

04

## Перегревные неустойчивости при электрическом взрыве проводников

© В.И. Орешкин

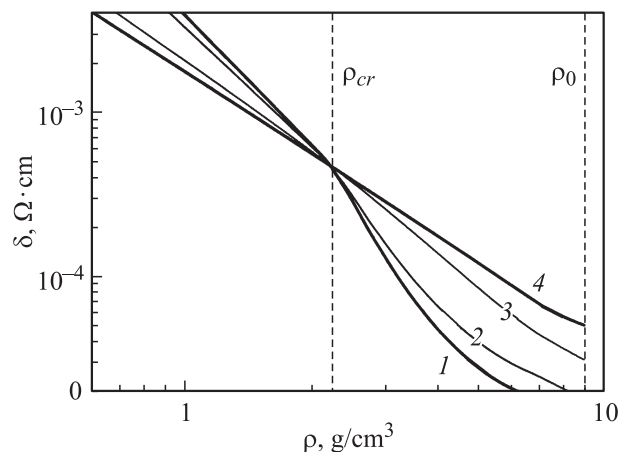
Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск  
E-mail: oreshkin@ovpe.hcei.tsc.ru

Поступило в Редакцию 11 июня 2008 г.

На основе методов теории малых возмущений проводится анализ развития перегревных неустойчивостей в процессе электрического взрыва проводников. Показано, что, во-первых, в процессе электрического взрыва перегревные неустойчивости образуются всегда, независимо от режима взрыва, во-вторых, для каждого металла существует пороговое значение плотности тока, ниже которого винтовые неустойчивости растут быстрее перегревных, а выше, наоборот, преобладают перегревные неустойчивости.

PACS: 47.20.-k

Как свидетельствуют экспериментальные данные [1–3], электрический взрыв проводников (ЭВП) сопровождается появлением страт — чередующихся слоев с повышенной и пониженной плотностью. Явление стратообразования при ЭВП известно с 50-х гг. прошлого столетия [1], однако о причине появления страт до сих пор не выработано однозначного мнения. Авторы [4] предполагают, что страты образуются за счет развития винтовых магнито-гидродинамических (МГД) неустойчивостей с модой  $m = 0$  („перетяжка“). Однако в условиях быстрого ЭВП (при плотностях тока  $j \geq 10^8$  А/см<sup>2</sup> [5]) этот механизм не работает, так как характерные времена ввода энергии в проводник меньше времен развития МГД-неустойчивостей такого типа. Другая причина возникновения страт [6,7] — это развитие другого вида МГД-неустойчивостей — перегревных. В случае, когда удельное сопротивление вещества растет с ростом температуры развитие перегревных неустойчивостей ведет к образованию страт. У металлов такой характер зависимости удельного сопротивления от температуры имеет место при плотностях, меньших плотности в критической точке. Это демонстрирует рис. 1, на котором представлены зависимости удельного сопротивления  $\delta$  меди от плотности  $\rho$  при различных температурах  $T$ , рассчитанные с помощью



**Рис. 1.** Зависимость удельного сопротивления меди от плотности при различных температурах: 1 —  $T = 0.03$  eV; 2 —  $T = 0.2$  eV; 3 —  $T = 0.7$  eV; 4 —  $T = 1.5$  eV. Пунктирными линиями показаны нормальная плотность и плотность в критической точке.

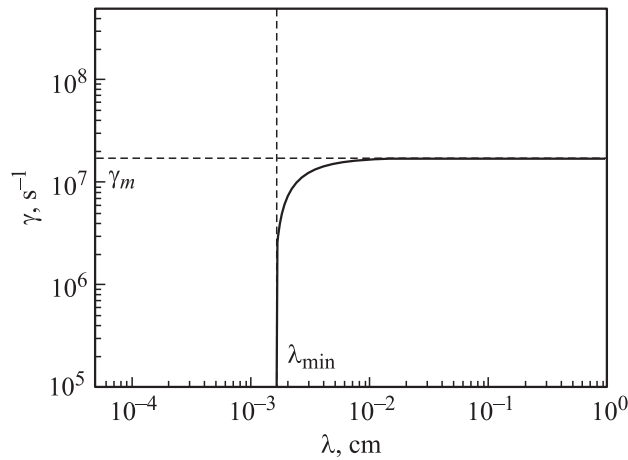
расчетно-экспериментального метода [8,9]. Следовательно, при ЭВП развитие перегревных неустойчивостей происходит в начальной стадии взрыва, т. е. на стадии нагрева металла.

Рассмотрим цилиндрический проводник с постоянным сечением, по которому протекает ток с постоянной вдоль сечения плотностью  $j$ . Предположим, что в невозмущенном состоянии отсутствуют градиенты термодинамических величин. Уравнение изменения температуры имеет вид

$$\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} = j^2 \delta + \nabla(\kappa \nabla T), \quad (1)$$

где  $c_V$  — теплоемкость металла, которую считаем постоянной величиной,  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности. Представим температуру и удельное сопротивление в виде  $T(t, z) = T_0(t) + T_1(t, z)$ ,  $\delta(T) = \delta(T_0) + T_1 \frac{\partial \delta}{\partial T}$ , где  $T_0$  — невозмущенное значение,  $T_1$  — малое возмущение, координата  $z$  направлена вдоль оси проводника,  $t$  — временная координата. С учетом этих выражений получим следующее уравнение для роста возмущения температуры

$$\rho c_V \frac{\partial T_1}{\partial t} = j^2 \frac{\partial \delta}{\partial T} T_1 + \kappa \Delta T_1. \quad (2)$$

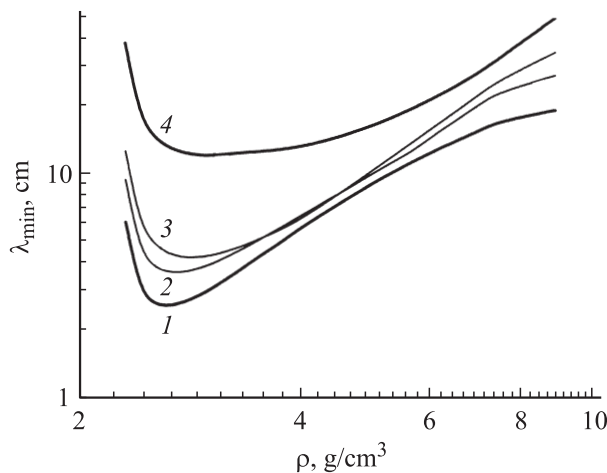


**Рис. 2.** Зависимость мгновенного инкремента нарастания от длины волны для Cu при  $T = 0.6$  eV,  $\rho = 6$  g/cm<sup>3</sup>,  $j = 10^8$  A/cm<sup>2</sup>.

Будем искать решение уравнения (2) в виде  $T_1(t, z) = \text{const} \times \exp(\gamma t + ik_z z)$ , где  $\gamma$  — мгновенный инкремент нарастания неустойчивости,  $k_z = 2\pi/\lambda$  — азимутальная компонента волнового вектора,  $\lambda$  — длина волны. В этом случае дисперсионное уравнение, описывающее связь между мгновенным инкрементом нарастания и аксиальной компонентой волнового вектора, будет иметь следующий вид:

$$\gamma = \frac{1}{\rho c_V} \left( j^2 \frac{\partial \delta}{\partial T} - k_z^2 \kappa \right). \quad (3)$$

Для большинства металлов в твердотельном и жидком состояниях производная сопротивления от температуры положительна (рис. 1), т.е.  $\frac{\partial \delta}{\partial T} > 0$ . Поэтому моды с длинами волн  $\lambda > \lambda_{\min} = \frac{2\pi}{j} \sqrt{\kappa \left( \frac{\partial \delta}{\partial T} \right)^{-1}}$  нестабильны, а моды с длинами волн  $\lambda < \lambda_{\min}$  затухают за счет теплопроводности. Мгновенные инкременты нарастания имеют наибольшие предельные значения  $\gamma_m = \frac{j^2}{\rho c_V} \frac{\partial \delta}{\partial T}$  при  $k_z \rightarrow 0$ . На рис. 2 представлена характерная зависимость  $\gamma = f(\lambda)$ ; как видно, величины  $\lambda_{\min}$  и  $\gamma_m$  являются асимптотиками этой зависимости. Так как зависимость  $\gamma$  от  $\lambda$  квадратичная, то мгновенный инкремент нарастания моды с длиной



**Рис. 3.** Зависимость от плотности минимальной длины волны перегривных неустойчивостей в меди при различных температурах и при  $j = 10^8$  А/см<sup>2</sup>: 1 —  $T = 0.2$  eV; 2 —  $T = 0.4$  eV; 3 —  $T = 0.6$  eV; 4 —  $T = 1$  eV.

волны, лишь в три раза превышающей  $\lambda_{\min}$ , отличается от  $\gamma_m$  лишь на 10%. Поэтому  $\lambda_{\min}$  можно рассматривать как некий характерный размер перегривных неустойчивостей.

На рис. 3 для Cu представлены зависимости величины  $\lambda_{\min}$  от плотности при различных температурах. Эти зависимости вычислялись с помощью таблиц удельного сопротивления, построенных на основе расчетно-экспериментальной методики [8,9], а коэффициенты теплопроводности вычислялись по закону Видемана—Франца. Как видно из рис. 3, характерные размеры перегривных неустойчивостей около  $10 \mu\text{m}$ , что близко к длинам волн страт, наблюдаемых в экспериментах [2,3].

Производную удельного сопротивления от температуры, входящую в (3), можно приближенно выразить через интеграл удельного действия тока  $h$  [10]:

$$h = \int_0^{\tau_{ex}} j^2 dt \approx \int_0^{\varepsilon_{ex}} \frac{d\varepsilon}{\delta}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon = \rho c_V T$  — плотность энергии, вложенной в проводник,  $\tau_{ex}$  — время взрыва. При описании ЭВП принято выделять следующие ви-

ды интегралов удельного действия [10]:  $h = h_1 + h_2$ ,  $h_1$  — удельное действие от комнатной температуры до плавления и  $h_2$  — удельное действие от плавления до взрыва. Время до взрыва проводника, время до его плавления  $\tau_{melt}$  и время от плавления до взрыва ( $\tau_{ex} - \tau_{melt}$ ) выражаются через интегралы удельного действия следующим образом:

$$\tau_{ex} \approx \frac{h}{j^2}; \quad \tau_{melt} \approx \frac{h_1}{j^2}; \quad (\tau_{ex} - \tau_{melt}) \approx \frac{h_2}{j^2}. \quad (5)$$

Далее, представим удельное сопротивление в виде  $\delta \approx T \left( \frac{\partial \delta}{\partial T} \right)_{av}$ , где  $\left( \frac{\partial \delta}{\partial T} \right)_{av}$  — некоторое среднее значение производной удельной сопротивляемости. Подставляя это выражение во второй из интегралов (4) и интегрируя от температуры плавления  $T_{melt}$  до критической температуры  $T_{cr}$  (температурный диапазон, в котором происходит развитие перегревных неустойчивостей), получим:

$$h_2 \approx \rho c_V \left( \frac{\partial \delta}{\partial T} \right)_{av}^{-1} \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}}. \quad (6)$$

С учетом (6) оценка  $\gamma_m$  примет вид:

$$\gamma_m \approx \frac{j^2}{h_2} \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}}. \quad (7)$$

Интенсивность роста неустойчивостей в течение всего процесса их развития характеризуется интегральными инкрементами нарастания  $\Gamma(k_z) = \int_{\tau_{melt}}^{\tau_{ex}} \gamma(k_z) dt$ . Интегрируя (7) от времени плавления до времени взрыва, получим:

$$\Gamma_m \approx \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}}, \quad (8)$$

т.е. значения интегральных инкрементов нарастания перегревных неустойчивостей не зависят от режима взрыва, а определяются лишь константами данного вещества.

В таблице для Al, Cu и W приведены значения констант и интегральных инкрементов нарастания. Как можно видеть из этой таблицы, из этих веществ наибольшее значение  $\Gamma_m$  имеет Al, а наименьшее W. Это говорит о том, что легче всего страты образуются при взрыве Al проводников, а труднее всего при взрыве вольфрамовых.

Вещество	Al	Cu	W
$h \times 10^9, \text{A}^2 \cdot \text{c}/\text{cm}^4$	1.8	4.1	1.85
$h_2 \times 10^9, \text{A}^2 \cdot \text{c}/\text{cm}^4$	1.4	3.1	1.5
$T_{melt}, \text{eV}$	0.08	0.117	0.318
$T_{cr}, \text{eV}$	0.69	0.68	1.358
$\rho_{cr}, \text{g}/\text{cm}^3$	0.64	2.28	4.63
$\left(\frac{\partial \delta}{\partial T}\right)_{av}, \Omega \cdot \text{cm}/\text{eV}$	$3.7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3.2 \cdot 10^{-5}$
$\Gamma_m = \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}}$	2.15	1.73	1.45
$j_{cr}, \text{A}/\text{cm}^2$	$8.3 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^8$	$4.9 \cdot 10^7$

Примечание: величины  $h$  и  $h_2$  из [10]; температура плавления  $T_{melt}$  и параметры критической точки  $T_{cr}$ ,  $\rho_{cr}$  из таблиц уравнений состояния [11]; при вычислении  $\left(\frac{\partial \delta}{\partial T}\right)_{av}$  и  $j_{cr}$  полагалось, что  $\rho = 3\rho_{cr}$ , а теплоемкость полагалась равной теплоемкости двухатомной молекулы  $c_V = \frac{7}{2} \frac{R}{M}$ , где  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $M$  — масса одного моля вещества.

Сравнивая характерное время развития перегретых неустойчивостей  $\tau_{ther} \approx 1/\gamma_m$  с временем взрыва  $\tau_{ex}$ , получим:

$$\frac{\tau_{ex}}{\tau_{ther}} \approx \frac{h}{h_2} \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}}, \quad (9)$$

т.е. время развития перегретых неустойчивостей сравнимо, но всегда меньше времени взрыва. Что так же, как и (8), говорит о том, что в процессе электрического взрыва перегретые неустойчивости образуются всегда, независимо от режима взрыва.

Сравним  $\tau_{ther}$  с  $\tau_{inst}$  — временем развития неустойчивостей типа перетяжка, которое зависит от радиуса проводника  $r_0$  и альфвеновской скорости  $c_A = H/\sqrt{4\pi\rho}$ :

$$\tau_{inst} \approx \frac{r_0}{c_A} = \frac{r_0 \sqrt{4\pi\rho}}{H} = \frac{c}{j} \sqrt{\frac{\rho}{\pi}}. \quad (10)$$

Из сравнения этих времен получим пороговое значение плотности тока:

$$j_{cr} \approx \frac{h_2}{c} \left( \ln \frac{T_{cr}}{T_{melt}} \right)^{-1} \sqrt{\frac{\pi}{\rho}}. \quad (11)$$

<sup>1</sup> При записи последнего равенства в (10) значение напряженности магнитного поля принималось равным его значению на поверхности, т.е.  $H = \frac{2I}{cr_0}$ , где  $I = \pi r_0^2 j$  — ток через проводник,  $c$  — скорость света в вакууме.

При плотностях тока, меньших  $j_{cr}$ , винтовые неустойчивости растут быстрее перегревных, а при плотностях тока, больших  $j_{cr}$ , преобладают перегревные. Значения  $j_{cr}$  для различных веществ представлены в таблице. По порядку величины они  $\sim 10^8$  А/см<sup>2</sup>. Следовательно, можно сделать вывод, что в быстром режиме взрыва наиболее опасны перегревные неустойчивости, а в медленном режиме перегревные неустойчивости развиваются на фоне более быстро растущих винтовых.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 06-02-72004, 08-08-90418).

## Список литературы

- [1] *Exploding wires* // Ed. by W.G. Chace, H.K. Moor. N.Y.: Plenum Press, 1959. V. 1; 1964. V. 2; 1965. V. 3; 1968. V. 4.
- [2] *Sinars D.B., Shelkovenko T.A., Pikuz S.A. et al.* // Phys. Plasma. 2000. V. 7. P. 429–432.
- [3] *Sarkisov G.S., Struve K.W., McDaniel D.H.* // Phys. Plasma. 2004. V. 11. N 10. P. 4573–4581.
- [4] *Абрамова К.Б., Златин Н.А., Перегуд Б.П.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. В. 6. С. 2007–2022.
- [5] *Орешкин В.И., Баренгольц С.А., Чайковский С.А.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 5. С. 108–116.
- [6] *Валуев А.А., Дихтер И.Я., Зейгарник В.А.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. В. 10. С. 2088–2096.
- [7] *Oreshkin V.I., Vaksht R.B., Ratakhin N.A. et al.* // Physics of Plasma. 2004. V. 11. N 10. P. 4771–4776.
- [8] *Бакулин Ю.Д., Куропатенко В.Ф., Лучинский А.В.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 20. С. 1963.
- [9] *Орешкин В.И., Бакит Р.Б., Лабеецкий А.Ю. и др.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. В. 7. С. 38–43.
- [10] *Месяц Г.А.* // Эктоны в вакуумном разряде: М.: Наука, 2000.
- [11] *Ткаченко С.И., Хищенко К.В., Воробьев В.С. и др.* // ТВТ. 2001. Т. 39. С. 728.