07

Свойства мод микроструктурных оптических волокон вблизи критических условий

© *А.Б. Сотский, Л.И. Сотская*

Институт прикладной оптики НАН Белоруссии, Могилев
E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

Поступило в Редакцию 8 января 2003 г.
В окончательной редакции 21 апреля 2003 г.

Предложен метод расчета микроструктурных оптических волокон, основанный на анализе интегральных уравнений. С его использованием исследованы свойства мод микроструктурных волокон вблизи критических условий. Обнаружены медленные вытекающие моды, которые могут влиять на пропускание волокон.

В последнее время проводятся интенсивные исследования микроструктурных оптических волокон, образованных системами капилляров. Интерес к данным волокнам вызван их уникальными нелинейными, поляризационными и дисперсионными свойствами [1]. Для анализа мод микроструктурных волокон предложен ряд теоретических методов [2–9]. Среди них особый интерес представляет численный метод мультиполей [5–7], который учитывает векторный характер задачи, конечность числа отверстий в поперечном сечении волокна и позволяет описать эффект вытекания мод. В нем используются разложения продольных компонент электромагнитного поля по цилиндрическим гармоникам, амплитуды которых определяются из условий непрерывности тангенциальных составляющих поля на границе каждого из отверстий. При этом данный метод достаточно сложен. В настоящей работе предложен альтернативный метод расчета мод микроструктурных волокон с конечным числом отверстий в поперечном сечении. Он основан на анализе строгих интегральных уравнений относительно поперечных компонент магнитного поля в областях отверстий и позволяет получить численное решение векторной волноводной задачи. Представлены приложения метода к исследованию волокон, образованных системами воздушных каналов в однородном материале и волокон с волноведущим стержнем, окруженным воздушными каналами. Основное внимание уделено выяснению свойств мод волокон второго из указанных типов вблизи критических условий.

Рассмотрим распространенную модель микроструктурного волокна, полагая, что в его поперечном сечении находятся n круговых отверстий, окруженных однородной средой с диэлектрической проницаемостью ε_s. Отверстия имеют радиусы a_l и заняты средами с диэлектрическими проницаемостями ε_l $(l = 1, 2, \ldots, n)$, Если волокно ориентировано вдоль оси $0z$, то поперечные компоненты магнитного поля его собственных либо вытекающих мод с зависимостью от времени $\exp(i\omega t)$ будут удовлетворять интегральным уравнениям [10]

$$H_j(x, y) = \frac{i}{4} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx' \int\limits_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(k_b r) f_j(x', y') dy', \tag{1}$$

где $j = x, y$; $H_0^{(2)}(k_b r)$ — функция Ханкеля, $k_b = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2}$, $k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$ — волновое число вакуума, β — постоянная распространения моды, $r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$,

$$f_j = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j} - k_0^2 \Delta\varepsilon H_j, \qquad E = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right),$$

$$\xi_x = -y, \qquad \xi_y = x, \qquad \Delta\varepsilon = \varepsilon(x, y) - \varepsilon_s,$$

$\varepsilon(x, y)$ — диэлектрическая проницаемость пространства. Запишем функции $H_j(x, y)$ в l-м отверстии $(l = 1, 2, \ldots, n)$ в виде рядов

$$H_j = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} C_{l\nu}^{(j)} J_\nu(\kappa_l \rho) \exp(i\nu\varphi), \tag{2}$$

где $J_\nu(\kappa_l \rho)$ — функции Бесселя, $\kappa_l = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_l - \beta^2}$, φ и ρ — локальные полярные координаты. Тогда после использования теорем сложения для цилиндрических функций [11] уравнения (1) в пределах l-го отверстия приобретут вид

$$H_x + (-1)^p i H_y = H_x + (-1)^p i H_y + \delta H_{lp}, \tag{3}$$

где p принимает значения 0 и 1,

$$\delta H_{lp}=\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}U_{l\nu}^{(p)}J_{\nu}(k_b\rho)\exp(i\nu\varphi),$$

$$U_{l\nu}^{(p)}=R_{1\nu}^{lp}A_{\nu}^{lp}+R_{2\nu}^{lp}A_{\nu+\sigma}^{lq}+\sum_{k\neq l}\sum_{\mu=-\infty}^{\infty}\Big(G_{\mu-\nu}^{(k)}S_{1\mu}^{kp}A_{\mu}^{kp}+G_{\mu-\nu-\sigma}^{(k)}S_{2\mu-\sigma}^{kp}A_{\mu}^{kq}\Big),$$

$$R_{1\nu}^{l0}=0.25i\pi a_l\kappa_l\Big[H_{\nu}^{(2)}(k_ba_l)\Big(\varepsilon_s\varepsilon_l^{-1}J_{\nu-1}(\kappa_la_l)-J_{\nu+1}(\kappa_la_l)\Big)$$

$$-k_b\kappa_l^{-1}J_{\nu}(\kappa_la_l)\Big(H_{\nu-1}^{(2)}(k_ba_l)-H_{\nu+1}^{(2)}(k_ba_l)\Big)\Big],$$

$$R_{2\nu}^{l0}=0.25i\pi a_l\kappa_l(\varepsilon_s\varepsilon_l^{-1}-1)H_{\nu}^{(2)}(k_ba_l)J_{\nu-1}(\kappa_la_l),$$

$$R_{k\nu}^{l1}=R_{k\nu}^{l0}+0.5i\pi\nu(1-\varepsilon_s\varepsilon_l^{-1})H_{\nu}^{(2)}(k_ba_l)J_{\nu}(\kappa_la_l),$$

$$S_{l\nu}^{kp}=\Big[H_{\nu}^{(2)}(k_ba_k)\Big]^{-1}\Big[J_{\nu}(k_ba_k)R_{l\nu}^{kp}+(2-l)J_{\nu}(\kappa_ka_k)\Big],$$

$$A_{\nu}^{lp}=C_{l\nu}^{(x)}+(-1)^piC_{l\nu}^{(y)},\qquad G_{\nu}^{k}=H_{-\nu}^{(2)}(k_b\rho_k)\exp(i\nu\varphi_k),$$

$$q=1-p,\qquad \sigma=2(p-q),$$

ρ_k и φ_k — координата центра k-го отверстия. Из (3) вытекают условия $U_{l\nu}^{(p)}=0$, которые представляют собой бесконечную систему алгебраических уравнений с неизвестными $C_{l\nu}^{(x),(y)}$. Ввиду того что выполнение данной системы означает компенсацию в областях отверстий волн, удовлетворяющих уравнению Гельмгольца

$$\nabla_x^2\delta H_{lp}+\nabla_y^2\delta H_{lp}+(k_0^2\varepsilon_s-\beta^2)\delta H_{lp}=0,$$

полученный результат является аналогом теоремы погашения Эвальда–Озеена [12].

Для практического расчета волокон удержим в (2) только члены ряда с $|\nu|\leqslant m$, что эквивалентно решению уравнений (1) методом квадратур [13]. В этом случае равенства $U_{l\nu}^{(p)}=0$ образуют систему $2n(2m+1)$ однородных алгебраических уравнений. Значение комплексного параметра β находится из требования равенства нулю определителя этой

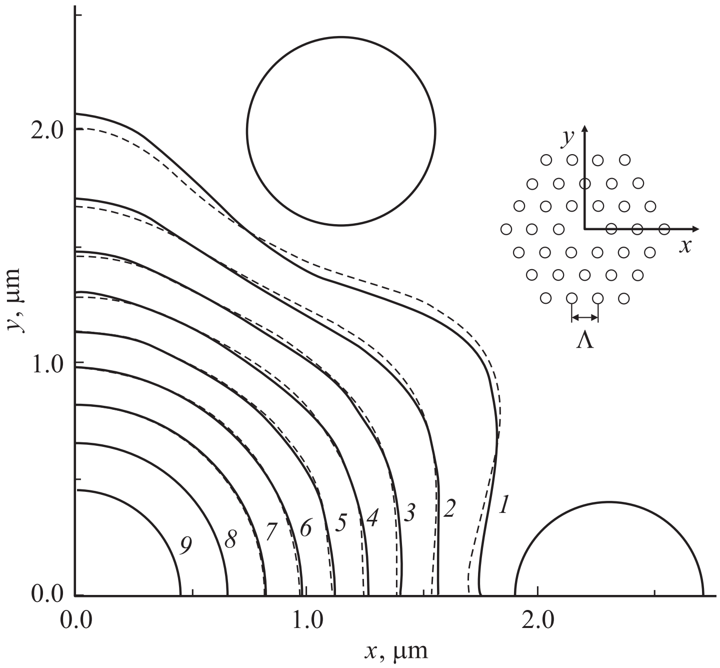

Рис. 1. Поперечное сечение волокна, образованного 3 гексагональными кольцами воздушных каналов в плавленном кварце, и изолинии интенсивности его основных H_x (сплошные кривые) и H_y (пунктирные кривые) мод: *1* — $S_z(S_{z\,\max})^{-1} = 0.1$, *2* — $S_z(S_{z\,\max})^{-1} = 0.2, \ldots,$ *9* — $S_z(S_{z\,\max})^{-1} = 0.9$.

системы и может быть рассчитано с помощью контурного интегрирования [14]. Последующее построение поля моды осуществляется на основании выражений (1), (2) и вытекающих из уравнений Максвелла соотношений $H_z = (i\beta)^{-1}(\nabla_x H_x + \nabla_y H_y)$, $\mathbf{E} = (i\omega\varepsilon)^{-1}\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{H}$.

Чтобы протестировать описанный метод, мы рассчитали дисперсионные зависимости для основных вырожденных вытекающих H_x- и H_y-мод (в обозначении моды фигурирует главная компонента ее магнитного поля) волокон, образованных гексагональными кольцами идентичных воздушных каналов в плавленном кварце (рис. 1), и сопоставили полученные результаты с результатами метода мультиполей,

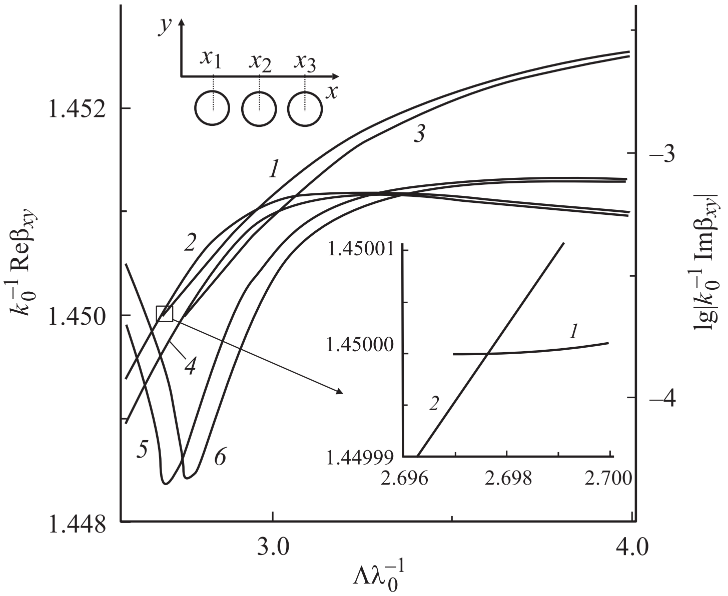

Рис. 2. Поперечное сечение волокна с волноведущим стержнем и 2 воздушными каналами и расчетные зависимости $\mathrm{Re}\,\beta_x(\Lambda)$ (кривые *1*, *2*), $\mathrm{Re}\,\beta_y(\Lambda)$ (*3*, *4*), $\mathrm{Im}\,\beta_x(\Lambda)$ (*5*), $\mathrm{Im}\,\beta_y(\Lambda)$ (*6*), соответствующие значениям $y_1 = y_2 = y_3$, $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \Lambda$ (x_i, y_i — координаты центра i-го отверстия), $a_1 = a_2 = a_3 = 1.3\lambda_0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$, $\varepsilon_2 = (1.462)^2$, $\varepsilon_s = (1.45)^2$. Кривые *1* и *3* относятся к собственным ($\mathrm{Re}\,k_b = 0$, $\mathrm{Im}\,k_b < 0$), кривые *2*, *4*–*6* — к вытекающим ($\mathrm{Re}\,k_b > 0$, $\mathrm{Im}\,k_b > 0$) модам.

приведенными в виде графиков на рис. 3 работы [7]. При этом все кривые последнего рисунка оказались в полном (в масштабах рисунка) согласии с нашими данными.

Заметим, что в рассмотренном в [7] случае числа гексагональных колец $n_r = 3$ ($n = 36$) (рис. 1) моды могут испытывать сильное затухание, вызванное их утечкой. Например, данному n_r и значениям $m \geqslant 8$, $\Lambda = 2.3\,\mu\mathrm{m}$ (Λ — расстояние между центрами соседних отверстий (рис. 1)), $a_l = 0.175\Lambda$, $\varepsilon_l = 1$ ($l = 1, 2, \ldots, n$), $\lambda_0 = 1.0336\,\mu\mathrm{m}$, $\varepsilon_s = (1.45)^2$ соответствует $k_0^{-1}\beta = 1.440529932 - i5.335 \cdot 10^{-7}$, т. е. затухание $28.17\,\mathrm{dB} \cdot \mathrm{m}^{-1}$. В этой связи мы исследовали возмож-

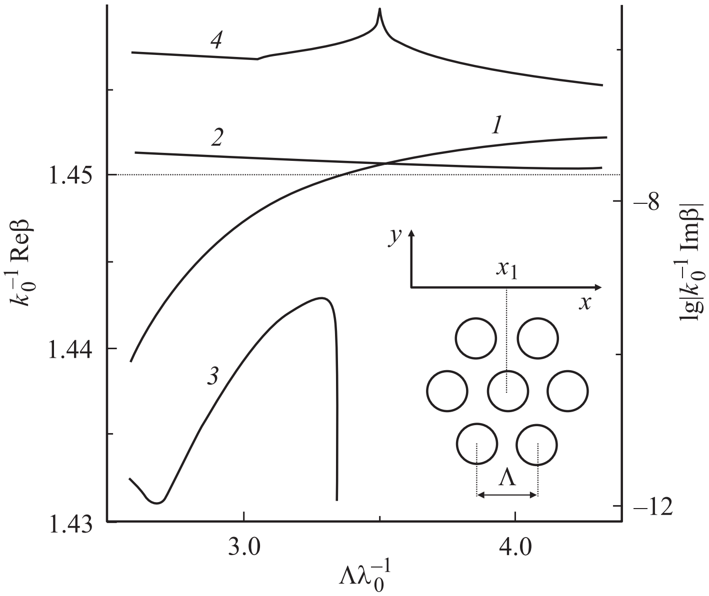

Рис. 3. Поперечное сечение волокна с волноведущим стержнем и 6 воздушными каналами, образующими гексагональное кольцо и расчетные зависимости $\mathrm{Re}\,\beta(\Lambda)$ (кривые *1*, *2*), $\mathrm{Im}\,\beta(\Lambda)$ (*3*, *4*), соответствующие значениям $a_1 = a_2 = \dots = a_7 = 1.3\lambda_0$, $\varepsilon_s = (1.45)^2$, $\varepsilon_1 = (1.462)^2$ (центральное отверстие), $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \dots = \varepsilon_6 = 1$. Кривые *1* и *3* относятся к основной собственной и быстрой вытекающей модам, *2* и *4* — к медленной вытекающей моде.

ность снижения затухания мод за счет увеличения n_r. В частности, при $n_r = 5$ $(n = 90)$ и $n_r = 7$ $(n = 168)$ мы получили соответственно $k_0^{-1}\beta = 1.440530233 - i8.577 \cdot 10^{-10}$ $(4.529 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{dB} \cdot \mathrm{m}^{-1})$ и $k_0^{-1}\beta = 1.440530234 - i1.414 \cdot 10^{-12}$ $(7.466 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{dB} \cdot \mathrm{m}^{-1})$. Интересно, что значения $\mathrm{Re}\,\beta$ для всех рассмотренных n_r практически идентичны. Это объясняется хорошей локализацией энергии мод, о чем свидетельствует рис. 1. На этом рисунке приведены четверти симметричных распределений продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z, рассчитанные при указанных выше параметрах (распределения, соответствующие $n_r = 3.5$ и 7 в масштабах рисунка неразличимы).

Как явствует из изложенного, получение приемлемого для приложений затухания мод рассмотренных волокон требует использования значительного числа воздушных каналов. В этой связи представляет интерес исследование более простых микроструктурных волокон, состоящих из волноведущего стержня, окруженного небольшим числом воздушных каналов. Такие волокна могут направлять собственные (не вытекающие) моды и при этом обладать интересными дисперсионными и поляризационными свойствами [5]. Рассмотрим не обсуждавшиеся ранее свойства мод указанных волокон в окрестности критических условий. Благодаря тому, что уравнения (1) заданы во внутренних областях отверстий, в рамках предлагаемого подхода надлежащие вычисления не встречают затруднений.

На рис. 2 представлены результаты исследований мод волокна с двумя воздушными каналами, обеспечивающего необходимое для ряда приложений [15] условие $\beta_x \neq \beta_y$, где β_x и β_y — постоянные распространения H_x- и H_y-мод. Данное волокно может направлять две собственные H_x- и H_y-моды. Эти моды отсекаются соответственно при $\Lambda\lambda_0^{-1} = 2.69697$ и $\Lambda\lambda_0^{-1} = 2.75795$, когда $k_b \to 0$, а кривые *1* и *3* испытывают обрыв (рис. 2). Таким образом, в диапазоне $2.69697 < \Lambda\lambda_0^{-1} < 2.75795$ рассматриваемое волокно потенциально является одномодовым и однополяризационным. Но данное волокно направляет также вытекающие H_x- и H_y-моды. При $\Lambda\lambda_0^{-1} > 2.69768$ и $\Lambda\lambda_0^{-1} > 2.75855$ соответственно эти моды, в отличие от обычных вытекающих мод [16,17], являются медленными ($\mathrm{Re}\,\beta_{x,y} > k_0\sqrt{\varepsilon_s}$), причем на протяженном интервале значений Λ они имеют вещественные части постоянных распространения, близкие к постоянным распространения собственных мод (рис. 2). При таких условиях микроизгибы волокна могут вызывать эффективный обмен энергией между модами, а значит, существенное затухание излучения [16]. Названный механизм потерь является возможной причиной низкого качества экспериментальных образцов волокон рассмотренного типа [15].

Иные свойства имеют волокна с гексагональным кольцом воздушных каналов, направляющие двукратно вырожденные основные моды. Согласно рис. 3, относящемуся к конкретному волокну указанного типа, основная собственная мода при критическом значении $\Lambda\lambda_0^{-1} = 3.34031$ испытывает непрерывный переход в быструю ($\mathrm{Re}\,\beta < k_0\sqrt{\varepsilon_s}$) вытекающую моду. В то же время данное волокно поддерживает и медленную вытекающую моду, которая имеет максимальное затухание при фазовом синхронизме с собственной модой (рис. 3). При отсутствии синхронизма эффективный обмен энергией между медленной вытекающей и собственной модами может быть обеспечен использованием дифракционной решетки надлежащего периода, нанесенной на сердцевину волокна. О подобных экспериментах сообщалось в [1].

В заключение отметим, что, как показывают расчеты, свойства микроструктурных волокон рассмотренных типов вблизи критических условий могут значительно модифицироваться за счет изменения параметров структур. Однако при этом отмеченные выше особенности, в частности существование медленных вытекающих мод, качественно сохраняются. Их учет может иметь существенное значение, например при проектировании высокочувствительных оптических датчиков.

Список литературы

[1] *Kerbage C., Eggleton B.J.* // Optics and Photonics News. 2002. V. 13. N 9. P. 39–42.

[2] *Monro T.M., Richardson D.J., Broderick N.G.R.* et al. // J. Lightwave Technol. 1999. V. 17. N 6. P. 1093–1102.

[3] *Mogilevtsev D., Birks T.A., Russel P.S.J.* // J. Lightwave Technol. 1999. V. 17. N 11. P. 2078–2081.

[4] *Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J.* et al. // Opt. Lett. 1999. V. 24. N 1. P. 276–278.

[5] *Zhu Z., Brown T.G.* // Opt. Commun. 2002. V. 206. N 6. P. 333–339.

[6] *White T.P., Kuhlmey B.T., McPhedran R.C.* et al. // J. Opt. Soc. Av. B. 2002. V. 19. N 10. P. 2322–2330.

[7] *Kuhlmey B.T., White T.P., Renversez G.* et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. V. 19. N 10. P. 2331–2340.

[8] *Белов А.В., Дианов Е.М.* // Квантовая электроника. 2002. Т. 32. № 7. С. 641–644.

[9] *Zhu Z., Brown T.G.* // Optics Express. 2002. V. 10. N 17. P. 853–864.

[10] *Сотский А.Б., Сотская Л.И.* // Оптика и спектроскопия. 2000. Т. 88. № 3. С. 465–472.

[11] *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.

[12] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.

[13] *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы. Т. 2. М.: Наука, 1977. 399 с.

[14] *Сотский А.Б.* // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т. 45. № 3. С. 19–22.

[15] *Hayata K., Eguchi M., Koshiba M.* et al. // J. Lightwave Technol. 1986. V. 4. N 8. P. 1090–1096.

[16] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 655 с.

[17] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.