

01:05

## **Солитоны огибающей электромагнитно-спиновых волн в продольно намагниченной безграничной мультиферроидной среде**

© М.А. Черкасский, Б.А. Калиникос

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
„ЛЭТИ“  
E-mail: macherkasskii@hotmail.com

Поступило в Редакцию 12 октября 2012 г.

Исследована неограниченная продольно намагниченная мультиферроидная среда, обладающая как электрической, так и магнитной волновой нелинейностью. Впервые получен нелинейный закон дисперсии и исследованы солитоны огибающей электромагнитно-спиновых волн, распространяющихся в данной среде. Исследования проведены как в диапазоне СВЧ, так и в терагерцовом диапазоне частот. Показана возможность нелинейного сжатия импульсов более чем в 11 раз.

Солитонам, являющимся устойчивыми волновыми образованиями в нелинейных волноведущих средах, к настоящему моменту посвящено большое количество работ (см., например, [1] и литературу в ней). В частности, хорошо изучены солитоны в плазме, в оптических волоконных световодах [2], в ферромагнетиках [3] и в других средах. При этом в ранее опубликованных работах предполагалось, что волноведущая среда является нелинейной только по одному из параметров. В последние годы повысился интерес к мультиферроидным средам [4,5], т.е. к средам, одновременно обладающим как сегнетоэлектрическими, так и ферромагнитными свойствами.

Интенсивная волна, распространяясь в нелинейной среде, может изменять ее параметры. Так, в случае волн прецессии намагниченности в ферромагнетике увеличение амплитуды волны приводит к уменьшению постоянной составляющей намагниченности  $M_z$  и, следовательно, к изменению волнового вектора несущей волны. В случае электромагнитных волн в диэлектрических волноводах при увеличении амплитуды

электрического поля волны изменяется диэлектрическая проницаемость [6]. Вышеуказанные эффекты в ферромагнетике естественно называть магнитной волновой нелинейностью, а в диэлектрике — электрической волновой нелинейностью. Изучаемой мультиферроидной среде присущи оба типа нелинейности.

Целью данной работы является исследование солитонов огибающей электромагнитно-спиновых волн (ЭСВ), распространяющихся в продольно намагниченной безграничной мультиферроидной среде. Отметим, что ранее исследования солитонов огибающей, которые могут возбуждаться в среде с двойной волновой нелинейностью, не производилось. Изучение солитонных свойств мультиферроидной среды было выполнено в два этапа. На первом этапе был выведен нелинейный закон дисперсии электромагнитно-спиновых волн, а на втором этапе было произведено численное моделирование процессов образования солитонов огибающей таких волн.

Рассмотрим вывод нелинейного закона дисперсии ЭСВ. Как известно, в продольно намагниченной диэлектрической среде, обладающей магнитной гиротропией, линейный закон дисперсии выглядит следующим образом [7]:

$$k^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \omega^2 (\omega \pm \omega_H \pm \omega_{M_0})}{\omega \pm \omega_H}, \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число,  $\omega$  — собственная частота ЭСВ,  $\omega_{M_0} = 2\pi\gamma M_0$ ,  $\omega_H = 2\pi\gamma H$ ,  $\gamma$  — модуль гиромангнитного отношения спина электрона,  $H$  — величина поля подмагничивания,  $M_0$  — постоянная намагниченность в отсутствие волны. В формуле (1) верхний знак соответствует волнам с левой круговой поляризацией, а нижний — с правой круговой поляризацией.

Для получения нелинейного закона дисперсии необходимо ввести предположения о виде магнитной и электрической волновой нелинейности. Магнитную нелинейность введем путем замены, обычно используемой для ферромагнетиков  $\omega_{M_z} = \omega_{M_0}(1 - |u|^2)$  [3,8], где  $|u|^2 = |m|^2/2|M|^2$  — нормированная амплитуда переменной намагниченности, а  $M = M_z + m$  — полная намагниченность. Электрическую нелинейность введем способом, традиционным для нелинейной волно-

Параметры мультиферроидной среды

$H$ , A/m	$M$ , A/m	$E_0$ , V/m	$\varepsilon_L$	$N_\varepsilon$
79577	139260	0	14	$-10^{-10}$

вой оптики [6]:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_L + N_\varepsilon |E|^2, \quad (2)$$

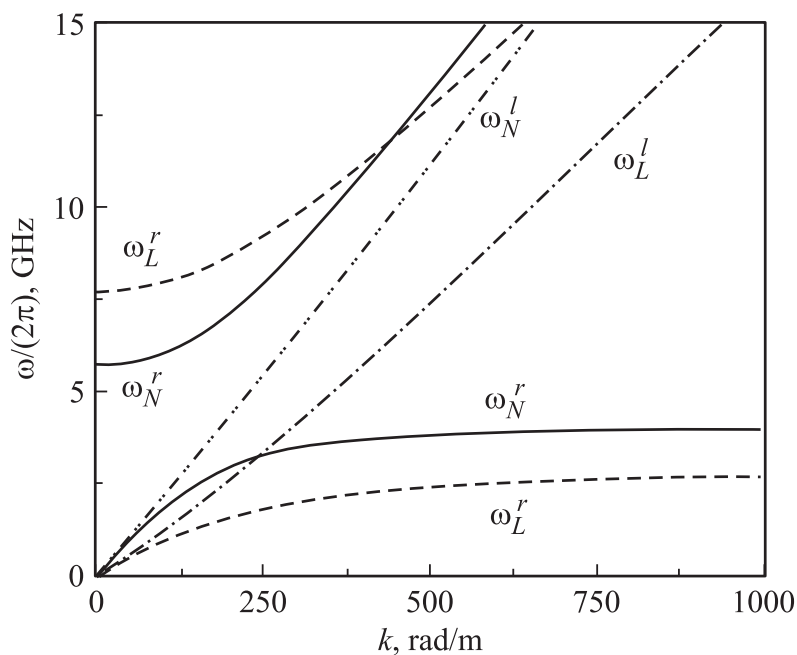
где  $\varepsilon_L$  — линейная относительная диэлектрическая проницаемость,  $N_\varepsilon$  — коэффициент диэлектрической нелинейности, а  $E$  — напряженность электрического поля. Так как в данной работе рассматриваются волны конечной амплитуды, то следует принять, что  $|N_\varepsilon||E|^2 < \varepsilon_L$ .

Для анализа солитонов огибающей ЭСВ запишем нелинейное уравнение Шредингера (НУШ). При этом за основную динамическую переменную примем нормированную амплитуду переменной намагниченности  $u$  и путем использования уравнений Максвелла исключим из нелинейного закона дисперсии  $|E|^2$ . Таким образом, нелинейный закон дисперсии будет содержать только одну динамическую переменную.

Заметим, что точный нелинейный закон дисперсии описывается биквадратным уравнением относительно  $k$ . Учитывая, что для широкого диапазона параметров выполняется соотношение  $k^2 \ll \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \omega^2$ , запишем упрощенный нелинейный закон дисперсии в виде

$$k^2 = \frac{\varepsilon_0^2 \varepsilon_L^3 \mu_0 \omega^2 (\omega \pm \omega_H \pm \omega_M (1 - |u|^2))}{\varepsilon_0 \varepsilon_L^2 (\omega \pm \omega_H) - 2|u|^2 \mu_0 N_\varepsilon (\omega \pm \omega_H \pm \omega_M (1 - |u|^2)) M^2}. \quad (3)$$

На рис. 1 изображены рассчитанные по (3) линейные и нелинейные законы дисперсии для волн с правой и левой круговой поляризацией. Параметры, использованные при расчетах, указаны в таблице. При этом для наглядности нелинейный закон дисперсии построен при сравнительно большом значении амплитуды  $|u|^2 = 0.4$ . Из рисунка видно, что при увеличении амплитуды частота левополяризованных волн увеличивается, т.е. кривая  $\omega_L^l$  приобретает меньший наклон и при  $|u|^2 = 0.4$  переходит в кривую  $\omega_N^l$ . Схожим образом ведут себя и дисперсионные зависимости медленных правополяризованных ЭСВ.



**Рис. 1.** Расчетные дисперсионные характеристики ЭСВ:  $\omega_L^l$  — линейный и  $\omega_N^r$  — нелинейный закон дисперсии для волны с правой круговой поляризацией,  $\omega_L^l$  — линейный и  $\omega_N^l$  — нелинейный закон дисперсии для волны с левой круговой поляризацией.

Заметим, что влияние нелинейности существенно изменяет дисперсию быстрых правополяризованных волн. Как видно из рисунка, при  $k = 440$  rad/m нелинейная дисперсионная кривая  $\omega_N^r$  пересекает линейную дисперсионную кривую  $\omega_N^l$ , т. е. результирующий нелинейный сдвиг частоты изменяет знак. Естественно, что положение точки пересечения зависит от параметров среды и амплитуды намагниченности. Забегая вперед, отметим, что это приводит к тому, что для данного типа волн могут формироваться как черные, так и светлые солитоны.

Перейдем теперь к исследованию солитонов огибающей ЭСВ. Из дисперсионного уравнения (3) методом огибающих [1] получим нели-

нейное уравнение Шредингера:

$$i \left( \frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - N|u|^2 u = 0, \quad (4)$$

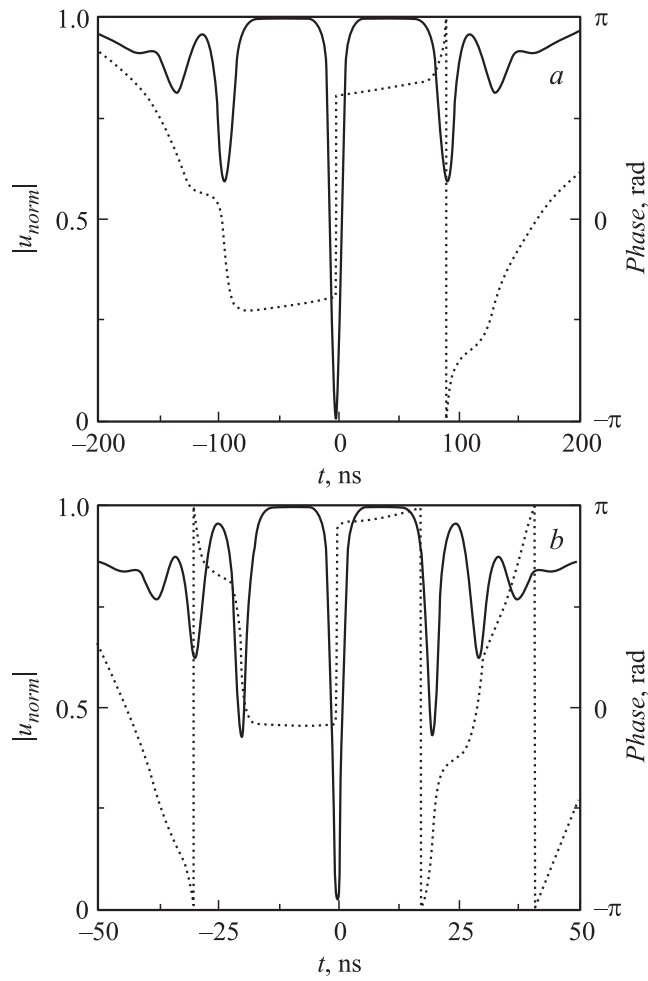
где  $V_g = \partial\omega/\partial k$  — групповая скорость,  $D = \partial^2\omega/\partial k^2$  — дисперсионный коэффициент. Подчеркнем, что  $N = \partial\omega/\partial|u|^2$  есть нелинейный коэффициент, который одновременно учитывает как магнитную, так и электрическую волновую нелинейность мультиферроика.

Уравнение (4) имеет хорошо известные решения в виде светлых и черных солитонов огибающей волн [1,6]. В соответствии с критерием Лайтхилла при  $DN < 0$  образуются светлые солитоны, а при  $DN > 0$  — черные. Как уже говорилось выше, необычным образом ведут себя быстрые правополяризованные волны: до точки пересечения ( $k = 440 \text{ rad/m}$ ,  $\omega/(2\pi) = 11.8 \text{ GHz}$ ) кривой  $\omega'_L$  с  $\omega'_N$  результирующий нелинейный коэффициент  $N < 0$ , а после точки пересечения  $N > 0$ . Иными словами, на дисперсионной кривой существует такая точка, в которой происходит смена типа возбуждаемых солитонов.

Для моделирования солитонов параметры мультиферроидной среды выберем согласно представленным в таблице. Указанные параметры соответствуют часто используемым в последние годы ферромагнитным и сегнетоэлектрическим фазам в искусственных мультиферроидных средах [5,9].

Моделирование выполним как для медленных, так и для быстрых ЭСВ с правой круговой поляризацией. Остановимся вначале на случае медленных волн диапазона СВЧ. При этом несущую частоту возьмем равной  $f = 1 \text{ GHz}$ , а начальную амплитуду —  $|u|^2 = 10^{-4}$ . Тогда  $k = 107 \text{ rad/m}$ ,  $D = -0.186 \cdot 10^6 \text{ m}^2/(\text{rad} \cdot \text{s})$ , а  $N = -1.9 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$ . Начальное условие запишем в виде черного солитона первого порядка [1,2], имеющего длительность по уровню половины амплитуды  $\tau = 37.6 \text{ ns}$ . Результаты численного моделирования представлены на рис. 2, а.

Моделирование показывает, что по мере распространения черного солитона происходит генерация симметричной пары серых солитонов огибающей, а сам исходный черный солитон испытывает сужение до  $\tau = 7 \text{ ns}$ , т.е. более чем в 5 раз. О солитонной природе полученных импульсов также говорят наличие скачка фазы на  $\pi \text{ rad}$  в точке



**Рис. 2.** Профиль черного солитона огибающей ЭСВ при несущей частоте  $f = 1$  GHz в момент времени  $t = 13 \mu s$  (a), при  $f = 135$  GHz и  $t = 1.6 \mu s$  (b). Сплошной линией показана нормированная амплитуда, а линией из точек — фаза. Левая ось соответствует нормированной на  $|u| = 10^{-2}$  амплитуде огибающей ЭСВ, а правая ось — фазе.

минимума амплитуды черного солитона и скачки фазы серых солитонов на  $\pi/2$  rad.

Приведем теперь пример солитона, сформированного в терагерцевом диапазоне частот. При этом несущую частоту возьмем равной 135 GHz. В сравнении с диапазоном СВЧ нелинейный коэффициент в данном случае увеличивается по модулю до  $N = -207 \cdot 10^{10}$  rad/s, а дисперсионный — до  $D = -46.6 \cdot 10^6$  m<sup>2</sup>/(rad · s). При этом выходной черный солитон длительностью  $\tau = 1.74$  ns формируется из входного черного солитона амплитудой  $|u|^2 = 10^{-4}$  и длительностью  $\tau = 19.6$  ns. Иными словами, происходит компрессия входного импульса более чем в 11 раз. Также наблюдается увеличение порядка генерируемых серых солитонов. Профиль полученного волнового образования показан на рис. 2, *b*.

В заключение отметим, что выведенное дисперсионное уравнение позволяет исследовать формирование не только солитонов огибающей медленных, но и быстрых волн. Как показывает анализ, при этом для быстрых ЭСВ проявляется конкуренция между электрической и магнитной нелинейностями. При некоторых условиях электрическая волновая нелинейность полностью гасит магнитную, что приводит к ряду физически интересных эффектов. Подчеркнем, что профили солитонов управляются как магнитным, так и электрическим статическими полями смещения  $E_0$ .

Подобные результаты численного моделирования и исследования нелинейных волновых образований электромагнитно-спиновых волн, формирующихся в мультиферроидной среде, будут опубликованы позднее.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования и науки РФ.

## Список литературы

- [1] *Remoissenet M.* Waves called solitons: Concepts and Experiments. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [2] *Kivshar Y.S., Agrawal G.P.* Optical solitons. From Fibers to Photonic Crystals. Academic Press, 2003. Пер.: *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам. М.: Физматлит, 2003.

- [3] *Kovshikov N.G., Kalinikos B.A., Patton C.E., Wright E.S., Nash J.M.* // Physical Review B. 1996. V. 54. P. 15 210–15 223.
- [4] *Eerenstein W., Mathur N.D., Scott J.F.* // Nature. 2006. V. 442. P. 759–765.
- [5] *Nan C.-W., Bichurin M.I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G.* // J. Appl. Phys. 2008. V. 103. Art. 031101.
- [6] *Agrawal G.P.* Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 1996. Пер.: *Агравал Г.П.* Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996.
- [7] *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
- [8] *Львов В.С.* Нелинейные спиновые волны. М.: Наука, 1987.
- [9] *Semenov A.A., Karmanenko S.F., Demidov V.E., Kalinikos B.A., Srinivasan G., Slavin A.N., Mantese J.V.* // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. Art. ]033503.