматериалами [1,2]. Исследование волновых свойств метаматериалов в сочетании с различными периодическими структурами показало возможность резонансного поглощения электромагнитной энергии падающей на них плоской однородной волны [3,4]. Это послужило основой для поиска режимов резонансного излучения плоских волн дифракционной структурой, содержащей метаматериал, в случае возбуждения ее плоской неоднородной волной.

В данной работе в качестве дифракционной структуры рассмотрена отражательная решетка, выполненная из идеально проводящего металла с прямоугольной формой канавок и ламелей (рис. 1). Канавки заполнены изотропным метаматериалом с эффективной диэлектрической

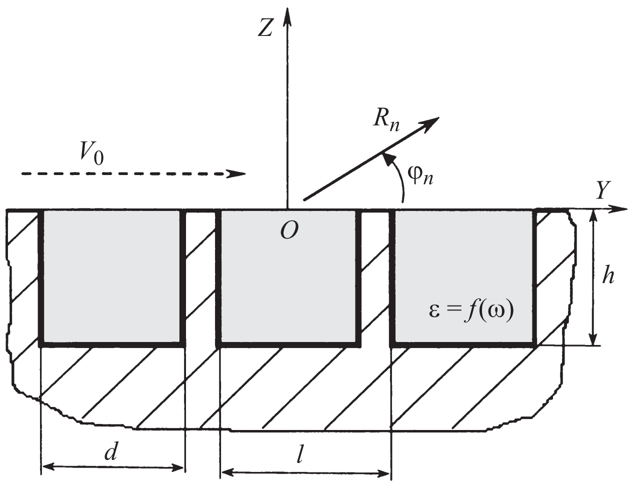

Рис. 1. Структура задачи.

проницаемостью, зависящей от частоты согласно формуле

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)}, \tag{1}$$

где ω_p — характеристическая (плазменная) частота метаматериала, ν — частота, характеризующая пассивные потери [5]. Плоский модулированный монохроматический электронный поток, мгновенное значение плотности заряда которого определяется выражением

$$\rho(y, z) = \rho_0 \delta(z - a) e^{i(yk/\beta - \omega t)}, \tag{2}$$

движется над отражательной решеткой вдоль оси OY с постоянной скоростью $V_0 = \beta c$.

Здесь ρ_0, ω — амплитуда и частота модуляции электронного потока, a — расстояние между траекторией движения пучка и поверхностью решетки, $k = \omega/c$, c — скорость света в вакууме, $\delta(\dots)$ — дельта-функция Дирака. Предполагается, что отражательная решетка и поток бесконечны и однородны вдоль оси OX (двумерная задача).

Электронный поток (2) создает в свободном пространстве (при отсутствии решетки) H поляризованное электромагнитное поле, магнитная компонента которого параллельна оси OX и имеет вид

$$H_x^i = 2\pi\rho_0\beta e^{-\frac{k}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}|z-a|} e^{i\frac{k}{\beta}y} \frac{|z-a|}{z-a}. \tag{3}$$

Следовательно, при сделанных предположениях в приближении заданного тока (скорость электронного потока постоянна и т. п.) задача об излучении электронного потока эквивалентна задаче дифракции неоднородной плоской волны (3) на отражательной решетке (см., например, [6]). Из уравнений Максвелла, условия излучения и граничных условий на идеально проводящих ламелях решетки следует представление поля дифракции в виде

$$H_x^s = \begin{cases} -2\pi\rho_0\beta e^{i\Gamma_0\frac{2\pi a}{l}} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{i\Phi_n\frac{2\pi}{l}y} e^{i\Gamma_n\frac{2\pi}{l}z} \quad (z \geqslant 0) \\ -2\pi\rho_0\beta e^{i\Gamma_0\frac{2\pi a}{l}} e^{i\frac{k}{\beta}ql} \sum\limits_{m=0}^{\infty} T_m\big(e^{i\beta_m\frac{4\pi h}{l}} e^{i\beta_m\frac{2\pi}{l}z} + e^{-i\beta_m\frac{2\pi}{l}z}\big) \\ \qquad \times\cos\frac{\pi m}{d}\big(y - ql + \frac{d}{2}\big), \quad \big(-h \leqslant z \leqslant 0, \quad |y - ql| < \frac{d}{2}\big), \end{cases} \tag{4}$$

$$E_y^s = -\frac{1}{ik\varepsilon}\frac{\partial H_x^s}{\partial z}, \qquad E_z^s = \frac{1}{ik\varepsilon}\frac{\partial H_x^s}{\partial y},$$

где l — период, h, d и $q = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ — глубина, ширина и номер канавок решетки, соответственно, $\Gamma_n = \sqrt{\kappa^2 - \Phi_n^2}$, $\beta_m = \sqrt{\kappa^2\varepsilon - (m/2\theta)^2}$, $\Phi_n = n + \kappa/\beta$, $\theta = d/l$, $\kappa = l/\lambda$. Знаки корней Γ_n, β_m выбраны так, чтобы $\mathrm{Re}\,\Gamma_n \geqslant 0$, $\mathrm{Re}\beta_m \geqslant 0$, $\mathrm{Im}\Gamma_n \geqslant 0$, $\mathrm{Im}\,\beta_m \geqslant 0$ (условие излучения). Можно показать, что коэффициенты $(T_m)_{m=0}^{\infty}$ в представлении (4) поля дифракции в канавках решетки выражаются через коэффициенты $(R_n)_{n=-\infty}^{+\infty}$ разложения поля дифракции в ряд Рэлея по пространственным гармоникам в области вне решетки по формуле

$$T_m = \frac{i\theta}{\pi(1 + e^{4\pi i\beta_m h/l})} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (R_n + \delta_n^0) \frac{4\Phi_n[e^{-i\pi\theta\Phi_n} - (-1)^m e^{i\pi\theta\Phi_n}]}{4\theta^2\Phi_n^2 - m^2}$$

$$(m = 0.1, \ldots),$$

где δ_n^0 — символ Кронекера.

Коэффициенты R_n являются искомыми амплитудами пространственных гармоник дифракционного поля. Некоторые из этих гармоник ($\mathrm{Im}\Gamma_n = 0$), унося энергию, уходят от решетки под углами, определяемыми соотношением $\cos\varphi_n = n/\kappa + 1/\beta$ $(n = -1, -2, \dots)$, другие, оставаясь поверхностными, движутся вдоль решетки с фазовыми скоростями $V_\phi^n = c\kappa\beta/(\kappa + n\beta)$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$. Для нахождения этих амплитуд использовался метод переразложения системы функций $\{e^{2\pi i \Phi_n y/l}\}_{n=-\infty}^{\infty}$, полной на интервале $|y| \leqslant l/2$, по системе функций $\{\cos(\pi m(y + d/2)/d)\}_{m=0}^{\infty}$, полной на интервале $|y| \leqslant d/2$ [7]. В результате была получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений II рода относительно неизвестных амплитуд R_n. Эта система уравнений решалась методом усечения (бесконечная система заменяется конечной) с наперед заданной точностью. Оценка точности расчетов при использовании метода усечения показала, что для достижения погрешности, не превышающей 1% в диапазоне $0 \leqslant \kappa \leqslant 1$, достаточно ограничиться конечной системой порядка $N = 2p + 5$, где p — количество распространяющихся пространственных гармоник.

Ранее в работе [4] был обнаружен эффект резонансного поглощения энергии плоской однородной волны, падающей на дифракционную решетку, заполненную метаматериалом с отрицательным значением диэлектрической проницаемости. Данный эффект обусловлен возбуждением резонансных колебаний структуры, локализованных вблизи границы метаматериала с открытым пространством. Такое возбуждение приводит к преобразованию энергии падающей волны в энергию, удерживаемую у поверхности структуры.

Если в данной физической модели в качестве возбуждающей волны использовать неоднородную плоскую волну (3), то в спектре пространственных гармоник возможно существование объемных распространяющихся плоских волн, уносящих энергию от решетки. В классической задаче такое излучение называют дифракционным [6]. При наличии в дифракционной структуре метаматериала излучение может иметь резонансный характер.

На основе разработанных численных алгоритмов были проведены расчеты излучаемой мощности в диапазоне частот $o < \omega < \omega_p/\sqrt{2}$, в котором реальная часть диэлектрической проницаемости метаматериала принимает отрицательные значения ($\mathrm{Re}\varepsilon < -1$). В качестве метаматериала был выбран искусственный композитный материал, полученный в [8], с характеристической (плазменной) частотой $f_p = \omega_p/2\pi = 700\,\mathrm{GHz}$, что соответствует нормированной частоте

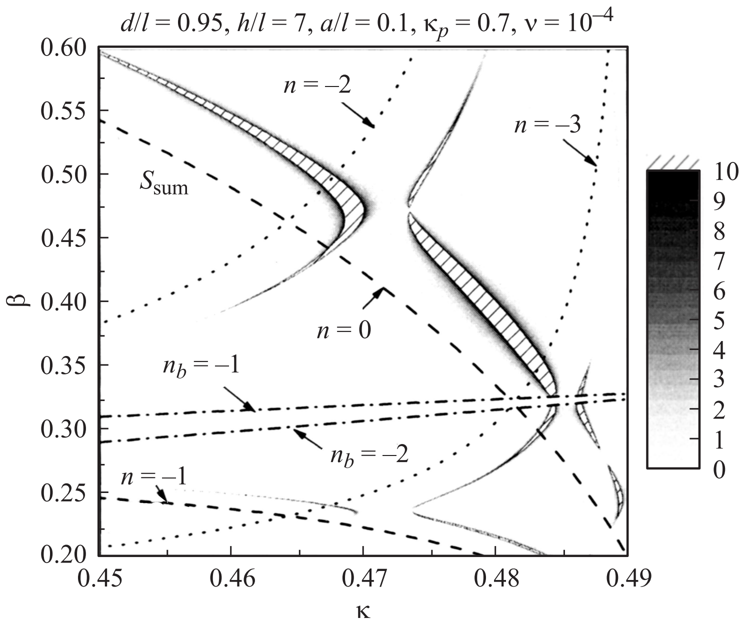

Рис. 2. Линии равного уровня нормированного потока энергии S_{sum}.

$\kappa_p = \omega_p l/2\pi c = 0.7$. Как установлено в [8], эффективная диэлектрическая проницаемость такого композитного материала хорошо аппроксимируется формулой (1). При проведении расчетов были выбраны следующие параметры решетки: период $l = 0.3$ mm, глубина и ширина канавок решетки $h = 2.1$ mm и $d = 0.285$ mm соответственно.

На рис. 2 представлены линии равного уровня излучаемой решеткой в пространство мощности в координатах относительных частоты κ и скорости электронного потока β. Этот поток энергии усреднен по периоду решетки, нормирован на полный поток энергии неоднородной волны, возбуждаемой модулированным электронным пучком в свободном пространстве при отсутствии решетки, и определяется выражением:

$$S_{sum} = 2\pi\sqrt{1-\beta^2}e^{-\frac{4\pi a}{l}\frac{\kappa}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}} \sum_{\mathrm{Im}\Gamma_n=0} |R_n|^2 \mathrm{Re}\Gamma_n.$$

В заштрихованных областях ($S_{sum} > 10$) излучаемая мощность достигает максимальных значений в несколько сотен единиц. Чем определяются такие высокие значения мощности излучения, носящего ярко выраженный резонансный характер? Ответ на этот вопрос помогают получить соотношения между κ и β, следующие из условия фазового синхронизма поверхностных гармоник решетки и собственной волны слоя метаматериала, расположенного на металлической поверхности. Такую волну принято называть „поляритон". При выполнении неравенства $\omega_p h/2\pi c \geqslant 1$ фазовая скорость „поляритона" может быть вычислена по приближенной формуле $V_\Phi = \pm c\sqrt{(\omega_p^2 - 2\omega^2)/(\omega_p^2 - \omega^2)}$. Соотношения между κ и β представлены на рис. 2 в виде двух семейств пунктирных и штриховых линий, определяемых выражением

$$\beta = \frac{\kappa\sqrt{\kappa_p^2 - 2\kappa^2}}{|n|\sqrt{\kappa_p^2 - 2\kappa^2} \pm \kappa\sqrt{\kappa_p^2 - \kappa^2}},$$

где

$$\begin{cases} n = 0, -1, -2, \ldots - V_0 \text{ и } V_\Phi^n \quad \text{однонаправленны}, \\ n = -1, -2, \ldots, - V_0 \text{ и } V_\Phi^n \quad \text{противонаправленны}, \end{cases} \qquad \kappa_p = \omega_p l/2\pi c. \tag{5}$$

Пунктирные и штриховые линии (в прямоугольных окошках указаны номера гармоник, с которыми происходит синхронизация „поляритона" метаматериала) на этом рисунке качественно совпадают с областями максимального проявления эффекта резонансного излучения. Это указывает на природу проявления данного эффекта. Количественное несовпадение, на наш взгляд, обусловлено существенными отличиями между рассматриваемой структурой (рис. 1) и структурой слой метаматериала — металлическая отражающая поверхность, из рассмотрения которой и было использовано выражение для фазовой скорости „поляритона". Наличие ламелей у решетки приводит к количественному несовпадению линий соотношения (5) и результатов строгого расчета. Ради уменьшения этого несовпадения относительная ширина канавок была выбрана близкой к $1 (d/l = 0.95)$.

Кроме рассмотренных линий условия синхронизма на рис. 2 с помощью штрихпунктирных линий указаны области излучения соответствующих пространственных гармоник дифракционного спектра

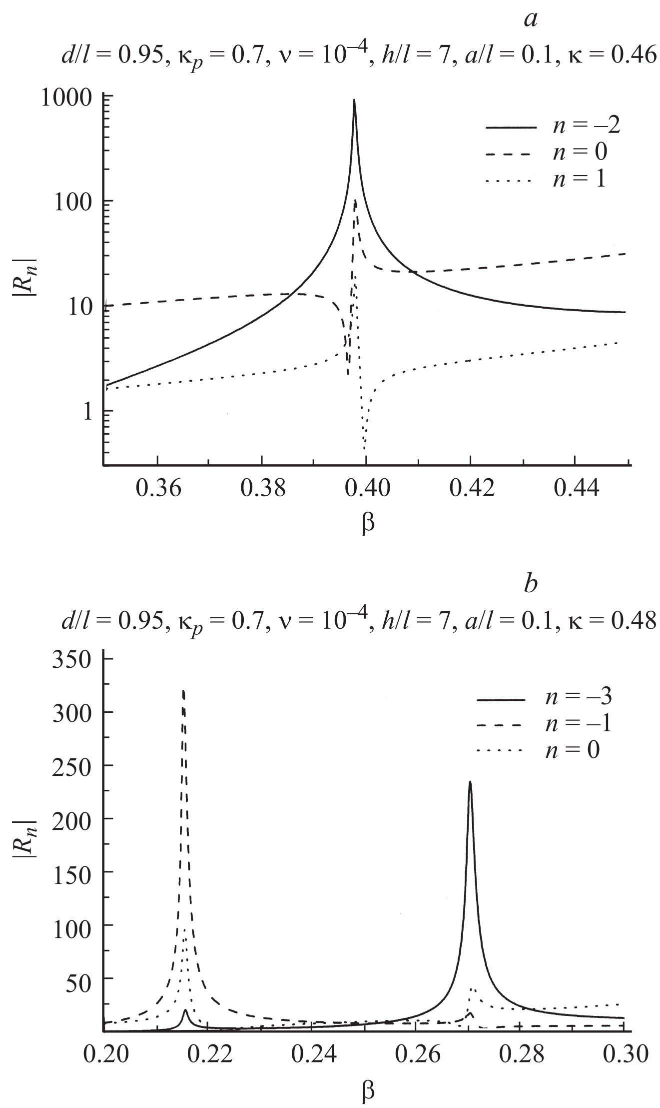

Рис. 3. Зависимость модуля амплитуд пространственных гармоник от скорости пучка.

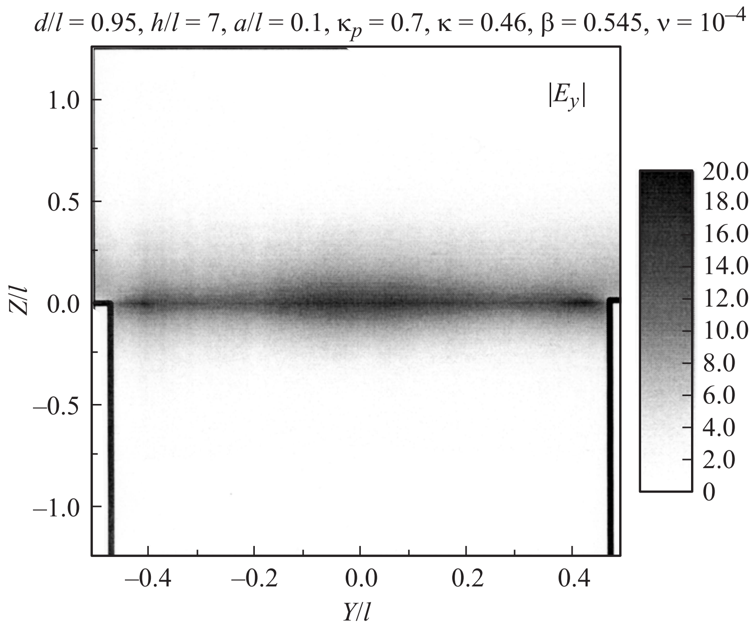

Рис. 4. Распределение модуля E_y компоненты электрического поля при резонансном излучении.

решетки. Выше линии $n_b = -1$ излучается гармоника с номером $n = -1$, гармоника с $n = -2$ излучается ниже линии $n_b = -2$. В области значений параметров задачи, расположенной между этими линиями, излучение отсутствует.

Области максимального излучения (заштрихованы) образуют хорошо известные в радиофизике графики Вина, характеризующие явление междутиповой связи волн, что может быть использовано при оптимизирующем поиске широкополосного проявления резонансного излучения.

Результаты исследования влияния некоторых основных поверхностных гармоник на данный эффект для случаев излучения на гармонике с $n = -1$ (рис. 3, a) и $n = -2$ (рис. 3, b) представлены на рис. 3. Отметим, что наибольшее значение амплитуд в точках резонансного излучения достигается именно у тех гармоник, фазовые скорости которых синхронизированы с фазовой скоростью поверхностной волны метаматериала. Так, на рис. 3, a это амплитуда гармоники с номером $n = -2$, на рис. 3, b — амплитуды гармоник с номерами $n = -1$ при $\beta = 0.215$ и с $n = -3$ при $\beta = 0.271$, что полностью согласуется с условием синхронизма (5) (рис. 2).

На рис. 4 представлено распределение на периоде решетки модуля E_y компоненты электрического поля, нормированной на $E_0 = 2\pi\rho_0\sqrt{1-\beta^2}e^{-\frac{2\pi a\kappa}{l\beta}\sqrt{1-\beta^2}}$ — модуль E_y компоненты электрического поля неоднородной волны (3) на границе метаматериала, при параметрах задачи, соответствующих резонансному излучению на гармонике с номером $n = -1$. Обращает на себя внимание тот факт, что при наличии в дифракционной структуре метаматериала электромагнитное поле сосредоточивается вблизи его границы, практически не проникая внутрь. Как показывают результаты расчетов, E_y компонента напряженности электрического поля уменьшается в e раз на расстоянии $z/l \sim 0.15$ от границы метаматериала. Такое распределение существенно отличается от распределения поля в классическом случае дифракционного излучения, при котором в канавках решетки всегда распространяются одна или несколько волноводных волн.

Список литературы

[1] *Pendry J.B.* // Contemporary Physics. 2004. V. 45. P. 191–203.

[2] *Kusaykin O.P., Melezhik P.N., Poyedynchuk A.Ye., Troschylo O.S.* // Progress in Electromagnetics Research. 2006. PIER 64. P. 135–148.

[3] *Brovenko A., Melezhik P., Poyedinchuk A., Yashina N., Granet G.* // Progress in Electromagnetics Research. 2006. PIER 63. P. 209–222.

[4] *Kusaykin O.P., Melezhik P.N., Poyedynchuk A.Ye.* // Telecommunications and Radio Engineering. 2007. V. 66. P. 187–200.

[5] *Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J., Youngs I.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 4773–4776.

[6] *Болотовский Б.М., Галстьян Е.А.* // УФН. 2000. Т. 170. С. 809–830.

[7] *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* // Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1973. С. 288.

[8] *Wu D., Fang N., Sun C.* et al. // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 83. P. 201–203.