

01;10

Генерация кильватерного излучения в диэлектрической ускорительной структуре прямоугольного сечения

© С.С. Батулин, И.Л. Шейнман, А.М. Альтмарк, Д.А. Семикин,
А.Д. Канарейкин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
E-mail: stas_baturin@mail.ru, isheinman@yandex.ru

Поступило в Редакцию 25 ноября 2010 г.

Проведен аналитический анализ излучения Вавилова–Черенкова, генерируемого релятивистским электронным сгустком в прямоугольной кильватерной ускоряющей структуре с диэлектрическим заполнением; при этом использован подход на основе разложения кильватерных полей по собственным функциям поперечных операторов компонентов электрических и магнитных полей. Получены выражения для кильватерных полей, генерируемых гауссовым электронным сгустком. На основе изложенного формализма для генераторного сгустка ускорителя АВА Аргоннской Национальной лаборатории проведены расчеты параметров ускорительной структуры на основе алмаза, допускающей генерацию градиентов $> 100 \text{ MV/m}$.

Методы, основанные на концепции кильватерного ускорения в структурах с диэлектрическим заполнением, в настоящее время являются одними из наиболее многообещающих в смысле возможности создания высокоградиентных ускоряющих структур для будущего поколения линейных коллайдеров [1,2]. Эти структуры могут быть возбуждены сильноточным электронным пучком (проект коллайдера CLIC) или мощным внешним источником СВЧ-излучения. Ускоряющая структура с диэлектрическим заполнением представляет собой диэлектрический волновод с осевым вакуумным каналом для пролета пучка, заключенный в проводящую металлическую оболочку. Сильноточный (до 100 nC), короткий ($1\text{--}2 \text{ mm}$) генераторный электронный сгусток низких энергий ($15\text{--}100 \text{ MeV}$) возбуждает излучение Вавилова–Черенкова (кильватерное поле), которое используется для ускорения менее интенсивного электронного сгустка высоких энергий, движущегося за ведущим сгуст-

ком на расстоянии, соответствующем ускоряющей фазе кильватерной СВЧ-волны. Диэлектрические кильватерные структуры обеспечивают, наряду с высоким темпом ускорения, следующие возможности: управления частотным спектром структуры посредством введения дополнительных сегнетоэлектрических слоев [3], а также использования для создания ускорительной структуры новых перспективных материалов с уникальными свойствами, таких как алмаз и сапфир [4].

Как правило, в структурах с диэлектрическим заполнением предполагается использование цилиндрической геометрии, что существенно как для достижения максимальных ускоряющих градиентов, так и для получения максимально возможного шунтового импеданса структуры. Аналитический модовый анализ подобных ускоряющих структур для продольных и поперечных компонент электрического поля был разработан в [5]. В то же время в последнее время в ряде случаев рассматриваются также прямоугольные в сечении структуры с диэлектрическим заполнением [6–12], что вызвано как технологическими сложностями изготовления цилиндрических структур с высокими требованиями к допускам на геометрические параметры и однородность диэлектрической проницаемости заполнения вдоль структур [3], так и возможным использованием для генерации плоского электронного пучка. Прямоугольные структуры могут быть использованы для тестовых экспериментов при анализе новых ускорительных схем [11] и для изучения свойств материалов, перспективных для высоких темпов ускорения и импульсного нагрева структуры (алмаз, сапфир) [4].

Теоретический анализ диэлектрических ускорительных структур прямоугольной геометрии к настоящему времени проводился в ряде работ [6–12]. Для нахождения амплитуд мод излучения Вавилова–Черенкова, возбуждаемых в прямоугольном волноводе с диэлектрическим заполнением, ранее использовались техника согласования импедансов [7–9] наряду с методом поперечного резонанса [12]. При использовании подобного формализма вместо прямого решения неоднородной системы уравнений Максвелла (что является стандартным аналитическим подходом при анализе кильватерных полей в цилиндрических структурах [5]) приходится выражать амплитуды кильватерных полей через шунтовый импеданс (или интегральный фактор потерь) каждой из мод структуры. Подобный подход использует определенные приближения, тогда как прямое решение неоднородной системы уравнений Максвелла без косвенных построений всегда предпочтительнее для

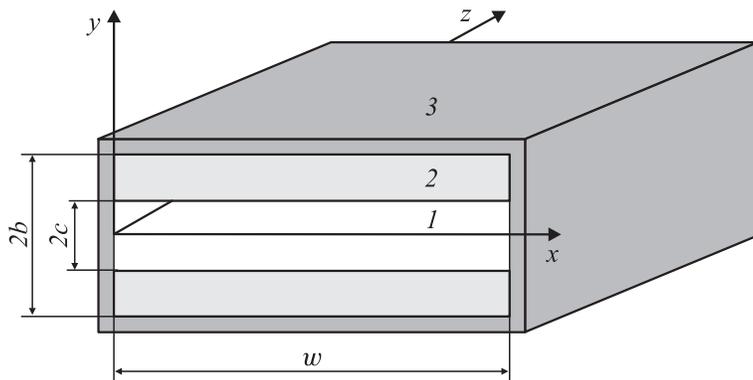


Рис. 1. Кильватерная структура на основе прямоугольного диэлектрического волновода: 1 — вакуумный канал, 2 — диэлектрик, 3 — металлическая оболочка.

анализа задач генерации в волноводных структурах. В работах [10,11] приведен анализ на основе прямого решения уравнений Максвелла двухканальной прямоугольной структуры с диэлектрическим заполнением, разрабатываемой для повышения коэффициента трансформации энергии от ведущего пучка к ускоряемому пучку. Однако ряд использованных в [11] математических моментов (такие как изменение знака весового коэффициента в определении нормы и полнота рассматриваемой системы функций, по которой велось разложение) остался без строгого обоснования и требует дополнительного исследования.

Для расчета полей генерации излучения Вавилова–Черенкова в прямоугольном волноводе с диэлектрическим заполнением (рис. 1) будем использовать разложение кильватерных полей по собственным функциям поперечных операторов уравнений Гельмгольца. Так как рассматриваемая задача является продольно-однородной, то уравнения Максвелла могут быть редуцированы до следующей двумерной системы:

$$\hat{T}_E E_y + \frac{\partial^2 E_y}{\partial \xi^2} = \frac{e}{\varepsilon_0(1 - \varepsilon\mu\beta^2)} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{n}{\varepsilon} \right),$$

$$\hat{T}_H H_y + \frac{\partial^2 H_y}{\partial \xi^2} = - \frac{ev}{(1 - \varepsilon\mu\beta^2)} \frac{\partial n}{\partial x},$$

где

$$\hat{T}_E = \frac{1}{(1 - \varepsilon\mu\beta^2)} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} [\varepsilon \cdot] \right) \right]$$

— оператор, описывающий поперечную структуру y -компоненты электрического поля,

$$\hat{T}_H = \frac{1}{(1 - \varepsilon\mu\beta^2)} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} [\mu j] \right) \right]$$

— оператор, описывающий поперечную структуру y -компоненты магнитного поля, e — заряд электрона, n — концентрация электронов, $\varepsilon = \varepsilon(y)$ и $\mu = \mu(y)$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости заполнения волновода, $\beta = v/c$ (v — скорость заряженной частицы). Решение для точечного заряда может быть представлено в виде разложения по собственным функциям этих операторов.

Операторы \hat{T}_E , \hat{T}_H не являются самосопряженными в пространствах $L_2([0, w] \times [-b, b]; |\varepsilon(1 - \varepsilon\mu\beta^2)|)$ и $L_2([0, w] \times [-b, b]; |\mu(1 - \varepsilon\mu\beta^2)|)$, однако они подобны самосопряженным, т.е. существуют самосопряженный оператор \hat{A} и ограниченный, ограниченно обратимый оператор \hat{X} такие, что $\hat{T} = \hat{X}^{-1}\hat{A}\hat{X}$. В этом случае собственные функции операторов \hat{T}_E , \hat{T}_H образуют базис Рисса, а вкпе с собственными функциями сопряженных задач они образуют электрическую и магнитную полные биортогональные системы. При этом разложение произвольной функции из пространства $L_2([0, w] \times [-b, b]; |\rho|)$ (ρ — вес, b — полуширина волновода в направлении неоднородности по диэлектрической и магнитной проницаемостям, рис. 1) будет иметь вид

$$f = \sum_n (f, \varphi_n) \psi_n.$$

Здесь (\cdot, \cdot) — скалярное произведение в пространстве $L_2([0, w] \times [-b, b]; |\rho|)$, ψ_n , φ_n — собственные функции поперечного оператора и сопряженного ему оператора соответственно. Таким образом, для поперечного электрического оператора выполнено:

$$\hat{T}_E \psi_{En} = \lambda_{En} \psi_{En},$$

$$\hat{T}_E^* \varphi_{En} = \lambda_{En} \varphi_{En},$$

$$(\varphi_{En}, \psi_{Em}) = \int |\varepsilon(1 - \varepsilon\mu\beta^2)| \varphi_{En}^* \psi_{Em} dx dy = A_F \delta_{n,m}.$$

Нормальная к диэлектрическому слою компонента электрического поля может быть найдена по формуле:

$$E_y = \frac{q}{\varepsilon_0} \sum_{n,m} f(\lambda_{En,m}, \xi) \frac{\psi_{En}(x, y)}{(\varphi_{En}, \psi_{En})} \frac{\partial \varphi_{En}(x_0, y)}{\partial y} \Big|_{y=y_0}.$$

Аналогично, для y -компоненты магнитного поля:

$$\hat{T}_H \psi_{Hn} = \lambda_{Hn} \psi_{Hn},$$

$$\hat{T}_H^* \varphi_{Hn} = \lambda_{Hn} \varphi_{Hn},$$

$$\hat{T}_H^*(\varphi_{Hn}, \psi_{Hm}) = \int |\mu(1 - \varepsilon\mu\beta^2)| \varphi_{Hn}^* \psi_{Hm} dx dy = A_H \delta_{n,m},$$

$$H_y = qv\mu \sum_n f(\lambda_{Hn,m}, \xi) \frac{\psi_{Hn}(x, y)}{(\varphi_{Hn}, \psi_{Hn})} \frac{\partial \varphi_{Hn}(x_0, y)}{\partial x} \Big|_{y=y_0},$$

где q — заряд точечного сгустка, $\xi = z - vt$, $f(\lambda, \xi) = \sin(\sqrt{\lambda\xi})/\sqrt{\lambda}$ при $\lambda > 0$, $f(\lambda, \xi) = -\exp(-\sqrt{|\lambda|\xi})/(2\sqrt{|\lambda|})$ при $\lambda < 0$, (x_0, y_0) — координаты заряда в вакуумном канале. Остальные компоненты полей могут быть определены из уравнений Максвелла.

На основе полученных выражений был проведен аналитический анализ кильватерных полей, генерируемых гауссовым релятивистским электронным сгустком с параметрами ускорителя AWA в прямоугольной ускоряющей структуре на основе алмаза [4], разрабатываемой в настоящее время в Аргоннской Национальной лаборатории: $w = 8$ mm, $c = 2$ mm, $b = 3.19$ mm, $\varepsilon_1 = 5.7$, что соответствует частоте 25 GHz ускоряющей LM-моды структуры.

В качестве источника черенковского излучения рассматривался генераторный электронный сгусток с гауссовым распределением заряда и с энергией $W = 15$ MeV, зарядом $q = 100$ nC и длиной сгустка $\sigma_z = 1.5$ mm. Зависимость продольной компоненты электрического поля E_z , создаваемого сгустком, от расстояния за ним $\xi = z - vt$ представлена на рис. 2 (сгусток расположен в точке $\xi = 0$), причем отметим высокий ускоряющий градиент более 100 MV/m кильватерного излучения за сгустком. Результаты расчета на основе полученных выражений (пунктир) показывают хорошее совпадение с численным расчетом полей в подобной структуре с использованием программы

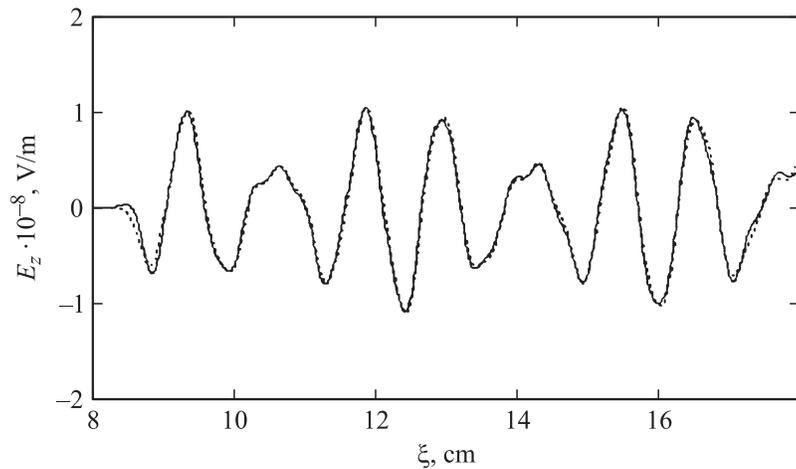


Рис. 2. Зависимость продольного электрического поля в прямоугольной ускоряющей структуре на основе алмаза.

CST Particle Studio™ (сплошная линия) (расчеты представлены группой АЦФ Аргоннской Национальной лаборатории).

Таким образом, в настоящей работе представлен аналитический метод расчета кильватерных полей излучения Вавилова–Черенкова в диэлектрической ускорительной структуре прямоугольного сечения. На основе предложенного метода для ускорителя AWA проведена разработка диэлектрической структуры, допускающей ускоряющие градиенты свыше 100 MV/m.

Настоящая работа поддержана грантами РФФИ № 09-0-00921-а и Минобрнауки (ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры России“).

Список литературы

- [1] *Gai W., Schoessow P., Cole B., Konecny R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 2756.
- [2] *Gai W.* // AIP Conference Proceedings. 2009. N 1086. P. 3–11.

- [3] *Альтмарк А.М., Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. В. 1. С. 89–97.
- [4] *Kanareykin A.* // J. Physics. Conf. Ser. 2010. V. 236. P. 012032.
- [5] *Rosing M., Gai W.* // Phys. Rev. D. V. 42. N 5. P. 1829–1834.
- [6] *Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. № 8. С. 59–64.
- [7] *Xiao L., Gai W., Sun Field X.* // Physical Review E. 2001. V. 65. P. 1–9.
- [8] *Jing C., Liu W., Wei Gai, Xiao L., Wong T.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 016502.
- [9] *Tremaine A., Rosenzweig J., Schoessow P., Gai W.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 7204.
- [10] *Wang C., Hirshfield J.L.* // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2006. V. 9. N 3. P. 031301(18).
- [11] *Сотников Г.В., Онищенко И.Н., Хириффилд Дж.Л., Маршалл Т.К.* // Проблемы атомной науки и технологии. 2008. № 3 (49). Сер. Ядерно-физ. исслед. С. 148–152.
- [12] *Balanis C.A.* Advanced Engineering Electromagnetics. N.Y.: Wiley. 1989. P. 410–414.