

01

## **О применении анизотропных диспергирующих материалов для высокоточного определения энергии заряженных частиц**

© А.В. Тюхтин

Санкт-Петербургский государственный университет

E-mail: tyukhtin@bk.ru

*Поступило в Редакцию 29 августа 2008 г.*

Рассматривается излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) в волноводе, заполненном анизотропной диспергирующей средой. Отмечено, что при определенном характере дисперсии и анизотропии, которые могут быть реализованы с помощью применения искусственных метаматериалов, можно добиться очень сильной зависимости частот возбуждаемых мод от Лоренц-фактора в узком диапазоне его значений. Данное обстоятельство может использоваться для определения энергии частиц и их пучков с погрешностью, меньшей погрешности измеряемых частот. Показано также, что возможно создание „обратного“ черенковского детектора, который будет регистрировать частицы, движущиеся со скоростью, меньшей некоторого заданного значения.

PACS: 41.60.Bq, 29.40.Ka

В работах [1–3] рассматривались различные возможности для применения диспергирующих анизотропных материалов с целью определения энергии движущихся заряженных частиц. Так, в [2] было показано, что при определенном характере дисперсии среды можно добиться выраженной (хотя и не слишком сильной) зависимости частот возбуждаемых мод от Лоренц-фактора  $\gamma$  в широком диапазоне его значений. В настоящей работе рассматривается метод определения относительно небольших значений  $\gamma$ , основанный на применении резкой зависимости частот волноводных мод от  $\gamma$  в некотором узком диапазоне его значений [3]. Данный метод может использоваться для высокоточного определения энергии частиц, равной  $mc^2\gamma$  ( $m$  — масса частицы,  $c$  — скорость света в вакууме).

Рассмотрим круглый волновод, заполненный одноосной анизотропной негиротропной средой, которая характеризуется магнитной проницаемостью, равной 1, и тензором диэлектрической проницаемости  $\widehat{\varepsilon}$  с главными элементами  $\varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_{\parallel}$ . Предполагая, что ось волновода  $z$  параллельна главной оси среды, имеем

$$\widehat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}.$$

Пусть заряженная частица (или пучок частиц малого размера) движется вдоль оси волновода с постоянной скоростью  $\mathbf{V} = V\mathbf{e}_z = c\beta\mathbf{e}_z$  (и соответственно имеет Лоренц-фактор  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ). Отметим, что если „среда“ реализована в виде метаматериала, то его можно сконструировать таким образом, чтобы имелись сквозные отверстия, одно из которых совмещено с осью волновода, причем его размер может быть достаточен для беспрепятственного прохождения малого пучка частиц [4,5]. Если же размер отверстий недостаточен, в метаматериале может быть проделан канал нужного размера. Конечно, при этом несколько искажутся излагаемые далее количественные результаты, однако качественных изменений не произойдет (а если диаметр канала будет мал по сравнению с интересующей нас длиной волны, то и количественно результаты будут практически те же [6]).

В настоящей работе будет рассматриваться такой случай, когда элементы тензора  $\widehat{\varepsilon}$  зависят от частоты следующим образом:

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{c\perp} - \frac{\omega_{p\perp}^2}{\omega^2 + 2i\omega_{d\perp}\omega}, \quad \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{c\parallel} - \frac{\omega_{p\parallel}^2}{\omega^2 + 2i\omega_{d\parallel}\omega}, \quad (1)$$

где  $\omega_{p\perp} = 2\pi\nu_{p\perp}$  и  $\omega_{p\parallel} = 2\pi\nu_{p\parallel}$  — плазменные частоты,  $\omega_{d\perp}$  и  $\omega_{d\parallel}$  — параметры, отвечающие за диссипацию,  $\varepsilon_{c\perp}$  и  $\varepsilon_{c\parallel}$  — некоторые положительные константы. Зависимости типа (1) можно получить, к примеру, с помощью относительно простого метаматериала, состоящего из трех систем проволочек, ориентированных соответственно вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , если системы проволочек, параллельных осям  $x$  и  $y$ , идентичны. При этом имеем [4,5,7,8]

$$\begin{aligned} \omega_{p\perp,\parallel} &= cd_{\perp,\parallel}^{-1} \sqrt{2\pi[\ln(d_{\perp,\parallel}/r_{\perp,\parallel})]^{-1}}, \\ \omega_{d\perp,\parallel} &= c^2[4\pi\sigma r_{\perp,\parallel}^2 \ln(d_{\perp,\parallel}/r_{\perp,\parallel})]^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $d_{\perp}$ ,  $d_{\parallel}$  — периоды систем,  $r_{\perp}$ ,  $r_{\parallel}$  — радиусы проводников,  $\sigma$  — их проводимость (символы „ $\perp$ “ и „ $\parallel$ “ относятся соответственно к проводникам, ортогональным и параллельным оси волновода). Как видим, варьируя параметры проводников, можно в широких пределах менять плазменные частоты. Параметры  $\varepsilon_{c\perp}$ ,  $\varepsilon_{c\parallel}$  (как правило,  $\varepsilon_{c\perp} = \varepsilon_{c\parallel} \equiv \varepsilon_c$ ) определяются проницаемостью пластинок диэлектрической подложки, на которые обычно наносится система проводников, и той долей в единице объема структуры, которую они занимают. Таким образом, меняя толщину пластин подложки, можно менять значение  $\varepsilon_c$ .

В указанных условиях ненулевые компоненты напряженностей электрического ( $\mathbf{E}$ ) и магнитного ( $\mathbf{H}$ ) полей в цилиндрической системе координат  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  имеют вид [2]:

$$\begin{pmatrix} H_{\varphi} \\ E_r \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{4q}{ca} \theta(Vt - z) \operatorname{Re} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{pmatrix} i\chi_m^{-1} \omega J_1(\chi_m r/a) \\ i(\beta \varepsilon_{\perp} \chi_m)^{-1} \omega J_1(\chi_m r/a) \\ -c(a \varepsilon_{\parallel})^{-1} J_0(\chi_m r/a) \end{pmatrix} \times \frac{\exp(i\omega(z/V - t))}{[J_1(\chi_m)]^2 (1 + \delta + \kappa)} \Big|_{\omega=\omega_m}, \quad (3)$$

где  $q$  — величина заряда,  $a$  — радиус волновода,

$$\beta = \frac{V}{c}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \delta = \frac{\omega \beta^2}{2(\varepsilon_{\perp} \beta^2 - 1)} \frac{d\varepsilon_{\perp}}{d\omega},$$

$$\kappa = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}} \frac{d}{d\omega} \sqrt{\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}}, \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}.$$

Величины  $\chi_m$  являются нулями функции Бесселя  $J_0(\chi)$ , а частоты гармоник  $\omega_m$  определяются уравнением

$$\omega^2 \varepsilon_{\parallel}(\omega) [\mu_{\perp}(\omega) - \beta^{-2} \varepsilon_{\perp}^{-1}(\omega)] = c^2 a^{-2} \chi_m^2. \quad (4)$$

Из формул (2) нетрудно оценить, что при толщине медных проводников от 0.01 mm и более величины  $\omega_{d\perp, \parallel}$  оказываются много меньше рассматриваемых далее плазменных частот и частот волноводных мод. Потому для простоты можно положить  $\omega_{d\perp} = \omega_{d\parallel} = 0$ , после чего

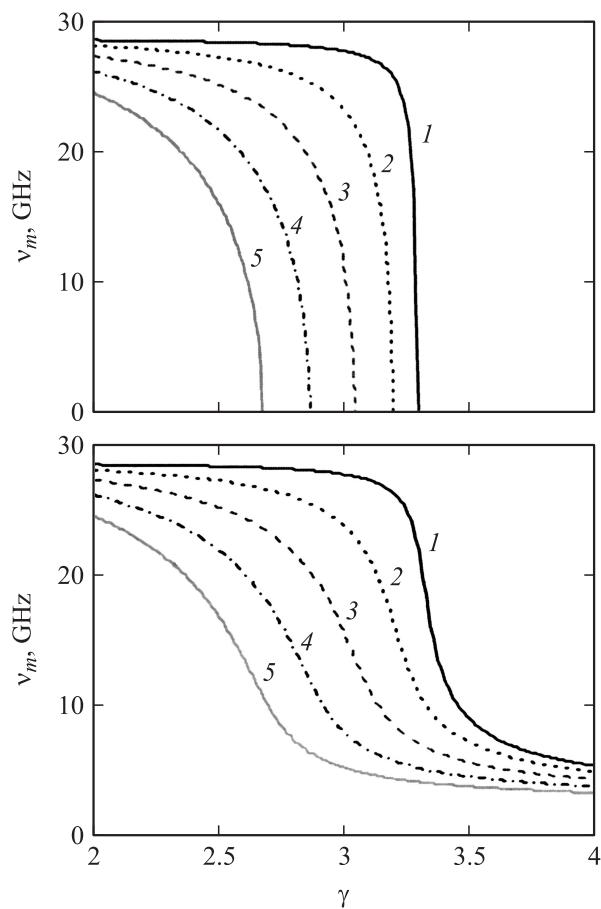
уравнение (3) сводится к биквадратному, а его решения имеют вид

$$\omega_{m1,2}^2 = [2(1 - \beta^2 \varepsilon_{c\perp}) \varepsilon_{c\parallel}]^{-1} \times \left[ \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + 4\beta^2 \varepsilon_{c\parallel} (1 - \beta^2 \varepsilon_{c\perp}) \omega_{p\perp}^2 (\omega_{p\parallel}^2 + c^2 \chi_m^2 a^{-2})} \right], \quad (5)$$

где  $\Omega^2 = \omega_{p\parallel}^2 - \beta^2 (\omega_{p\parallel}^2 \varepsilon_{c\perp} + \omega_{p\perp}^2 \varepsilon_{c\parallel} + \varepsilon_{c\perp} c^2 \chi_m^2 a^{-2})$ . Нетрудно видеть, что при условии  $\beta^2 \varepsilon_{c\perp} < 1$  и  $\omega_{p\perp} \neq 0$  только частоты  $\omega_{m1}$  оказываются вещественными, а соответствующие им моды — распространяющимися, в то время как частоты  $\omega_{m2}$  являются мнимыми, а соответствующие моды — „местными“ (не уносящими энергию от источника). Если же  $\beta^2 \varepsilon_{c\perp} > 1$  и  $\omega_{p\perp} \neq 0$ , то обе серии частот (5) являются вещественными, т.е. каждому номеру  $m$  соответствуют две распространяющиеся моды с разными частотами. Для последующего нам будет важна первая серия мод (с частотами  $\omega_{m1}$ ), вследствие чего случай  $\beta^2 \varepsilon_{c\perp} < 1$  представляется более удачным для наших целей. Конечно, в случае  $\beta^2 \varepsilon_{c\perp} > 1$  моды первой серии также будут возбуждаться (если  $\omega_{p\perp} \neq 0$ ) и могут использоваться в измерительных целях, однако их амплитуды, как показывают расчеты, будут обычно существенно меньше амплитуд мод второй серии.

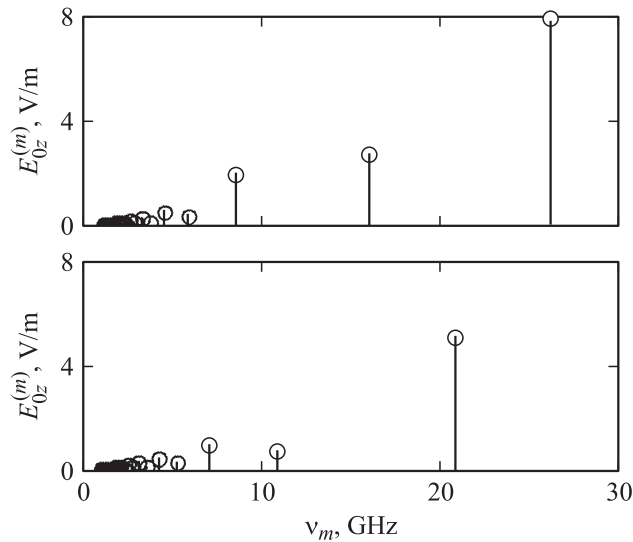
Отметим, что моды первой серии имеют убывающий ряд частот ( $\omega_{11} > \omega_{21} > \omega_{31} > \dots$ ), что резко отличает их от традиционных спектров ИВЧ в волноводах [9–12]. Другой особенностью этих гармоник является отсутствие нижнего ограничения по скорости: они генерируются при сколь угодно малой скорости движения заряда (данная особенность отмечалась в [13] для ИВЧ в безграничной среде рассматриваемого типа). Моды второй серии обнаруживают более стандартное поведение: они возбуждаются при  $\beta > \varepsilon_{c\perp}^{-1/2}$  и их частоты растут с ростом номера моды.

Меняя параметры метаматериала и радиус волновода, можно получить различные зависимости частот от Лоренц-фактора. Нетрудно показать, что резкие зависимости частот  $\omega_{m1}(\gamma)$  получаются при условии  $\omega_{p\perp} \ll \omega_{p\parallel}$ . Примеры соответствующих зависимостей для частот  $\nu_m = \omega_{m1}/2\pi$  приведены на рис. 1. Как видим, в случае структуры только из проводников, параллельных оси волновода, когда  $\omega_{p\perp} = 0$ , зависимости получаются очень резкими, но обрываются (обнуляются) при некоторых значениях  $\gamma = \gamma_m^*$ . Данный факт означает, что при  $\gamma > \gamma_m^*$  частота моды становится мнимой, а сама мода — „местной“.



**Рис. 1.** Зависимости частот  $\nu_m$  первых пяти гармоник от Лоренц-фактора при  $a = 10$  см,  $\nu_{p\parallel} = 30$  GHz,  $\varepsilon_c = 1.1$ ,  $\nu_{p\perp} = 0$  (вверху) и  $\nu_{p\perp} = 1$  GHz (внизу); номера гармоник указаны около соответствующих кривых.

Это обстоятельство может использоваться для создания „обратного“ порогового детектора, который будет регистрировать все частицы, движущиеся со скоростью, меньшей некоторого предельного значения. С другой стороны, резкие зависимости  $\nu_m(\gamma)$  позволяют определять и величину скорости (энергии) с высокой точностью.

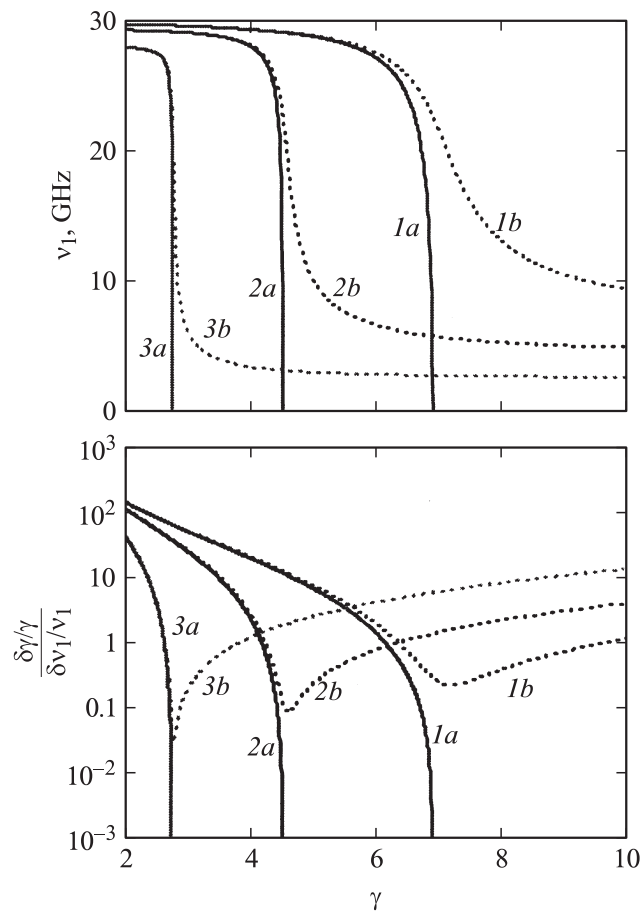


**Рис. 2.** Амплитуды гармоник компоненты  $E_z$  при  $\gamma = 3.2$  (вверху) и  $\gamma = 3.3$  (внизу) в случае  $\nu_{p\perp} = 1$  GHz,  $|q| = 1$  pC (остальные параметры идентичны указанным в подписи к рис. 1).

Однако обрыв кривых может играть негативную роль, так как не позволяет проводить измерения значений  $\gamma$ , превышающих  $\gamma_1^*$ . При необходимости этот эффект можно ликвидировать, если ввести в структуру более редкие системы проводников, параллельных осям  $x$  и  $y$  — тогда  $\omega_{p\perp} \neq 0$ , но все же  $\omega_{p\perp} \ll \omega_{p\parallel}$ . При этом зависимости  $\nu_m(\gamma)$  становятся более плавными и не имеют обрыва (рис. 1). Таким образом, параметр  $\varepsilon_c$  определяет значения  $\gamma_m^*$ , в окрестностях которых зависимости являются наиболее резкими, а параметр  $\omega_{p\perp}$  определяет „степень плавности“ кривых.

На рис. 2 показаны примеры спектров возбуждаемых кильватерных волновых полей. Как видим, несмотря на близость значений  $\gamma$  для двух приведенных спектров, их отличия весьма существенны.

Наиболее удобно, по-видимому, использовать для определения  $\gamma$  частоту первой волноводной моды  $\nu_1 \equiv \omega_{11}/2\pi$ . Зависимости частоты этой моды от Лоренц-фактора при различных значениях параметров  $\varepsilon_c \equiv \varepsilon_{c\perp} = \varepsilon_{c\parallel}$  и  $\omega_{p\perp}$  приведены на рис. 3. Показано также соотношение



**Рис. 3.** Частота первой моды  $\nu_1$  (вверху) и отношение погрешностей Лоренц-фактора и частоты (внизу) при следующих параметрах:  $a = 10$  см;  $\nu_{p\parallel} = 30$  GHz;  $\varepsilon_c = 1.02$  (1a, 1b), 1.05 (2a, 2b), 1.15 (3a, 3b);  $\nu_{p\perp} = 0$  (1a, 2a, 3a),  $\nu_{p\perp} = 1$  GHz (1b, 2b, 3b).

между относительными погрешностями  $\gamma$  и  $\nu_1$ , т.е. величина  $\frac{\delta\gamma/\gamma}{\delta\nu_1/\nu_1}$ , где  $\delta\gamma$  — погрешность определения  $\gamma$ ,  $\delta\nu_1$  — погрешность измерения частоты первой моды. Как видим, в узких диапазонах значений  $\gamma$  ее погрешность существенно меньше погрешности частоты.

Описанные свойства ИВЧ представляются весьма перспективными для разработки новой методики неразрушающей диагностики пучков заряженных частиц.

Автор признателен А.Д. Канарейкину, С.А. Кореневу, П. Шосо и А.П. Антипову за интерес к работе и полезные обсуждения.

Работа поддержана темой НИР 14.10.08 физического факультета СПбГУ, грантом РФФИ 06-02-16442-а и грантом SBIR DOE № DE-FG02-08ER85031.

## Список литературы

- [1] *Tyukhtin A.V., Antipov S.P., Kanareykin A., Schoessow P.* // Proceedings of the 22-nd Particle Accelerator Conference. Albuquerque, USA, 2007. P. 4156–4158.
- [2] *Тюхтин А.В.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 20. С. 51–58.
- [3] *Tyukhtin A.V.* // Proceedings of the 11<sup>th</sup> European Particle Accelerator Conference (EPAC08). Genoa, Italy, 2008. P. 1302–1304.
- [4] *Antipov S., Spentzouris L., Liu W., Gai W., Power J.G.* // Journal of Applied Physics. 2007. V. 102. P. 034906–1–8.
- [5] *Antipov S., Spentzouris L., Gai W., Liu W., Power J.G.* // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2007. V. 579. P. 915–923.
- [6] *Болотовский Б.М.* // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295–350.
- [7] *Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J., Youngs I.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. N 25. P. 4773–4776.
- [8] *Zharov A.A., Shadrivov I.V., Kivshar Y.S.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. N 3. P. 037401–1–4.
- [9] *Тюхтин А.В.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 14. С. 68–74.
- [10] *Тюхтин А.В.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 4. С. 37–43.
- [11] *Kanareykin A.D., Tyukhtin A.V.* // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2006. V. 558. N 1. P. 62–65.
- [12] *Альтмарк А.М., Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. В. 1. С. 89–97.
- [13] *Зрелов В.П.* Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Ч. 1. М., 1968. 276 с.