

09

Управление структурой аттрактора бистабильного генератора с хаотической динамикой

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
(Фрязинский филиал, Фрязино, Моск. обл.)
E-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

Поступило в Редакцию 11 февраля 2011 г.

Исследовано влияние асимметрии характеристики нелинейного элемента на колебательный процесс хаотического генератора Чуа. При этом рассмотрено поведение системы при ее возбуждении не от единичного толчка, а при воздействии нерегулярных колебаний, имитирующих собственные шумы. Показано, что с увеличением параметра асимметрии характеристики нелинейного элемента возникает асимметрия хаотического аттрактора, отображающего переключение движений между двумя бассейнами притяжения. Затем происходит бифуркация с возникновением хаотических колебаний в одном бассейне притяжения, переходящих в движения, которым соответствует многооборотный предельный цикл.

Генератор Чуа, обладающий хаотической бистабильной динамикой, широко известен. Он хорошо изучен при использовании симметричной характеристики нелинейного элемента, особенно при ее кусочно-линейной аппроксимации. Результаты исследований этого генератора вошли в учебные пособия и монографии [1,2] и находят применение в системах связи [3]. Однако особенности его работы при асимметрии нелинейной характеристики, а также при возбуждении от нерегулярных осцилляций, имитирующих собственные шумы, насколько известно автору, не исследовались, а это представляется как научный, так и практический интерес. В данной работе рассматривается влияние асимметрии нелинейной характеристики, определяемой относительно простым выражением, на изменение структуры аттрактора, соответствующего возбуждающим колебаниям. При этом для возбуждения колебаний вместо единичного толчка используются нерегулярные ко-

лебания, имитирующие собственные шумы, неизбежно имеющие место в реальных системах.

Схема Чуа отличается от классического триггера лишь дополнительной емкостью, подключенной параллельно индуктивности. Это незначительное отличие от триггера, которому не присущи автоколебания, приводит к принципиально новым эффектам и простота схемы генератора является его достоинством. Однако при обычно использованном нормировании переменных в уравнениях, описывающих колебания в генераторе Чуа [1,2], из полученных уравнений нельзя получить в качестве частного случая уравнения триггера. Отмеченный недостаток устраняется при нормировании, приводящем к безразмерным уравнениям этого генератора в виде [4]:

$$dx/dt = y - h(x), \quad dy/dt = (x - y + z)/\alpha, \quad dz/dt = -\delta y, \quad (1)$$

где α и δ — постоянные параметры, $h(x)$ — функция, определяющая характеристику нелинейного элемента.

Расчеты по уравнениям (1) при соответствующем выборе функции $h(x)$ и постоянных коэффициентов α и δ дают те же результаты, что и расчеты по общепринятым уравнениям Чуа, приведенным, например, в работе [2]. В то же время уравнения (1) при условии $\alpha = 0$, определяющем отсутствие емкости, шунтирующей индуктивность, преобразуются в нормированные уравнения триггера [4].

При анализе влияния асимметрии нелинейного элемента воспользуемся записью уравнений Чуа в форме (1), представляя выражение, аппроксимирующее нелинейный элемент, в виде

$$h(x) = x - g(x), \quad (2a)$$

где

$$g(x) = Bx/[1 + (x - \beta)^2], \quad (2b)$$

B — постоянный коэффициент, β — параметр асимметрии.

Функция $g(x)$, отображаемая выражением (2b), является симметричной при $\beta = 0$ и асимметричной при $\beta \neq 0$. Ее положительные значения находятся в первом квадрате, а отрицательные — в третьем. При $\beta = 0$ максимальное значение $g(x)$ при фиксированной величине $B = 1.3$ равно $g_{\max} = 0.65$. При этом минимальное значение $g(x)$ соответственно равно $g_{\min} = -0.65$. По мере увеличения параметра асимметрии значение g_{\max} в первом квадранте увеличивается, а абсолютная

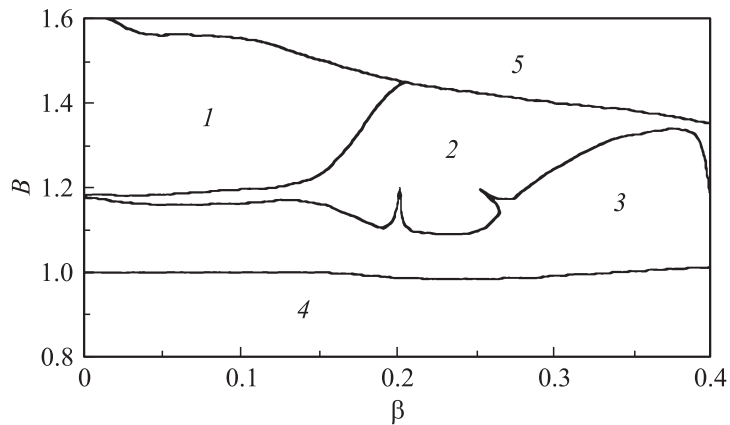


Рис. 1. Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма: 1 — область хаотических колебаний с их переключением между бассейнами притяжения, 2 — область хаотических колебаний с одним бассейном притяжения, 3 — область регулярных колебаний с одним бассейном притяжения, 4 — область колебаний, которым соответствует большой предельный цикл, 5 — область отсутствия колебаний.

величина g_{\min} в третьем квадранте уменьшается. Так, при $\beta = 0.15$ получаем $g_{\max} = 0.75$, $g_{\min} = -0.56$, а при $\beta = 0.25$ имеем $g_{\max} = 0.83$, $g_{\min} = -0.50$.

Возбуждение колебаний в системе (1), (2) рассматривалось при непрерывном воздействии нерегулярных колебаний $\xi(t)$, имитирующих собственные шумы. При этом функция $\xi(t)$ вводилась аддитивно — как слагаемое переменной $x(t)$. Она представлялась выражением

$$\xi(t) = \mu u(t), \quad (3)$$

где μ — постоянный коэффициент, $u(t)$ — переменная, являющаяся решением (при $u(0) = v(0) = w(0) = 0.1$) хаотических уравнений работы [5], представленных в виде

$$du/dt = u(1 - v) - w, \quad dv/dt = u^2 - 0.04v, \quad dw/dt = 0.1u - 0.6w. \quad (4)$$

Совместное решение уравнений (1)–(4) проводилось методом Рунге–Кутты 4-го порядка при шаге интегрирования по времени, равном 0.1.

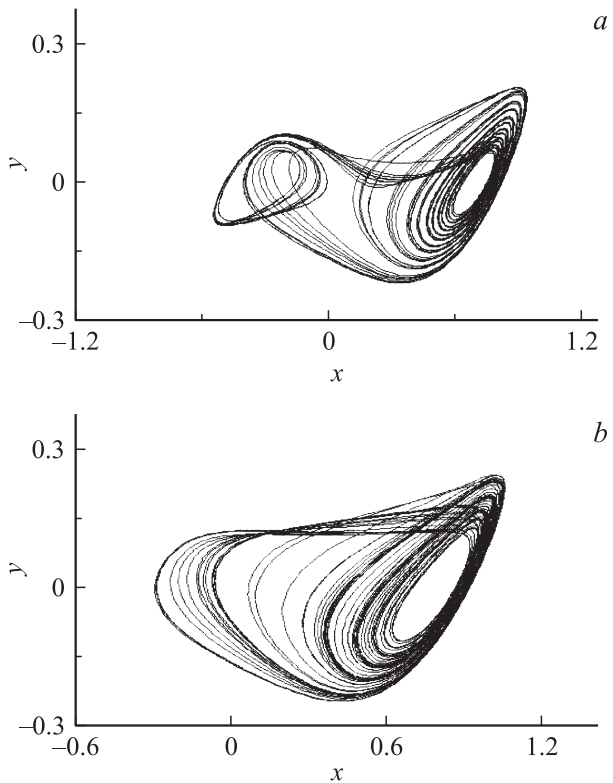


Рис. 2. Аттракторы при асимметричных колебаниях с их переключением между бассейнами притяжения (a, c) и при колебаниях в одном бассейне притяжения (b, d) в случаях слабых ($a, b, \mu = 0.000001$) и интенсивных ($c, d, \mu = 0.4$) осцилляций, имитирующих собственные шумы: $a, c — \beta = 0.15$; $b, d — \beta = 0.25$.

При этом полагалось, что $x(0) = y(0) = z(0) = 0$, а значения неизменяемых параметров выбраны так, что $\alpha = 9, \delta = 1.59$. Параметр μ при расчете рис. 1, рис. 2, a, b и рис. 3 задан значением $\mu = 0.000001$, а при расчете рис. 2, $c, d —$ величиной $\mu = 0.4$. В соответствии с этим в случае $\mu = 0.000001$ воздействие колебаний $\xi(t)$ очень слабое, а при $\mu = 0.4 —$ достаточно сильное: максимальные выбросы хаотических

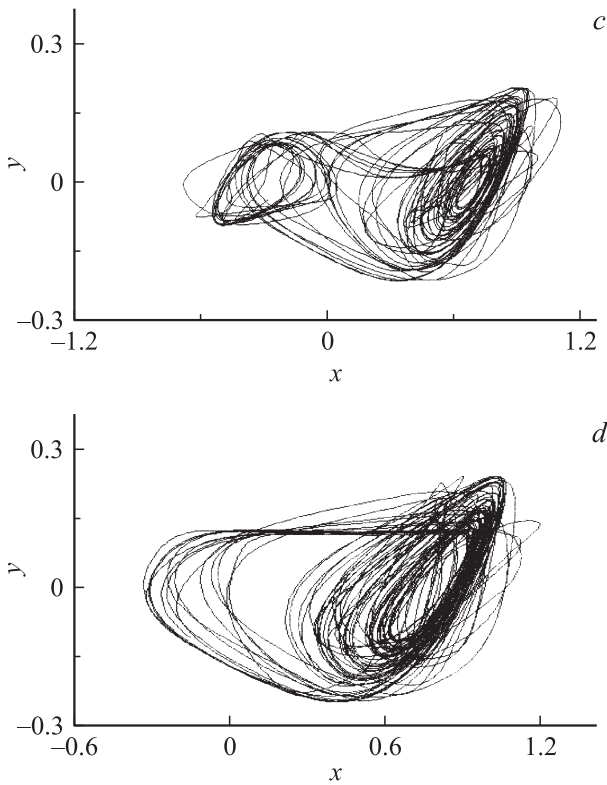


Рис. 2 (продолжение).

колебаний $\xi(t)$ при величине $\mu = 0.000001$ на шесть порядков меньше максимальных выбросов колебаний $x(t)$, а при $\mu = 0.4$ — лишь в четыре раза.

На рис. 1 приведена двухпараметрическая бифуркационная диаграмма, показывающая на плоскости параметров β и B области колебаний, которым при $\mu = 0.000001$ соответствуют различные по структуре аттракторы. Наблюдаются зоны генерации, в которых аттракторы, соответствующие возбуждающимся колебаниям, имеют не только асимметричную структуру, основанную на деформации хаотического аттрактора типа „двойной завиток“, но и структуру, отображающую

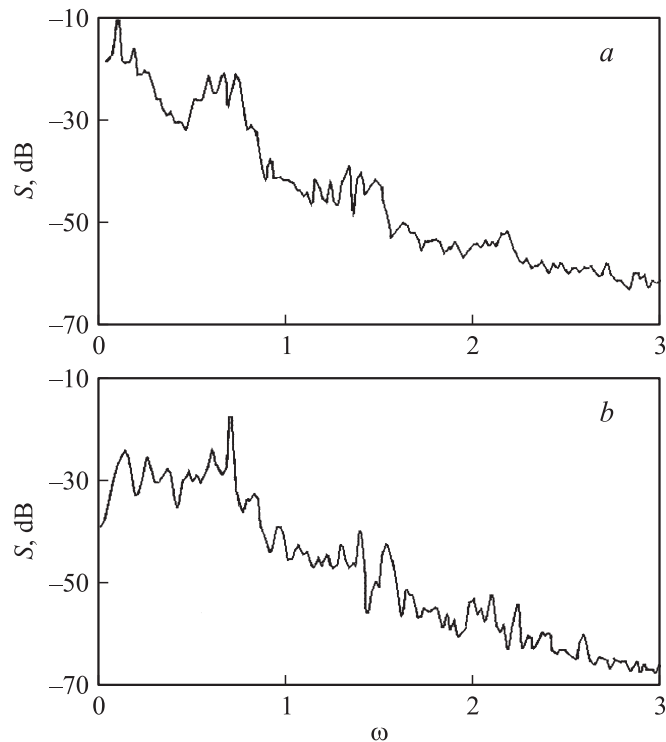


Рис. 3. Спектры мощности (в случае $\mu = 0.000001$, $B = 1.3$) при асимметричных колебаниях с их переключением между бассейнами притяжения (а) и при колебаниях в одном бассейне притяжения (б): $a - \beta = 0.15$, $b - \beta = 0.25$.

хаотические колебания в одном бассейне притяжения („одинарный завиток“). Возможны также колебания, которым соответствуют различные предельные циклы (многотактные и одноктактные), в том числе и большой предельный цикл. В области 1 реализуются колебания с переключением бассейнов притяжения, характерные для двойного завитка, но имеющие асимметричный аттрактор. Асимметрия аттрактора нарастает по мере увеличения параметра β . В области 2 возбуждаются хаотические колебания в одном бассейне притяжения (одинарный завиток), а в области 3 — регулярные колебания, которым

соответствуют предельные циклы с различным числом оборотов, вплоть до одного. В области 4 существуют регулярные колебания, которым соответствует большой предельный цикл, а в области 5 колебания отсутствуют.

Характерные аттракторы, соответствующие колебаниям, возбуждающимся в областях 1 и 2 при $B = 1.3$, $\mu = 0.000001$, представлены на рис. 2, *a, b*. На рис. 3, *a, b* иллюстрируются соответствующие спектры мощности S в диапазоне частот $\omega \in [0, 3]$. Видно, что в области 1 проявляется асимметрия аттрактора (рис. 2, *a*), а в области 2 (рис. 2, *b*) колебания возбуждаются в одном бассейне притяжения. В спектре мощности, отображаемом рис. 3, *a*, видна резонансная составляющая спектра на низких частотах; она обусловлена переключением колебаний между двумя бассейнами притяжения. В спектре мощности, представленном на рис. 3, *b*, этой составляющей нет.

При повышении интенсивности колебаний, имитирующих собственные шумы, структура аттрактора существенно изменяется. Колебания $\xi(t)$ при $\mu = 0.4$ не только стимулируют возбуждение автоколебаний в системе, но и воздействуют на колебательный процесс $x(t)$ как внешние, обеспечивая неавтономный режим работы. В результате возникновения асинхронной динамики осуществляется большее перемешивание фазовых траекторий. Это иллюстрируется аттракторами (см. рис. 2, *c, d*), которые соответствуют колебаниям, реализующимся при значениях параметров $B = 1.3$, $\mu = 0.4$.

Естественно, в реальных условиях при воздействии интенсивного собственного шума флуктуационной природы может возникать стохастизация детерминированного хаоса, так что реализации нерегулярного колебательного процесса становятся невоспроизводимыми.

Приведенные результаты численного анализа предложенной модификации модели генератора Чуа свидетельствуют о возможности управления структурой колебаний путем изменения асимметрии нелинейной характеристики. Возникают хаотические колебания, которым соответствуют асимметричные аттракторы с двумя бассейнами притяжения, а также аттракторы с одним бассейном притяжения. При этом нерегулярные колебания, имитирующие собственные шумы, при относительно большой их интенсивности приводят к дополнительному перемешиванию фазовых траекторий.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-02-00179-а).

Список литературы

- [1] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы / Под ред. В.С. Анищенко. Саратов: Изд. СГУ, 1999. С. 130.
- [2] *Кузнецов С.П.* Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд. физ-мат. литературы, 2001. С. 91.
- [3] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. М.: Изд. физ-мат. литературы, 2002. С. 127.
- [4] *Кальянов Э.В.* // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 5. С. 589–598.
- [5] *Гарел Д., Гарел О.* Колебательные химические реакции: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. С. 58.