

08

## **Вибрационное движение пары пьезоэлектрических осцилляторов по струне**

© В.А. Александров

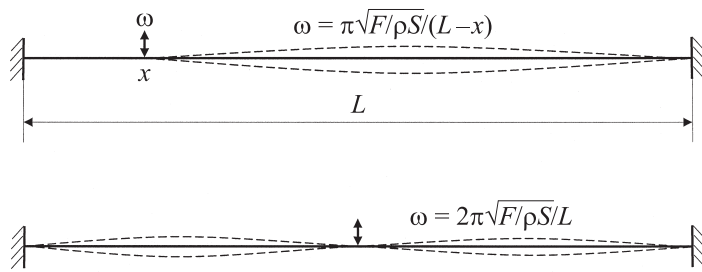
Институт прикладной механики УрО РАН, Ижевск

E-mail: ava@udman.ru

Поступило в Редакцию 8 июля 2009 г.

Исследовано поведение пары синхронно колеблющихся пьезоэлектрических осцилляторов, подвешенных на горизонтально натянутой металлической струне. Обнаружено, что при определенной частоте колебаний пьезоэлектрические осцилляторы движутся по струне согласованно, с постоянной скоростью, одновременно возбуждая колебания участка струны между точками их воздействия в виде стоячей поперечной волны.

Ранее мы уже сообщали о наблюдении вибрационного транспортирования пьезоэлектрического осциллятора по струне при возбуждении переменным напряжением в интервале высоких звуковых и ультразвуковых частот [1,2]. Установлено, что вибрационное перемещение по струне пьезоэлектрического осциллятора, состоящего из пьезоэлемента и подвески, вызвано возбуждением резонансных изгибных колебаний подвески, в результате которого участок подвески, непосредственно взаимодействующий с поверхностью струны, колеблется в двух перпендикулярных направлениях, совершая движение по эллиптической траектории. При этом струна играет роль направляющей и может рассматриваться в качестве статора в пьезоэлектрическом двигателе [3]. Однако на вибрационное движение пьезоэлектрического осциллятора существенно могут повлиять и поперечные колебания самой струны, в особенности в интервале собственных частот поперечных колебаний струны [4]. Было обнаружено, что вибрационное перемещение пьезоэлемента с подвеской по струне наблюдается на концах струны и на участках, соответствующих узлам стоячих поперечных волн, возбуждаемых пьезоэлектрическим осциллятором в струне. Для этого необходимо подобрать частоту электрического напряжения на электродах пьезоэлемента так, чтобы вибрационное воздействие пьезоэлемента



**Рис. 1.** Возбуждение колебаний струны пьезоэлектрическим осциллятором.

с подвеской возбуждало в струне стоячую волну между одним из ее концов и участком воздействия (рис. 1). На участке струны, на который приходится узел стоячей волны, колебания поверхности струны отсутствуют. При этом амплитуда вибраций пьезоэлемента с подвеской относительно поверхности струны оказывается максимальной, так что взаимодействие подвески с поверхностью струны оказывается разрывным и ударным. В результате ударного взаимодействия возбуждаются одновременно поперечные колебания струны и изгибные колебания подвески. Вынуждающие колебания пьезоэлемента и изгибные колебания подвески являются взаимно перпендикулярными, что приводит к двумерным колебаниям участка подвески, взаимодействующего со струной. Поверхность струны ограничивает эти колебания, и за счет этого происходит их фрикционное выпрямление. В связи с этим пьезоэлемент с подвеской смещается по струне за каждый период колебаний в одном и том же направлении на определенную микронную величину, а за какое-то время — на микроскопическое расстояние. Дальнейшее перемещение пьезоэлемента с подвеской изменяет расстояние между участком воздействия и концом струны, при этом условия возбуждения стоячих волн в струне нарушаются и соответственно в точке воздействия на струну узел стоячей волны не образуется. Из-за этого в подвеске амплитуда изгибных колебаний уменьшается и движение пьезоэлемента с подвеской исчезает. Но, как оказалось, для дальнейшего движения по струне необходимо лишь слегка изменить частоту колебаний пьезоэлемента, чтобы вновь возникла стоячая волна в струне. Эксперименты показали, что, плавно изменяя частоту электрического напряжения на электродах, пьезоэлемент с подвеской

можно перемещать практически по всей длине струны и управлять его положением на струне.

Возбуждение стоячей поперечной волны в струне на участке между подвижным пьезоэлектрическим осциллятором и концом струны указывает на возможность ее возбуждения и на участке струны между двумя подвижными осцилляторами. Поэтому целью настоящей работы являлось исследование поведения пары колеблющихся пьезоэлектрических осцилляторов, подвешенных на горизонтально натянутой металлической струне.

Эксперименты проводились на устройстве, описанном в [1], и отличались лишь тем, что на струну устанавливались два пьезоэлемента ЗП-4 с упругой подвеской на определенном расстоянии друг от друга. К генератору низкой частоты их электроды подключались параллельно так, что возбуждение колебаний пьезоэлементов осуществлялось синхронно с одинаковой частотой.

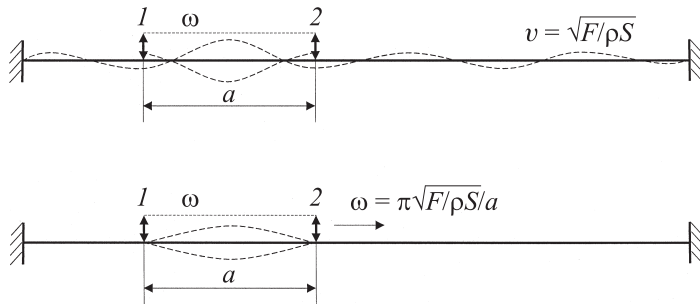
Обнаружилось, что при определенных частотах колебаний пьезоэлектрические осцилляторы движутся по струне согласованно, с одинаковой постоянной скоростью, сохраняя расстояние между собой. При этом, в отличие от эффекта транспортирования одного колеблющегося пьезоэлемента с подвеской на определенном участке струны, колеблющаяся пара пьезоэлектрических осцилляторов как целое перемещается по струне не останавливаясь от одного до другого конца струны. При снятии со струны одного из осцилляторов во время их совместного вибрационного движения второй осциллятор останавливается или изменяет характер движения.

Для анализа этого явления запишем уравнения поперечных волн в струне, возбуждаемых пьезоэлектрическими осцилляторами и распространяющихся от их места воздействия по струне. Отражением волн от концов струны пренебрежем.

Поперечные волны в струне, исходящие от места воздействия первого осциллятора вправо и от места воздействия второго осциллятора влево и распространяющиеся между ними (рис. 2), можно записать уравнениями

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A_y \sin(\omega t - kx), \\ s_2(t) &= A_y \sin[\omega t + k(x - a)], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A_y$  и  $\omega$  — соответственно амплитуда и частота волн,  $k = \omega/v$  — волновое число,  $a$  — расстояние между осцилляторами. Скорость



**Рис. 2.** Возбуждение колебаний струны парой пьезоэлектрических осцилляторов.

поперечной волны в струне равна  $v = \sqrt{F/\rho S}$ , где  $F$  — натяжение,  $\rho$  — плотность материала и  $S$  — площадь поперечного сечения струны.

Колебания струны на участке между осцилляторами — источниками волн при этом представляют результат сложения этих волн

$$s(t) = 2A_y \cos(ka/2 - kx) \sin(\omega t - ka/2). \quad (2)$$

Это уравнение представляет уравнение стоячей волны с амплитудой

$$A = 2A_y \cos(ka/2 - kx), \quad (3)$$

которая имеет максимальное значение  $A = 2A_y$  при  $x = a/2$  и одинаковые значения  $A = 2A_y \cos(ka/2)$  в точках  $x = 0$  и  $x = a$ . Это означает, что амплитуда колебаний струны в центре участка между двумя одинаковыми источниками поперечных волн равна удвоенной амплитуде волн и не зависит от частоты волн. В местах воздействия осцилляторов на струну амплитуда колебаний зависит от волнового числа и соответственно от частоты волн. При выполнении условий  $ka = (2m + 1)\pi$ , где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , амплитуда в этих точках равна нулю. При этом на рассматриваемом участке возникают колебания в виде стоячей волны с пучностью в центре участка и с узлами в точках воздействия на струну, т.е. где находятся пьезоэлектрические осцилляторы. Для возбуждения таких колебаний в струне частота волн должна составить  $\omega = (2m + 1)\pi v/a$ .

Чтобы проанализировать колебания струны на других участках струны, надо заметить, что эти колебания являются результатом сложения

двух волн, распространяющихся в одном направлении. Рассмотрим волны, бегущие вправо, т.е. в положительном направлении. Тогда выражения волн на участке струны за вторым пьезоэлектрическим осциллятором можно записать в виде уравнений

$$\begin{aligned}s_1(t) &= A_y \sin(\omega t - kx), \\ s_2(t) &= A_y \sin[\omega t - k(x - a)].\end{aligned}\quad (4)$$

Сложение этих волн дает выражение для результирующих колебаний на этом участке струны в виде уравнения

$$s(t) = 2A_y \cos(ka/2) \sin(\omega t - kx + ka/2).\quad (5)$$

Полученное уравнение описывает бегущую волну с амплитудой  $A = 2A_y \cos(ka/2)$ . Заметим, что в точке  $x = a$  его выражение совпадает с полученным выше выражением в этой точке стоячей волны. Кроме того, амплитуда этой волны при выполнении условия  $ka = (2m + 1)\pi$  становится равной нулю, что указывает на отсутствие колебаний струны.

Проведенный анализ возбуждения колебаний струны двумя пьезоэлектрическими осцилляторами позволяет сделать следующий вывод. Пара синхронно колеблющихся пьезоэлектрических осцилляторов, подвешенных на горизонтально натянутой струне, действует как источник поперечных волн в струне. При определенной частоте колебаний осцилляторов в струне может возбуждаться стоячая поперечная волна, заключенная на участке струны между этими осцилляторами. Узлы этой стоячей волны приходятся на место воздействия осцилляторов на струну, при этом амплитуда изгибных колебаний в подвесках осцилляторов возрастает, что приводит к перемещению по струне пары пьезоэлектрических осцилляторов как целого. При этом вместе с осцилляторами перемещается по струне и возбуждаемая ими стоячая волна. Таким образом, связанные колебания пьезоэлектрических осцилляторов струны могут поддерживать согласованное вибрационное движение пары пьезоэлектрических осцилляторов по струне.

В заключение можно добавить, что выявленный механизм парного вибрационного движения пьезоэлектрических осцилляторов по струне с одновременным возбуждением стоячей волны, по-видимому, может служить механической моделью теоретических разработок, где возможно представление физических объектов струнами.

**Список литературы**

- [1] *Александров В.А.* // Датчики и системы. 2001. № 6. С. 35–36.
- [2] *Александров В.А., Михеев Г.М.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 15. С. 49–54.
- [3] *Александров В.А., Михеев Г.М.* // Патент РФ № 2278461. Бюл. № 17. 20.06.2006.
- [4] *Александров В.А., Михеев Г.М.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 13. С. 71–76.