01

Радиационный теплообмен сферических частиц, обусловленный флуктуационно-электромагнитным полем

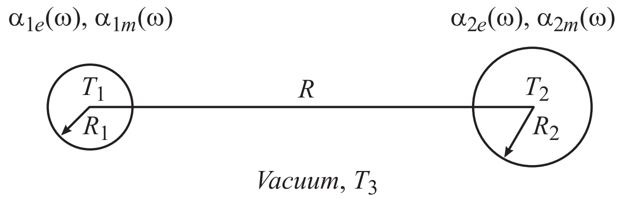
© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: gv dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 9 ноября 2009 г.

В рамках флуктуационной электродинамики в дипольном приближении впервые получены формулы для скорости радиационного теплообмена двух сферических частиц с температурами T_1 и T_2, находящихся на расстоянии R в равновесном газе фотонов с температурой T_3.

Являясь составной частью общей проблемы флуктуационно-электромагнитного взаимодействия, вопрос о радиационном теплообмене между телами привлекает большое внимание как теоретиков [1–4], так и экспериментаторов [5–7]. В работах [6,7], в частности, впервые был измерен радиационный теплообмен микросфер из диоксида кремния с радиусом $R = 50\,\mu$m с поверхностью того же материала при ширине зазора от 0.1 до $10\,\mu$m. При этих условиях основную роль играет теплообмен через неоднородные моды ближнего поля поверхностей (фонон–поляритоны). Контроль точности численного расчета величины скорости теплообмена dQ/dt и привязка экспериментальных данных к теоретически ожидаемым осуществляется сравнением с аналитическими решениями известных задач [3]. К их числу относятся: 1) конфигурация параллельных пластин с узким зазором d [8]; 2) малое сферическое тело над плоской поверхностью при условии $R/d \ll 1$ [4,9]; 3) два однородных шара с радиусами R_1, R_2 при условии $\max(R_1, R_2)/d \ll 1$. Решение последней задачи было получено в работах [10–12]. Однако в этих расчетах не учитывалось тепловое состояние вакуумного фона, а результирующие выражения для dQ/dt отличаются друг от друга в 2π раз. Между тем наличие теплообмена частиц с вакуумным фоном приводит к не зависящему от величины зазора d вкладу в dQ/dt, который существенно изменяет асимптотику скорости теплообмена и



Тепловая конфигурация и геометрия взаимодействия сферических частиц.

должен учитываться при интерпретации экспериментальных результатов [5–7]. Целью данной работы является нахождение более корректного выражения для скорости теплообмена двух сферических частиц (в дипольном приближении), одна из которых имеет температуру T_1, а другая — температуру T_2. Вакуумный фон, в котором находятся обе частицы, предполагается заполненным равновесным излучением с температурой T_3. Частицы 1, 2 характеризуются зависящими от частоты ω электрическими $\alpha_{ie}(\omega)$ и магнитными $\alpha_{im}(\omega)$ поляризуемостями $(i = 1, 2)$ (см. рисунок). Заметим, что условия применимости дипольного приближения в рассматриваемом случае означают $R_1R_2 \ll R$ и R_1, $R_2 \ll \min(\lambda_{T1}, \lambda_{T2}, \lambda_{T3})$, где λ_{T1}, λ_{T2}, λ_{T3} — характерные длины волн теплового излучения. Соотношение между R и λ_{T1}, λ_{T2}, λ_{T3} может быть произвольным.

Исходное выражение для скорости нагрева (охлаждения) первой частицы запишем в виде

$$dQ/dt = \dot{Q}^{vac} + \dot{Q}_{12}, \tag{1}$$

где $\dot{Q}^{vac}$ — скорость теплообмена с вакуумным фоном, а $\dot{Q}_{12}$ — скорость теплообмена, обусловленная взаимодействием частиц. Формула (1) является следствием независимости тепловых флуктуаций частиц и вакуумного фона, поэтому их вклады в результирующую величину dQ/dt можно находить отдельно [4,9]. Исходное выражение для $\dot{Q}_{12}$ имеет вид

$$\dot{Q}_{12} = \left\langle \dot{\mathbf{d}}_1^{in}(t)\mathbf{E}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, t)\right\rangle + \left\langle \dot{\mathbf{m}}_1^{in}(t)\mathbf{B}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, t)\right\rangle$$
$$- \left\langle \dot{\mathbf{d}}_2^{in}(t)\mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, t)\right\rangle - \left\langle \dot{\mathbf{m}}_2^{in}(t)\mathbf{B}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, t)\right\rangle, \tag{2}$$

где $\mathbf{d}_{1,2}(t)$, $\mathbf{m}_{1,2}(t)$ и $\mathbf{E}_{1,2}(\mathbf{r}_{2,1}, t)$, $\mathbf{B}_{1,2}(\mathbf{r}_1, t)$ — дипольные электрические (магнитные) моменты и компоненты флуктуационного электромагнитного поля, генерируемого одной из частиц в точке локализации другой, индексы „in“, „sp“обозначают индуцированные и спонтанные компоненты, а угловые скобки — полное квантово-статистическое усреднение. Первое и третье, а также второе и четвертое слагаемые в правой части (2) имеют смысл разностей работ спонтанных электромагнитных полей над индуцированными моментами частиц. Для дальнейшего расчета все величины, входящие в (2), разлагаются в частотные интегралы Фурье, причем Фурье-компоненты $\mathbf{d}_{1,2}^{in}(\omega)$ и $\mathbf{m}_{1,2}^{in}(\omega)$ определяются линейными соотношениями $\mathbf{d}_1^{in}(\omega) = \alpha_{1e}(\omega)\mathbf{E}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega)$, $\mathbf{d}_2^{in}(\omega) = \alpha_{2e}(\omega)\mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega)$, $\mathbf{m}_1^{in}(\omega) = \alpha_{1m}(\omega)\mathbf{B}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega)$, $\mathbf{m}_2^{in}(\omega) = \alpha_{2m}(\omega)\mathbf{B}_2^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega)$, после чего формула (2) принимает вид

$$\dot{Q}_{12} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \exp\big[-i(\omega+\omega')t\big](-i\omega)$$

$$\times \Big\{\alpha_{1e}(\omega)\big\langle \mathbf{E}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega)\mathbf{E}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega')\big\rangle + \alpha_{Im}(\omega)\big\langle \mathbf{B}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega)\mathbf{B}_2^{sp}(\mathbf{r}_1, \omega')\big\rangle$$

$$- \alpha_{2e}(\omega)\big\langle \mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega)\mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega')\big\rangle - \alpha_{2m}(\omega)\big\langle \mathbf{B}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega)\mathbf{B}_1^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega')\big\rangle\Big\}. \tag{3}$$

При дальнейшем упрощении декартовы проекции Фурье-компонент полей частиц в (3) выражаются через проекции спонтанных электрических и магнитных моментов частиц и компоненты запаздывающей гриновской функции свободных фотонов посредством известных соотношений [13]

$$E_{1,i}^{sp}(\mathbf{r}_2\omega) = -\frac{\omega^2}{\hbar c^2} D_{ij}(\omega, \mathbf{R}) d_{1,j}^{sp}(\omega),$$

$$E_{2,i}^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega) = -\frac{\omega^2}{\hbar c^2} D_{ij}(\omega, \mathbf{R}) d_{2,j}^{sp}(\omega), \tag{4}$$

$$B_{1,i}(\mathbf{r}_2, \omega) = -\frac{\omega^2}{\hbar c^2} D_{ij}(\omega, \mathbf{R}) m_{1,j}^{sp}(\omega),$$

$$B_{2,i}^{sp}(\mathbf{r}_2, \omega) = -\frac{\omega^2}{\hbar c^2} D_{ij}(\omega, \mathbf{R}) m_{2,j}^{sp}(\omega), \tag{5}$$

$$D_{ij}(\omega, R) = -\frac{\hbar c^2}{\omega^2}\left\{-\frac{4\pi}{3}\delta(\mathbf{R})\delta_{ij} + \exp(i\omega R/c)\left[\left(\frac{\omega^2}{c^2 R} + \frac{i\omega}{cR^2} - \frac{1}{R^3}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. + (\delta_{ij} - n_i n_j) + 2\left(\frac{1}{R^3} - \frac{i\omega}{cR^2}\right) n_i n_j\right]\right\}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{n} = \mathbf{R}/|\mathbf{R}|. \tag{6}$$

В записи формул (4)–(6) и далее используются стандартные обозначения c, $\hbar$ и k_{B} для скорости света в вакууме, постоянной Планка и Больцмана соответственно. После подстановки (4)–(6) в (3) очевидно, что корреляторы полей в (3) в конечном итоге выражаются через корреляторы спонтанно флуктуирующих электрических и магнитных моментов вида [14] $\langle d_{1,i}^{sp}(\omega) d_{1,k}^{sp}(\omega)\rangle = 2\pi\delta_{ik}\delta(\omega+\omega')\hbar\alpha''_{1e}(\omega)\coth(\omega\hbar/2k_{\mathrm{B}}T_1)$ и аналогичные им с заменой $1 \to 2$ и (или) $e \to m$. В частности, например, для коррелятора $\langle \mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2,\omega)\mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2,\omega')\rangle$ будем иметь

$$\langle \mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2,\omega)\mathbf{E}_1^{sp}(\mathbf{r}_2,\omega')\rangle = 2\pi\delta(\omega+\omega')\hbar\alpha''_{1e}(\omega)\coth(\omega\hbar/2k_{\mathrm{B}}T_1)$$

$$\times\left(-\frac{\omega^2}{\hbar c^2}\right)^2 D_{ik}(\omega,\mathbf{R})D_{ik}^*(\omega,\mathbf{R}),$$

где звездочкой обозначена комплексно-сопряженная функция Грина, а двумя штрихами — мнимая компонента поляризуемости. Аналогичным образом записываются и другие корреляторы. В результате дальнейших элементарных вычислений получим

$$\dot{Q}_{12} = \frac{2\hbar}{\pi R^6}\int_0^\infty d\omega\omega\left[\alpha''_{1e}(\omega)\alpha''_{2e}(\omega) + \alpha''_{1m}(\omega)\alpha''_{2m}(\omega)\right](3 + (\omega R/c)^2$$

$$+ (\omega R/c)^4)\left[\coth(\hbar\omega/2k_{\mathrm{B}}T_2) - \coth(\hbar\omega/2k_{\mathrm{B}}T_1)\right]. \tag{7}$$

Формула (7), за исключением численного коэффициента перед интегралом, совпадает с результатом авторов [10–12], однако в работе [10] этот коэффициент оказался равным $1/(2\pi)^2$, а в работах [11,12] соответственно $1/(2\pi)^3$. Таким образом, формула (7) предсказывает величину скорости теплообмена на 1–2 порядка величины больше, чем следует из работ [10–12].

Вклад $\dot{Q}^{vac}$ вычислялся в наших работах [4,9,15] при $T_3 \neq 0$. Применительно к рассматриваемому случаю результат записывается в виде

$$\dot{Q}^{vac} = -\frac{2\hbar}{\pi c^3}\int\limits_0^{\omega} d\omega\omega^4\left[\alpha''_{1e}(\omega) + \alpha''_{1m}(\omega)\right]$$
$$\times\left[\coth(\hbar\omega/2k_{\rm B}T_1) - \coth(\hbar\omega/2k_{\rm B}T_3)\right]. \qquad (8)$$

В итоге результирующая формула для скорости нагрева (охлаждения) первой частицы определяется суммой (7) и (8). Для второй частицы, очевидно, $\dot{Q}_{21} = -\dot{Q}_{12}$, а формула (8) трансформируется заменами $\alpha''_{1e}(\omega) \to \alpha''_{2e}(\omega)$, $\alpha''_{1m}(\omega) \to \alpha''_{2m}(\omega)$, $T_1 \to T_2$. Детальный анализ соотношения между вкладами (7) и (8) для частиц с различными материальными характеристиками требует специального рассмотрения, но без вычислений очевидно, что асимптотика $\dot{Q} \propto 1/R^2$ при $R \gg \lambda_{T1}, \lambda_{T2}$, вытекающая из (7), при учете (8) заменяется на $\dot{Q} = \text{const}$.

Список литературы

[1] *Joulain K., Mulet J.P., Marquier F.* et al. // Sufr. Sci. 2005. V. 57. P. 59.
[2] *Волокитин А.И., Перссон Б.Н.Дж.* // УФН. 2007. Т. 177. В. 9. С. 921.
[3] *Narayanaswami A., Gang Chen.* // Phys. Rev. 2008. V. B77. P. 075125.
[4] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // ФТТ. 2009. Т. 51. В. 1. С. 3.
[5] *Kittel A., Muller-Hirsch W., Parisi J.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 224301.
[6] *Narayanaswami A., Sheng Shen, Gang Chen.* // Phys. Rev. 2008. V. B78. P. 115303.
[7] *Sheng Shen, Narayanaswami A., Gang Chen.* // Nanoletters. 2009. V. 9. N 8. P. 2909.
[8] *Polder D., Van Hove M.* // Phys. Rev. 1971. V. B4. P. 3303.
[9] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 354006.
[10] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // Phys. Rev. 2001. V. B63. P. 205404.
[11] *Domingues G., Volz S., Joulain K., Greffet J.-J.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 085901.
[12] *Chapuis P.O., Laroche M., Volz S., Greffet J.-J.* // Phys. Rev. 2008. V. B77. P. 125402.
[13] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* // Статистическая физика. Ч. 2. М.: Физматлит, 2002. С. 493.
[14] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Статистическая физика. Ч. 1. М.: Физматлит, 2001. С. 613.
[15] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Lett. 2005. V. A259. P. 38.