

01;02;07

## **Полуклассическое описание генерации высоких гармоник при надпороговой ионизации атомов**

© П.А. Головинский, Е.М. Михайлов, М.А. Преображенский

Воронежский государственный архитектурно-строительный университет  
E-mail: emix@pisem.net; golovinsk@bk.com

Поступило в Редакцию 22 сентября 2008 г.

Получена простая аналитическая формула для оценки интенсивности излучения высоких частот на основе классического представления о движении электрона в поле атомного остова и внешнего лазерного поля. Произведены расчеты для атома водорода, первоначально находящегося в основном состоянии, и падающих ультракоротких импульсов, содержащих различное количество осциллирующих полей.

PACS: 42.65.Ky

Наиболее убедительное количественное объяснение генерации высоких гармоник при нелинейной ионизации атомов опирается на полное компьютерное моделирование квантовой динамики [1]. Однако на этом пути не удалось получить общей картины процесса и не выявлены некоторые детали механизма генерации гармоник. Поэтому были развиты также частные аналитические модели процесса, более всего пригодные для описания генерации гармоник в туннельном пределе. Увеличение интенсивности лазерных полей приводит к подавлению потенциального барьера, удерживающего электрон в атоме, что становится основным механизмом отрыва внешних электронов в процессе ионизации. Нелинейное рассеяние поля лазерного излучения в соответствующем такому процессу диапазоне параметров в настоящее время изучено еще недостаточно.

Данная работа посвящена построению полуклассической модели генерации гармоник в процессе надбарьерной ионизации атома. В этом случае движение электрона после достижения внешним полем значительных, достаточных для ионизации, происходит в непрерывном спектре. Ранее в ряде работ для описания такого движения использовалось

квазиклассическое приближение [2,3]. В [4,5] дополнительно удалось учесть как классический характер движения центра масс образующегося волнового пакета, так и его диффузионное расплывание. При этом пока остается не преодоленной в полной мере трудность определения начальных параметров сформированного волнового пакета, вследствие чего дальнейшие уточнения, связанные с учетом расплывания волнового пакета, отчасти теряют свою ценность. Мы ограничимся классическим описанием надбарьерной ионизации, а квантовая природа процесса будет учитываться лишь выбором начальной энергии электрона в атоме и усреднением потенциала электрона в атоме.

Будем считать электрическое поле волны линейно поляризованного лазерного излучения столь сильным, что движение электрона при надпороговой ионизации близко к одномерному и происходит главным образом по направлению электрического поля вдоль оси  $x$ . Для эффективного учета в процессе движения электрона координат  $y$  и  $z$ , не фигурирующих непосредственно в одномерной модели, взаимодействие с атомным остатком будем моделировать усредненным по поперечным координатам одномерным кулоновским полем с потенциалом  $U_a(x) = -U_0/\sqrt{a^2 + x^2}$  [6], где  $U_0$  — эффективный заряд атомного остова. В работе используется атомная система единиц, в которой заряд электрона равен его массе и постоянной Планка  $e = m = \hbar = 1$ . Параметр обрезания  $a^2 = \langle y^2 + z^2 \rangle$  характеризует среднее значение квадратов поперечных координат электрона в момент развала атома. В частности, для атома водорода  $U_0 = 1$  и  $a^2$  следующим образом выражается через главное и орбитальное квантовые числа  $n$  и  $l$  дискретного уровня [7]:

$$a^2 = \frac{n^2}{2} [5n^2 + 1 - 3l(l + 1)]. \quad (1)$$

Таким образом, электрон, находящийся под действием лазерного излучения, движется в полном потенциале

$$U(t) = -\frac{U_0}{\sqrt{a^2 + x^2}} - xF(t), \quad (2)$$

где  $F(t)$  — сила, действующая со стороны переменного электрического поля. При надбарьерном развале атома электрон в момент освобождения из квантовой ямы имеет характерную продольную координату  $x_0$ ,

совпадающую с положением максимума потенциальной энергии. Для атома водорода с главным квантовым числом  $n$  это становится возможным, если потенциальная энергия  $U(t)$  в точке максимума становится меньше энергии начального состояния

$$E_n = -\frac{1}{2n^2}. \quad (3)$$

Примем, что освобождение электрона из атома происходит в момент времени  $t_0$ , когда напряженность лазерного поля в импульсе впервые достигает значения  $F_{\min}$ , при котором открывается канал надпороговой ионизации атома. Этот момент будет определять начало классического движения. Значение  $t_0$  существенно зависит как от амплитудного значения электромагнитного поля волны  $F_0$ , так и от формы падающего импульса. Рассмотрим далее процесс нелинейного рассеяния импульса характерного вида

$$F(t) = F_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \cos(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где  $\tau$  — длительность импульса,  $\omega$  — несущая частота,  $\varphi$  — начальная фаза. Фактическая форма импульса до открытия канала надпороговой ионизации не имеет значения для последующей ионизации. Поэтому одну и ту же форму импульса будем использовать для анализа рассеяния импульсов разной степени симметричности путем задания различных амплитуд  $F_0$  и тем самым различных моментов времени ионизации.

В соответствии с видом потенциальной энергии (2) классическое уравнение движения электрона после надпороговой ионизации есть

$$\ddot{x} = -\frac{U_0 x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} + F(t) \quad (5)$$

с начальными условиями

$$x(t_0) = x_0, \quad \dot{x}(t_0) = 0. \quad (6)$$

В качестве конкретного примера рассмотрено действие импульса на электрон, находящийся в исходном основном состоянии атомов водорода. Для основного состояния атома водорода в соответствии с (1) параметр  $a^2 = 3$ . Для оценки вероятности ионизации атома за время нарастания импульса воспользуемся известной [8] формулой Аммонова–Делоне–Крайнова вероятности ионизации в единицу вре-

мени атома водорода:

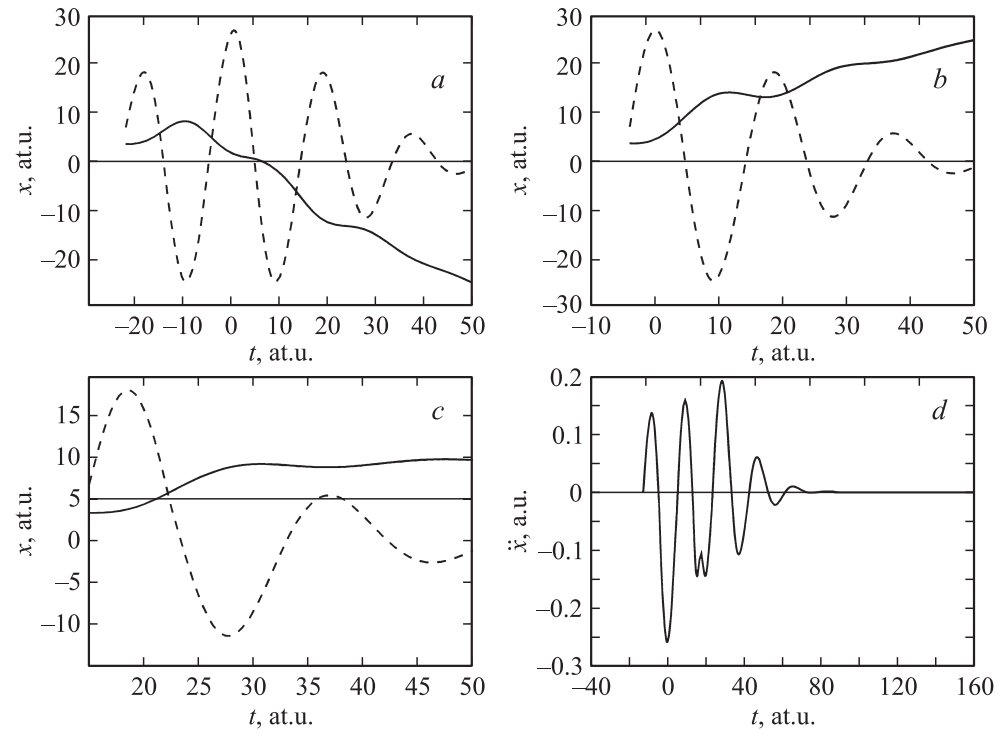
$$W(|\mathbf{F}|) = \omega_{at} \frac{2 \exp(2) F_{at}}{\pi |\mathbf{F}|} \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{F_{at}}{|\mathbf{F}|}\right),$$

где  $F_{at} = 6.1 \cdot 10^9$  V/cm — атомная напряженность поля,  $\omega_{at} = 4.1 \cdot 10^{16}$  s<sup>-1</sup> — атомная частота. Так как надбарьерная ионизация происходит при  $F_{at}/|\mathbf{F}_{\min}| > 16$ , то характерное время ионизации будет на три порядка больше, чем период колебания лазерного поля видимого диапазона. Поэтому часть импульса при  $t < t_0$  не вносит существенного вклада в ионизацию и не учитывается при дальнейшем описании излучения электрона.

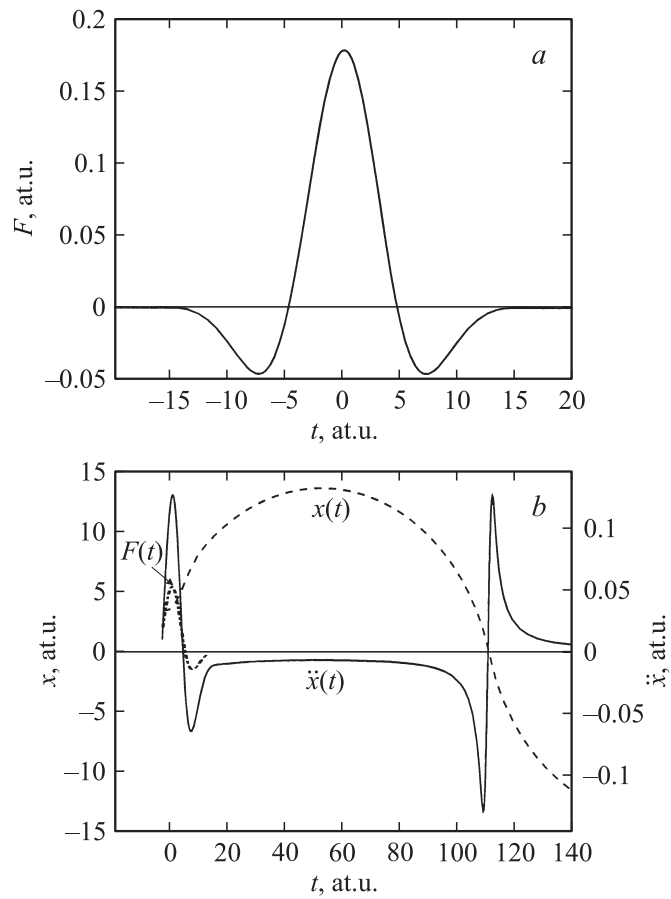
Характер движения электрона после ионизации определяется не только формой импульса, но и его начальной энергией связи в атоме. В результате движение электрона под действием исходного симметричного импульса лазерного поля, удовлетворяющего условию  $\int_{-\infty}^{\infty} F(t)dt = 0$ , может иметь асимметричный характер, и электрон в конечном состоянии может получить ненулевую энергию.

На рис. 1 приведены графики движения электрона в зависимости от момента отрыва электрона от атома, удовлетворяющего условию (3). Видно, что если поле содержит несколько осцилляций, то электрон может возвращаться к атому. Ситуация сильно меняется, если импульс имеет сильно несимметричную форму, как показано на рис. 2. В этом случае действия одного только поля импульса недостаточно, чтобы компенсировать кинетическую энергию электрона, полученную им сразу после отрыва. Электрон успевает отойти на большие расстояния  $x \gg a$  от атома, а потом возвращается назад под действием уже кулоновского поля.

Поле излучения на больших расстояниях от атома в дипольном приближении пропорционально второй производной по времени от дипольного момента электрона  $\varepsilon(t) \sim \ddot{x}$ . Формула (5) приводит к появлению двух составляющих ускорения. Первое слагаемое описывает нелинейную трансформацию импульса, второе слагаемое описывает когерентное рассеяние свободным электроном импульса, когда рассеянное излучение не меняет свою форму по отношению к форме падающего импульса. В то же время в нелинейном случае разделить различные составляющие рассеянного поля фактически невозможно. Задача определения временной зависимости рассеянного импульса в



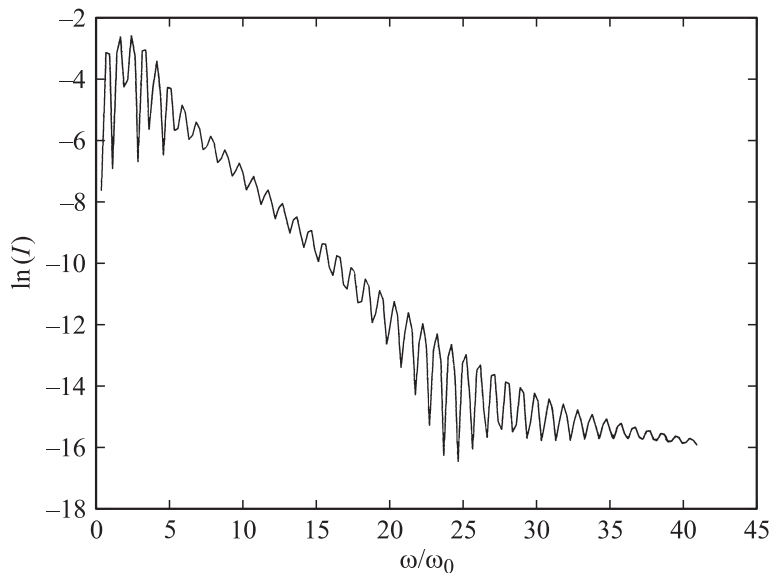
**Рис. 1.** Смещение электрона под действием импульса излучения в зависимости от времени отрыва от остова (*a, b, c*); пунктирная линия показывает временную зависимость напряженности электрического поля импульса; ускорение электрона для случая *a* (*d*).



**Рис. 2.** Смещение электрона под действием ультразвукового импульса несимметричной формы (а); траектория и ускорение электрона для этого случая (b).

нашем приближении решается достаточно просто: требуется численно проинтегрировать уравнение (5), а затем по величине ускорения вычислить рассеянное поле.

Для целого ряда стимулированных квантовых процессов важен спектральный состав излучения  $I(\omega)$ , характеризующий энергетическое



**Рис. 3.** Спектральная зависимость интенсивности рассеянного импульса.

распределение фотонов, которое вычисляется по формулам

$$I(\omega) = |\varepsilon(\omega)|^2, \quad \varepsilon(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t) \exp(i\omega t) dt. \quad (7)$$

В случае ультракороткого импульса, показанного на рис. 2, ускорение существенно в момент отрыва от атома, что вызвано воздействием на электрон проходящего импульса, а также в момент времени, когда электрон „вернется“ к атому. Данные расчетов излучения приведены на рис. 3 для ультракороткого импульса излучения с длиной волны  $\lambda = 137$  nm, длительностью  $\tau = 170$  fs и с амплитудной напряженностью поля  $F_0 = 0.92 \cdot 10^{11}$  V/m. Прделанные расчеты показали, что такой негладкий характер спектра, как на рис. 3, возникает в случае, если электрон имеет возвратную траекторию. Это возможно только при определенных соотношениях длительности и несущей частоты импульса [9]. Если электрон не возвращается к атому, то спектральная

плотность излучения имеет гладкий вид, сходный со спектром исходного импульса.

Излучение предложенной модели нелинейного рассеяния лазерного импульса показывает, что использование одномерного экранированного кулоновского потенциала позволяет сохранить ряд правильных черт физической картины генерации гармоник, характерных для исходной трехмерной задачи. В том случае, когда лазерные поля достаточно велики для осуществления надбарьерной ионизации, процесс рассеяния излучения можно описать в классическом приближении, что подтверждают и результаты сравнения классических и прямых квантовых расчетов динамики электронов в этой области параметров [9,10]. Трансформация лазерного импульса в этом пределе описывается простой формулой, применимой как для высоких, так и для низких частот падающего излучения, а спектр гармоник находится с помощью интегрального преобразования Фурье временной зависимости полного ускорения электрона. Полученные в работе результаты позволяют достаточно легко оценивать экспериментальные возможности не только линейного [11], но и нелинейного преобразования высокоинтенсивных ультракоротких импульсных лазерных полей при их распространении в простых атомарных средах.

## Список литературы

- [1] *Kulander K.C., Shafer K.J., Krause J.L.* // *Atoms in Intense Laser Fields* / Ed. M. Gavrilu. Boston: Academic Press, 1992. P. 248–875.
- [2] *Connerade J.P., Conen K., Dietzk, J. Henke.* // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 1992. V. 25. P. 3771–3796.
- [3] *Lewenstein M., Kulander K.C., Bucksbaum P.H.* // *Phys. Rev. A.* 1995. V. 51. N 2. P. 1495–1507.
- [4] *Grobe R., Fedorov M.V.* // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. N 17. P. 2592–2595.
- [5] *Golovinski P.A.* // *Laser Phys.* 1993. V. 3. P. 280–284.
- [6] *Ким А.В., Рябинкин М.Ю., Сергеев А.М.* // *УФН.* 1999. Т. 169. № 1. С. 58–66.
- [7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* *Квантовая механика.* М.: Наука, 1989. 768 с.
- [8] *Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П.* // *ЖЭТФ.* 1986. Т. 91. С. 2008–2017.
- [9] *Chelkowski Sz., Bandrauk A.D.* // *Phys. Rev. A.* 2002. V. 65. P. 061802-(1-4).
- [10] *Nilsen H.M., Madsen L.B., Hansen J.B.* // *Phys. Rev. A.* 2002. V. 66. P. 025402(4).
- [11] *Golovinski P.A., Mikhailov E.M.* // *Laser Phys. Lett.* 2006. V. 3. N 5. P. 259–262.