

09

Экспериментальное исследование обобщенной синхронизации хаотических колебаний в присутствии шума

© А.А. Овчинников, О.И. Москаленко, А.А. Короновский,
А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: ovchinnikov@nonlin.sgu.ru

Поступило в Редакцию 8 октября 2009 г.

Впервые экспериментально исследовано влияние внешнего источника шума на положение границы режима обобщенной синхронизации на примере двух однонаправленно-связанных радиотехнических генераторов хаотических колебаний. Показано, что граница обобщенной синхронизации остается постоянной в широком диапазоне интенсивностей шумового сигнала, т. е. режим обобщенной синхронизации устойчив к внешним шумам.

Синхронизация хаотических колебаний является одним из наиболее интенсивно исследуемых явлений нелинейной динамики, привлекающим внимание большого числа исследователей [1,2]. Одним из интереснейших типов синхронной динамики хаотических систем является режим обобщенной хаотической синхронизации [3–5]. Важным вопросом является влияние шума на хаотическую синхронизацию, при этом следует отметить, что число исследований влияния шума на обобщенную синхронизацию хаотических колебаний очень мало [6–8]. В то же время это явление, как показано в работе [9], может быть успешно применено в системах скрытой передачи информации, поэтому вопрос об устойчивости режима обобщенной хаотической синхронизации к внешним шумам представляет большой интерес. Целью данной

работы стало экспериментальное изучение влияния шума на положение границы обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно-диссипативно-связанных радиотехнических генераторов хаотических колебаний.

Как известно, об обобщенной синхронизации в системе однонаправленно-связанных хаотических осцилляторов говорят в том случае, если вектора состояний \mathbf{x} и \mathbf{y} данных систем связаны некоторым функциональным отношением $\mathbf{x} = F(\mathbf{y})$ [3,4]. Одним из методов диагностики режима обобщенной синхронизации является метод вспомогательной системы [10], который основан на использовании дополнительной системы \mathbf{v} , являющейся точной копией синхронизируемой системы \mathbf{x} и находящейся под воздействием того же синхронизирующего сигнала, что и \mathbf{x} . В случае отсутствия внешнего воздействия динамика ведомой \mathbf{x} и вспомогательной \mathbf{v} систем различается, тогда как наличие синхронизирующего хаотического сигнала ведет к установлению режимов идентичной динамики в этих системах $\mathbf{x}(t) = \mathbf{v}(t)$.

Сделаем некоторые теоретические оценки: рассмотрим поведение двух однонаправленно-связанных динамических систем со слегка расстроенными параметрами в присутствии внешнего шума $\xi(t)$: $\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{H}(\mathbf{y}(t), \mathbf{g}_d)$ и $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{g}_r) + \varepsilon \mathbf{A}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{x}(t) + D\xi(t))$, где $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ и $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ — векторы состояния ведущей и ведомой систем соответственно, \mathbf{H} определяет векторное поле рассматриваемых систем, \mathbf{g}_d и \mathbf{g}_r — векторы параметров, $\mathbf{A} = \{\delta_{ij}\}$ — матрица связи, $\delta_{ii} = 0$, $\delta_{ij=0}$ или $\delta_{ij} = 1$, ε — параметр связи, D — интенсивность шума.

Для выявления механизмов, приводящих к возникновению режима обобщенной синхронизации в анализируемой системе, воспользуемся методом модифицированной системы [4]. Согласно этому подходу, ведомая система может быть рассмотрена как некоторая модифицированная система с дополнительно введенной диссипацией $-\varepsilon \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$: $\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{H}'(\mathbf{x}_m(t), \mathbf{g}_r, \varepsilon) = \mathbf{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{g}_r) - \varepsilon \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$, находящейся под внешним воздействием $\varepsilon \mathbf{A}(\mathbf{y}(t) + D\xi(t))$. Режим обобщенной синхронизации, возникающий в анализируемой системе, может быть рассмотрен как следствие двух взаимосвязанных процессов, протекающих одновременно: увеличения диссипации в модифицированной системе и возрастания амплитуды внешнего (хаотического и шумового) сигнала. Оба процесса связаны друг с другом посредством параметра ε и не могут быть реализованы в ведомой системе по отдельности. Однако увеличение

диссипации в модифицированной системе приводит к упрощению ее поведения и переходу от хаотических колебаний к периодическим. Внешнее воздействие, наоборот, стремится усложнить поведение модифицированной системы и навязать ей свою динамику. Возникновение режима обобщенной синхронизации возможно только тогда, когда собственная хаотическая динамика в ведомой системе будет подавленной за счет диссипации. Таким образом, устойчивость режима обобщенной синхронизации определяется прежде всего свойствами самой модифицированной системы. Поэтому порог возникновения режима обобщенной синхронизации не должен сильно зависеть от интенсивности шума $D\xi(t)$, воздействующего на однонаправленно-связанные хаотические системы. Если шум не меняет существенно характеристики модифицированной системы, то он и не должен сильно влиять на порог возникновения режима обобщенной синхронизации.

Перейдем к рассмотрению экспериментального исследования влияния шума на порог возникновения режима обобщенной синхронизации. Общая схема экспериментальной установки приведена на рис. 1, *a*. В качестве базового элемента использовался генератор хаотических колебаний, описанный в [11,12], принципиальная схема которого приведена на рис. 1, *b*. Данная цепь состоит из нелинейного усилителя и цепи линейной обратной связи, в которую входят два фильтра нижних частот. Характерная частота генерации составила $f \approx 8$ kHz. При исследовании обобщенной синхронизации рассматриваются однонаправленно-связанные генераторы, где величина коэффициента связи, следуя [11], определяется как $\varepsilon = 1/R\sqrt{L/C}$.

Базовый генератор был подключен к ЦАП–АЦП LCard L-783, встроенному в персональный компьютер, посредством которого фиксировалась динамика напряжения на конденсаторах C и C' . В качестве синхронизирующего сигнала выступал сигнал, сгенерированный данной цепью, оцифрованный АЦП и затем воспроизведенный с помощью ЦАП. Синхронизирующий сигнал вводился в исследуемую цепь через однонаправленную диссипативную связь (C на рис. 1, *a*). В устройство связи аддитивно вводился шумовой сигнал, генерируемый функциональным генератором Agilent-33220A (NG на рис. 1, *a*). Шумовой сигнал представлял собой δ -коррелированный шум.

Исследуемый радиотехнический генератор может демонстрировать два основных режима хаотической генерации: с ленточным аттрактором (рис. 2, *a*) и аттрактором типа Double Scroll (рис. 2, *b*). В представленной

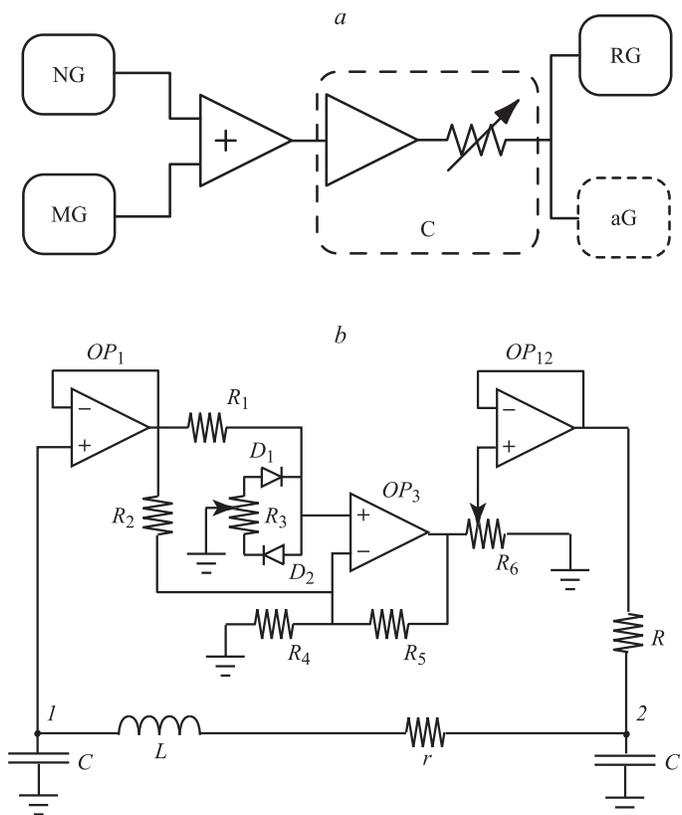


Рис. 1. *a* — общая схема экспериментальной установки: MG — ведущий генератор, SG — ведомый генератор, aG — вспомогательная система, NG — генератор шума, C — устройство связи, + — инвертирующий сумматор. *b* — схема исследуемого генератора: OP_1, OP_{12} — TL082, OP_3 — К174УД7, D_1, D_2 — 1N4148, $R_1, R_2 = 7.2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, $R_4 = 180 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 4.7 \text{ k}\Omega$, RC', rLC — фильтры нижних частот, $r = 56 \Omega$, $R = 630 \Omega$, $C = 330 \text{ nF}$, $C' = 150 \text{ nF}$, $L = 3.3 \text{ мН}$; выходной сигнал снимается с точек 1 и 2, точка 1 служит входом ведомого генератора.

работе экспериментально исследовались три различных случая: 1) в ведомой и ведущей системах реализовался режим с ленточным аттрактором, 2) в ведущей и ведомой системе реализовывались колебания с

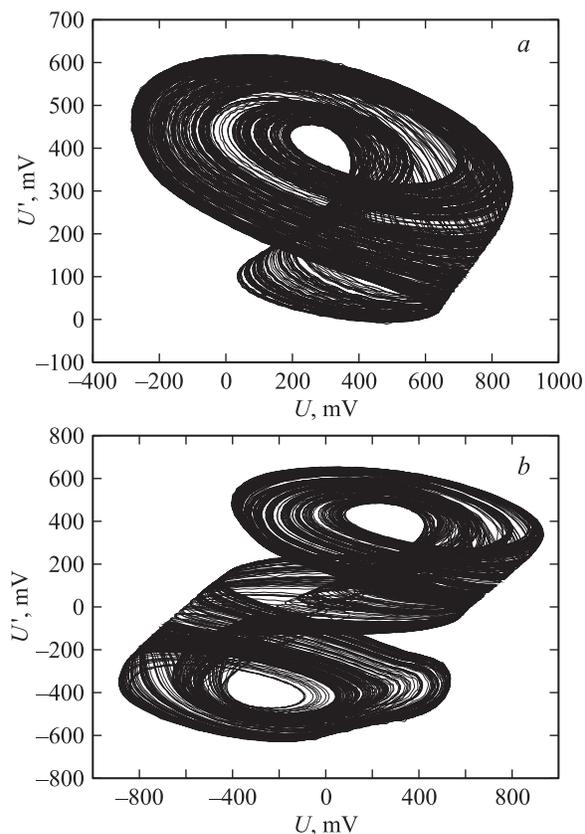


Рис. 2. Фазовые портреты характерных режимов колебаний, реализуемых в исследуемых системе: *a* — ленточный аттрактор ($R_6 = 2 \text{ k}\Omega$), *b* — аттрактор типа Double Scroll ($R_6 = 1.5 \text{ k}\Omega$).

аттрактором типа Double Scroll, 3) в ведомой системе реализовывались колебания с аттрактором типа Double Scroll, в то время как в ведущей системе наблюдался режим с ленточным аттрактором.

Для каждого из указанных случаев в отсутствие шума определялось значение параметра связи, при котором наступала обобщенная синхронизация. Длительность рассматриваемых реализаций составляла 3 s, что соответствует $N \approx 3 \cdot 10^4$ характерным периодам колебаний [13,14].

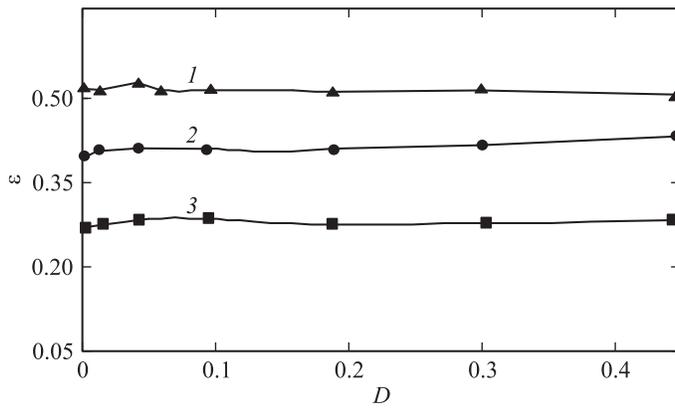


Рис. 3. Значение параметра связи, соответствующее границе области обобщенной синхронизации, как функция соотношения шум-сигнал для следующих режимов в связанных генераторах: 1 — обе системы находятся в режиме с ленточным аттрактором, 2 — в ведомой системе реализуется режим с аттрактором типа Double Scroll, 3 — в ведомой системе реализуется режим Double Scroll, в ведущей системе — с ленточным аттрактором.

Было получено, что указанным комбинациям режимов в ведущей и ведомой системах границе области обобщенной синхронизации соответствовали различные значения параметра связи ($\varepsilon = 0.52$ для первого случая, $\varepsilon = 0.28$ для второго и $\varepsilon = 0.38$ для третьего).

Для изучения влияния шума на положение границы обобщенной синхронизации эксперимент повторялся при воздействии введенного в устройство связи шумового сигнала. Для оценки интенсивности шумового сигнала использовалось отношение мощности шума P_N к мощности колебаний P_{CS} в ведущей системе $D = P_N/P_{CS}$. На рис. 3 представлена зависимость значения параметра связи, при котором устанавливается режим обобщенной синхронизации, от интенсивности шумового сигнала. Нетрудно видеть, что положение границы обобщенной синхронизации в единицах параметра связи остается примерно постоянным при изменении интенсивности шумового воздействия в широком диапазоне. Как можно видеть из рис. 3, для исследованных случаев коэффициент связи значительно зависит от параметров ведомой и ведущей системы, что подтверждает результаты теоретического анализа границы обобщенной синхронизации в системе без шума, проведенного

в работе [5]. Следует также отметить, что дальнейшее увеличение интенсивности шума D приводит к разрушению колебательного режима и переходу ведомой системы в стационарное состояние.

Таким образом, в настоящей работе впервые экспериментально исследовано влияние шума на положение границы области обобщенной синхронизации на примере двух однонаправленно связанных генераторов хаотических колебаний в радиотехническом эксперименте. Показано, что данная характеристика обобщенной синхронизации остается постоянной в широком диапазоне интенсивностей шумового сигнала.

Работа выполнена при поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.

Список литературы

- [1] *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge University Press, 2001.
- [2] *Boccaletti S., Kurths J., Osipov G.V., Valladares D.L., Zhou C.* // *Physics Reports.* 2002. V. 366. P. 1.
- [3] *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.* // *Phys. Rev. E.* 1995. V. 51 (2).
- [4] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // *Phys. Rev. E.* 2005. V. 71 (6). P. 067201.
- [5] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V.* // *Phys. Rev. E.* 2005. V. 72 (3). P. 037201.
- [6] *Lui Z., Chen S.* // *Phys. Rev. E.* 1997. V. 56. P. 7297.
- [7] *Guan S.-G., Lai Y.C., Lai C.H.* // *Phys. Rev. E.* 2006. V. 73. P. 046210.
- [8] *Chen Z., Lin W., Zhou J.* // *Chaos.* 2007. V. 17. P. 023106.
- [9] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е.* // *Известия РАН. Сер. физ.* 2008. V. 72 (1). P. 143–147.
- [10] *Abarbanel H.D., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* // *Phys. Rev. E.* 1996. V. 53 (5). P. 4528–4535.
- [11] *Rulkov N.F.* // *Chaos.* 1996. V. 6. P. 262–279.
- [12] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Ovchinnikov A.A., Boccaletti S.* // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 76 (2). P. 026206.
- [13] *Zhu L., Raghu A., Lai Y.C.* // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86 (18). P. 4017–4020.
- [14] *Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Храмова А.Е.* // *Доклады Академии наук.* 2002. V. 383 (3). P. 322–325.
- [15] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I.* // *Europhysics Letters.* 2005. V. 72 (6). P. 901–907.