01;05.2

Неравновесная сила Казимира: частица в холодном вакуумном фоне вблизи нагретой пластины

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: gv_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 8 октября 2008 г.

Получены общие выражения для неравновесной силы Казимира в стационарной ситуации для конфигурации „малая частица–пластина" с произвольными локальными диэлектрическими свойствами материалов. Температуры частицы и пластины равны T_1 и T_2, вакуумный фон над пластиной считается „холодным" и имеет температуру $T_3 = 0$.

PACS: 34.50.Dy, 42.50.Vk, 42.50.Nn

Вопрос о неравновесных силах Казимира привлек внимание в связи с недавним экспериментом [1], в котором измерялась частота дипольных осцилляций бозе-эйнштейновского конденсата атомов ^{87}Rb, локализованного в магнитной ловушке вблизи поверхности нагретой пластины диоксида кремния. В области расстояний 5–10 μm от поверхности пластины сдвиг частоты осцилляций обусловлен градиентом тепловой части силы Казимира–Полдера [2,3].

В наших работах [4,5] было получено общее выражение для этой силы в конфигурации „малая частица–пластина", когда частица имеет температуру T_1, а пластина и вакуумный фон — T_2, т. е. пластина находится в тепловом равновесии с вакуумным фоном, или, говоря иными словами, флуктуационное электромагнитное поле (ФЭП) пластины является равновесным. Несколько ранее авторами [6] и нами [7] было показано, что спектральная плотность ФЭП над нагретой пластиной включает вакуумную часть, в которую входят моды нулевых колебаний и черное излучение, и поверхностную часть, зависящую от расстояния до пластины и включающую сумму вкладов мод ближнего поля и волновых мод. Вклад мод ближнего поля $(k > \omega/c)$ экспоненциально убывает с увеличением расстояния z до поверхности по закону $\exp(-2q_0 z)$, где $q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}$, k, ω и c — двумерный волновой вектор в плоскости пластины, частота волны и скорость света в вакууме. В отличие от этого, вклад поверхностно-волновых мод $(k < \omega/c)$ зависит от расстояния как $\exp(2iq_0z)$, т.е. спектральная плотность энергии ФЭП в вакуумной области над поверхностью пластины имеет осциллирующий характер. Наличие пространственных осцилляций характерно для картины стоячих волн в системе „пластина—вакуум" при отсутствии переноса энергии электромагнитного излучения. Это подтверждается прямым вычислением статистически усредненного вектора Пойнтинга для потока энергии от пластины, который оказывается равным нулю, как и следует ожидать при тепловом равновесии пластины и вакуумного фона.

В неравновесном случае структура ФЭП принципиально изменяется. Далее будем рассматривать случай частицы с температурой T_1, пластины с температурой T_2 и холодного вакуумного фона с температурой $T_3 = 0$. Тогда, как известно [8], спектральная плотность энергии ФЭП над пластиной равна

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar}{2\pi^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_\mathrm{B}T_2}\right)\left\{\frac{\omega^2}{2c^2}\int\limits_0^{\omega/c}\frac{dkk}{|q_0|}\left(2 - |\Delta_2|^2 - |\Delta_m|^2\right)\right.$$

$$\left. + \int\limits_{\omega/c}^{\infty} dkk^3 \mathrm{Im}\left[\frac{\exp(-2q_0z)}{q_0}(\Delta_e + \Delta_m)\right]\right\}, \tag{1}$$

где $\hbar$ и k_B — постоянные Планка и Больцмана, а коэффициенты $\Delta_{e,m}$ зависят от ω, k и от диэлектрической проницаемости материала пластины $\varepsilon(\omega)$:

$$\Delta_e(\omega) = \left(\frac{\varepsilon(\omega)q_0 - q}{\varepsilon(\omega)q_0 + q}\right), \quad \Delta_m(\omega) = \left(\frac{q_0 - q}{q_0 + q}\right),$$

$$q = \left(k^2 - \varepsilon(\omega)\omega^2/c^2\right)^{1/2}. \tag{2}$$

Из сравнения формулы (1) с аналогичной ей при тепловом равновесии $(T_2 = T_3)$ явствует (см. [6,7]), что они отличаются только вкладом радиационных мод: в формуле (1) он определяется первым интегральным слагаемым, не зависящим от расстояния до пластины. Имеющееся различие обусловлено радиационным потоком энергии электромагнитного поля от пластины к вакуумному фону в неравновесном случае. При этом картина стоячих поверхностно-волновых мод в системе „пластина–вакуум“ заменяется картиной бегущих волн с ненулевым вектором Пойнтинга, направленным от пластины. Соответствующая спектральная плотность потока излучения пластины равна [8]

$$S_z(\omega) = \frac{\hbar\omega}{4\pi^2}\Pi(\omega, T)\int\limits_0^{\omega/c} dkk\big(2 - |\Delta_e|^2 - |\Delta_m|^2\big), \tag{3}$$

где $\Pi(\omega, T) = \big(\exp(\hbar\omega/k_\mathrm{B}T) - 1\big)^{-1}$.

Отмеченная особенность позволяет уяснить результат нашего расчета для силы Казимира в случае неравновесного ФЭП пластины:

$$F_z = F_z^{(S)} + F_z^{(R)}, \tag{4}$$

где слагаемое $F_z^{(S)}$ — часть силы взаимодействия частицы с пластиной, зависящая от расстояния до пластины, а $F_z^{(R)}$ — „ветровая часть“, обусловленная потоком электромагнитного излучения от нагретой пластины в вакуум и его последующим поглощением и рассеянием на частице. Считая частицу немагнитной, для $F_z^{(S)}$ будем иметь

$$\begin{aligned} F_z^{(S)} = &-\frac{\hbar}{\pi}\int\limits_0^\infty d\xi\int\limits_0^\infty dkk\exp\big(-2\sqrt{k^2+\xi^2/c^2}z\big)R_e(i\xi, k)\alpha_e(i\xi) \\ &-\frac{2\hbar}{\pi}\int\limits_0^\infty d\omega\mathrm{Re}\alpha_e(\omega)\Pi(\omega, T_2)\int\limits_{\omega/c}^\infty dkk\mathrm{Im}R_e(\omega, k)\exp(-2q_0z) \\ &-\frac{2\hbar}{\pi}\int\limits_0^\infty d\omega\mathrm{Im}\alpha_e(\omega)\Pi(\omega, T_1)\Bigg\{\int\limits_{\omega/c}^\infty dkk\mathrm{Re}[R_e(\omega, k)\exp(-2q_0z)] \\ &+\int\limits_0^{\omega/c} dkk\mathrm{Re}\big[\widetilde{R}_e(\omega, k)\exp(2i\widetilde{q}_0z)\big]\Bigg\}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} R_e(\omega, k) &= (2k^2 - \omega^2/c^2)\Delta_e + (\omega^2/c^2)\Delta_m, \\ \widetilde{R}_e(\omega, k) &= (2k^2 - \omega^2/c^2)\widetilde{\Delta}_e + (\omega^2/c^2)\widetilde{\Delta}_m. \end{aligned} \tag{6}$$

В формуле (5) $\alpha_e(\omega)$ — электронная поляризуемость частицы, а $R_e(i\xi, k)$ и $\alpha_e(i\xi)$ — соответствующие функции от комплексной частоты $\omega = i\xi$. Коэффициенты $\widetilde{\Delta}_{e,m}$ определяются формулами (2) с заменой

$$q_0 \to \widetilde{q}_0 = (\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}, \quad q \to \widetilde{q} = \left(\varepsilon(\omega)\omega^2/c^2 - k^2\right)^{1/2}.$$

Первое слагаемое (5) описывает „холодную“ часть силы Казимира, а второе совпадает с неравновесной тепловой частью, выражение для которой было ранее получено авторами [3,9]. Если частица обладает магнитной поляризуемостью $\alpha_m(\omega)$, то правая часть (5) дополняется идентичными слагаемыми, все компоненты которых получаются из компонент (5), (6) заменой индексов $e \to m$, $m \to e$ во всех входящих функциях.

„Ветровую“ часть силы взаимодействия $F_z^{(R)}$ при условии $R \ll 2\pi c\hbar/k_B T_2$ можно представить в виде [10]

$$F_z^{(R)} = \frac{1}{c}\int\limits_0^\infty d\omega S_z(\omega)\left\{\sigma_a(\omega) + \int\limits_0^\pi (1-\cos\theta)\frac{d\sigma_s}{d\Omega}d\Omega\right\}, \tag{7}$$

где $S_z(\omega)$ — спектральная плотность потока излучения, определяемая формулой (3), $\sigma_a(\omega)$ — сечение поглощения, а $d\sigma_s/d\Omega$ — дифференциальное сечение рассеяния неполяризованного излучения на частице [11]:

$$\sigma_a(\omega) = \frac{4\pi\omega}{c}\,\mathrm{Im}\,\alpha_e(\omega), \tag{8}$$

$$\frac{d\sigma_s}{d\Omega} = \frac{\omega^4}{2c^4}\,|\alpha_e(\omega)|^2(1+\cos^2\theta). \tag{9}$$

Подставляя (3), (8), (9) в (7), после элементарного интегрирования по углам рассеяния находим

$$F_z^{(R)} = \frac{\hbar}{\pi c^2}\int\limits_0^\infty d\omega\omega^2\Pi(\omega, T_2)\left[\mathrm{Im}\,\alpha_e(\omega) + \frac{2}{3}(\omega/c)^3|\alpha_e(\omega)|^2\right]$$

$$\times\int\limits_0^{\omega/c} dkk\left(2 - |\Delta_e|^2 - |\Delta_m|^2\right). \tag{10}$$

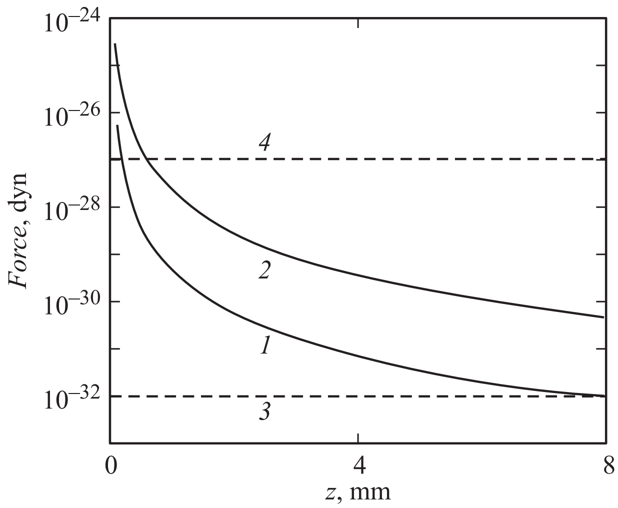
Кратко обсудим следствия формул (4), (5), (10). Для „холодной" частицы ($T_1 = 0$), в силу наличия „обрезающего" температурного фактора, в формуле (5) остаются только два первых члена, связанные с „холодной" частью силы Казимира и температурным вкладом ближних мод ФЭП пластины. Этот случай характерен, в частности, для нейтральных атомов в основном состоянии. Если пренебречь величиной $F_z^{(R)}$, то выражение для неравновесной тепловой части силы Казимира (второе слагаемое в (5)) совпадает с результатами [3,9]. В общем же случае (для нейтральных атомов) „ветровая" часть силы Казимира может оказаться превалирующей, начиная с определенных расстояний от пластины, так как $F_z^{(S)} \propto -T_2^2/z^3$ при $z \to \infty$, а $F_z^{(R)} = \text{const}$. Для количественной оценки воспользуемся квазиклассическим приближением для атомной поляризуемости

$$\alpha_e(\omega) = \frac{e^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}, \tag{11}$$

где e, m — заряд и масса электрона, ω_0, γ — частота и радиационная ширина линии основного перехода. В пределе абсолютно черной поверхности пластины ($\Delta_e = \Delta_m = 0$), учитывая, что для типичных температур $k_\mathrm{B}T/\hbar\omega_0 \ll 1$, а естественная ширина линии равна $\gamma = (2/3)(e^2/mc^2)(\omega_0^2/c)$, из (10) получим ($\xi(n)$ — дзета-функция Римана):

$$F_z^{(R)} = \frac{80}{\pi}\xi(6)k_\mathrm{B}T\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\left(\frac{\omega_0}{c}\right)^3\left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\omega_0}\right)^5 + \frac{3360}{\pi}\xi(8)k_\mathrm{B}T\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\omega_0}\right)^4\left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar c}\right)^3. \tag{12}$$

Второе слагаемое (12), связанное с вкладом рассеяния излучения на частице, превалирует над первым при $k_\mathrm{B}T/\hbar\omega_0 > 0.15$. В качестве примера на рисунке показаны вклады $F_z^{(S)}$ и $F_z^{(R)}$ для атомов ^{87}Rb над пластиной алмаза, имеющей различные температуры, рассчитанные по формулам (5) и (12). В данном случае в расчетах достаточно воспользоваться статическими значениями $\varepsilon(0) = 9.4$ и $\alpha_e(0) = 4.73 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{cm}^3$. При этом, в соответствии с (11), будем иметь $\omega_0 = 5.35 \cdot 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$. Как следует из рисунка, при $T = 300\,\mathrm{K}$ и $T = 2000\,\mathrm{K}$ „ветровая" сила отталкивания превышает силу притяжения, взятую с обратным знаком,



Вклады в неравновесную силу Казимира—Полдера при взаимодействии атомов ^{87}Rb с нагретой пластиной алмаза. *1, 2* — вклад $F_z^{(S)}$ (с обратным знаком), *3, 4* — вклад $F_z^{(R)}$; температура пластины: *1, 3* — 300 K, а *2, 4* — 2000 K.

начиная с расстояний 8 и 0.6 mm соответственно. Вклад третьего слагаемого в формуле (5) становится значительным при $T_1 > 0$ для более крупных частиц, имеющих резонансное поглощение на частотах порядка $k_B T_1/\hbar$.

Список литературы

[1] *Obrecht J.M., Wild R.J., Antezza M.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 063 201.
[2] *Antezza M., Pitaevskii L.P., Stringari S.* // Phys. Rev. 2004. V. A70. P. 053 619.
[3] *Antezza M., Pitaevskii L.P., Stringari S.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 113 202.
[4] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Eur. Phys. Lett. 2007. V. 78. P. 44 005.
[5] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 354 006.
[6] *Joulian K., Carminati R., Mulet J.-P.* et al. // Phys. Rev. 2003. V. B68. P. 245 405.
[7] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 5. С. 78.

[8] *Левин М.А., Рытов С.М.* // Теория равновесных электромагнитных флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967.
[9] *Henkel C., Joulain K., Mulet J.-P.* et al. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2002. V. 4. P. S109.
[10] *Батыгин В.В., Топтыгин И.Н.* // Сборник задач по электродинамике. М.: Наука, 1970.
[11] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.