05.2

Гофрировочная неустойчивость свободного движения 180-градусной доменной границы (ДГ) в одноосном ферромагнетике

© Г.Е. Ходенков

Институт электронных управляющих машин, Москва
E-mail: angeline@mtu-net.ru

Поступило в Редакцию 7 мая 2003 г.

Исследование спектра колебаний свободно движущейся в одноосном ферромагнетике 180°-ной ДГ показывает, что ее одномерная структура становится неустойчивой относительно поверхностных искажений в области отрицательности эффективной массы (дифференциальной подвижности). Определены верхнее критическое значение волнового вектора возмущения, выше которого гофрировка ДГ не развивается, и значение волнового вектора моды возмущения с максимальным инкрементом.

Развитие информационных технологий обусловливает интерес к исследованию динамики солитонов в магнитных средах. Простейшим одномерным объектом такого рода в одноосных ферромагнетиках является кинк-180°-ная доменная граница (ДГ), динамика которой в целом хорошо изучена (см. для ДГ во внешнем магнитном поле решение Уокера (1956) [1] и для свободного движения [2,3]). Устойчивость нелинейных решений уравнений Ландау–Лифшица относительно развития гофрировочной неустойчивости, т.е. поперечных изгибов поверхности ДГ, изучена менее полно, хотя экспериментально гофрированные ДГ и наблюдаются довольно часто. Если ограничиться для примера только так называемыми пленками с перпендикулярной магнитной одноосной анизотропией, то можно указать (см. в [4]) на статические искажения кругового сечения цилиндрических магнитных доменов, изгибные искажения плоской ДГ по Шлеману, динамический гиротропный прогиб поверхности ДГ под действием движущейся блоховской линии и др. Необходимо отметить, что, судя по этим и другим (для плоской ДГ см., например, также [5,6]) экспериментальным данным, единого механизма гофрировки ДГ не существует.

В настоящем сообщении рассматривается простейшая задача — возникновение гофрировки поверхности свободно движущейся одномерной 180°-ной ДГ в одноосном ферромагнетике, т. е. неустойчивости решения Уокера в форме [2,3]. Сомнения относительно устойчивости вызывает участок с отрицательной дифференциальной подвижностью ДГ в случае [1] или с отрицательной массой [2,3]. Согласно качественным аргументам [7], одномерное движение ДГ на этих участках неустойчиво относительно гофрировки. Специально исследованию этого вопроса на спектральном уровне посвящены работы [8,9], причем в последней из них показано, что ДГ действительно испытывает в области отрицательной подвижности гофрировочную неустойчивость. К сожалению, предложенный в [9] спектр ограничен лишь линейным учетом пространственной дисперсии по двумерному волновому вектору $\mathbf{k}_\parallel$ возмущения, локализованного на поверхности ДГ. В настоящей работе спектр локализованных колебаний в отличие от [9] выводится из спектральных уравнений устойчивости не при столь сильных ограничениях на $\mathbf{k}_\parallel$. Это позволяет определить то значение волнового числа $k_{\parallel M}$, которое отвечает моде с максимальным инкрементом в области неустойчивости и определяет таким образом период возникающей гофрировки. Кроме того, показано, что существует еще одно критическое значение $k_\parallel = k_{\parallel b}$ $(> k_{\parallel M})$, выше которого ДГ остается устойчивой относительно гофрировки.

Рассмотрим 180°-ную ДГ в плоскости $x0z$, движущуюся свободно в одноосном ферромагнетике в положительном направлении вдоль оси $0y$ (ось легкого намагничивания коллинеарна $0z$). Соответствующее одномерное решение хорошо известно [2,3] и имеет вид

$$\sin\theta_0(y) = 1/\operatorname{ch}\big[(y - Vt)/\Delta(\varphi_0)\big], \quad \Delta(\varphi_0) = (1 + \sin^2\varphi_0/Q)^{-1/2},$$

$$\sin^2\varphi_M = Q\big((1 + 1/Q)^{1/2} - 1\big), \quad V = \Delta(\varphi_0)\sin\varphi_0\cos\varphi_0/Q. \qquad (1)$$

Здесь $\theta_0(y)$ и $\varphi_0 = \mathrm{const}$ — полярный и азимутальный углы вектора намагниченности $\mathbf{M}$, отсчитываемые соответственно от осей $0z$ и $0x$, лежащих в плоскости ДГ. Координата y измеряется в единицах ширины блоховской ДГ $\Delta = (A/K)^{1/2}$ (A — обменная жесткость, K — константа одноосной анизотропии); время t — в единицах $(\gamma H_a)^{-1}$

($H_a = 2K/M$ — поле одноосной анизотропии); $Q = H_a/4\pi M$ — так называемый фактор качества материала. Зависимости скорости ДГ $V(\varphi_0)$ (в единицах $V_w = 2\pi\gamma M\Delta$) для трех типичных значений Q представлены на рисунке, причем устойчивые участки (см. ниже) выделены жирными линиями; $\varphi_M(Q)$ в (1) — абсцисса максимума скорости. Величина φ_0 имеет смысл импульса ДГ, гамильтониан которой $H = \Delta(\varphi_0)^{-1}$ периодичен по импульсу [10] (для последующего достаточно ограничиться ветвью $0 < \varphi_0 < \pi/2$). На ниспадающих участках $V(\varphi_0)$, см. рисунок, эффективная масса ДГ m отрицательна ($V = \partial H/\partial\varphi_0$ и $1/m = \partial V/\partial\varphi_0 < 0$).

Уравнения малых колебаний могут быть получены переходом в локальную систему координат, которая движется со скоростью V вместе с ДГ вдоль оси $0y$ и оси которой в базисной плоскости $x0y$ повернуты на угол φ_0 (новая ось $0x$ совпадает теперь с плоскостью, в которой происходит разворот спинов на 180°). Для малых амплитуд намагниченности $\sim \exp(-i\omega t + i\tilde{k}_\parallel \rho)$ ($\rho = (x, z)$ — координаты в плоскости ДГ), лежащих в плоскости разворота спинов $m_\parallel$ и перпендикулярной ей $m_\perp$, имеем уравнения

$$i\tilde{\omega} m_\perp + \tilde{V}\hat{L}^+ m_\perp + \big(\hat{L} + \tilde{k}_\parallel^2\big) m_\parallel = 0,$$

$$-i\tilde{\omega} m_\parallel + \tilde{V}\hat{L}^- m_\parallel + \big(\hat{L} + \tilde{k}_\parallel^2 + \tilde{\omega}_{ms}\big) m_\perp = 0, \tag{2}$$

совпадающие с точностью до переобозначений с результатами [9,11]. Здесь операторы $\hat{L} = \hat{L}^+\hat{L}^- = -d^2/dy^2 + 1 - 2/\operatorname{ch}^2 y$, $\hat{L}^\pm = \pm d/dy - \operatorname{th} y$, причем под локальной координатой y теперь понимается величина $(y - Vt)\Delta(\varphi_0)$; $\tilde{\omega} = \omega\Delta(\varphi_0)^2$, $\tilde{k}_\parallel = k_\parallel \Delta(\varphi_0)$, $\tilde{V} = V\Delta(\varphi_0)$, $\tilde{\omega}_{ms} = Q^{-1}\Delta(\varphi_0)\cos 2\varphi_0$ (см. формулы в (1)).

Основную трудность при решении (2) представляет учет членов $\sim \tilde{V}$, тогда как статический случай $\tilde{V} = 0$ (2) хорошо известен — Винтер, 1961. Естественно воспользоваться теорией возмущений по $\tilde{V}$, разлагая (2) по ортонормированному полному набору оператора $\hat{L}$. Его спектр состоит из двух частей: 1) локализованной на ДГ трансляционной моды — $\chi_{tr}(y) = 1/(\sqrt{2}\operatorname{ch} y)$, $\hat{L}\chi_{tr}(y) = \hat{L}^-\chi_{tr}(y) = 0$; 2) прецессионной моды, локализованной преимущественно в доменах, — $\chi_{pr}(y, k) = \hat{L}^+ \exp(iky)/\sqrt{2\pi(1 + k^2)}$, $\hat{L}\chi_{pr}(y, k) = (1 + k^2)\chi_{pr}(y, k)$. Соответствующие резонансные частоты, согласно (2), равны: 1) $\Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)^2 = \tilde{k}_\parallel^2(\tilde{k}_\parallel^2 + \tilde{\omega}_{ms})$ — трансляционный уровень и 2) $\Omega_{pr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel, k)^2 = (1 + k^2 + \tilde{k}_\parallel^2)(1 + \tilde{k}_\parallel^2 + k^2 + \tilde{\omega}_{ms}) > \Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)^2$ — прецессионный уровень.

Гофрировочная неустойчивость обусловливается трансляционным уровнем, поправки к частоте которого $\Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)$ и необходимо вычислить. Используемая здесь схема теории возмущений аналогична приводящейся в [11], где вычисления, однако, ограничиваются первым порядком по $\tilde{V}$. Поскольку, как это показано в [11], и подтверждается проведенными здесь расчетами, поправка первого приближения $\Omega_{tr}^{(1)}(\tilde{k}_\parallel) = 0$, вычисления необходимо проводить до второго порядка. Вклад диагонального члена $\tilde{\omega}_{ms}(\varphi_0)$, зависящий от скорости ДГ, учитывается с точностью до соответствующего порядка теории возмущений. Результаты вычислений таковы:

$$m_{\parallel tr}(y) = \frac{-i\Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)}{\tilde{k}_\parallel^2} m_{\perp tr}(y) = \chi_{tr}(y) - i\tilde{V}\,\frac{\tilde{k}_\parallel^2}{\Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dk\,\frac{(1 + k^2 + \tilde{k}_\parallel^2)\langle\chi_{pr}(y_1, k)|\hat{L}^+|\chi_{tr}(y_1)\rangle}{\Omega_{pr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel, k)^2 - \Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)^2}\,\chi_{pr}(y, k); \quad (3.1)$$

$$\Omega_{tr}(\tilde{k}_\parallel)^2 = \tilde{k}_\parallel^2\big(\tilde{\omega}_{ms} + \tilde{k}_\parallel^2 - \tilde{V}^2 I(\tilde{k}_\parallel)\big), \quad (3.2)$$

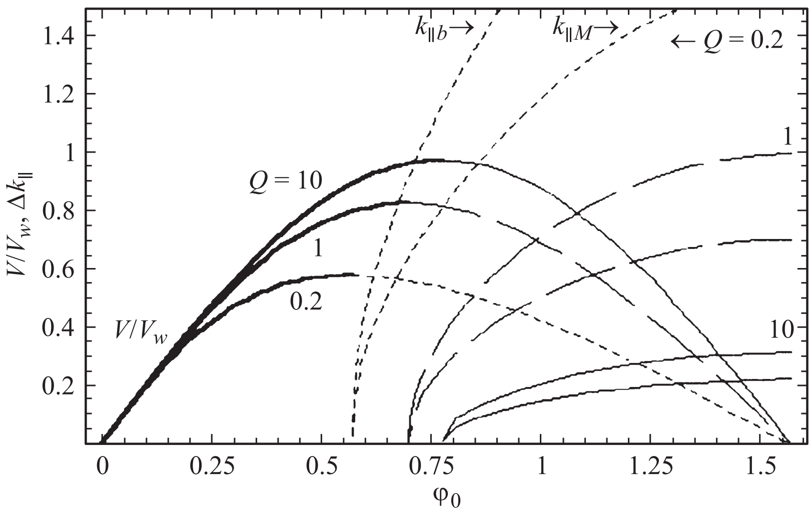
$$I(\tilde{k}_\parallel) = \int_{-\infty}^{\infty} dk\,\frac{(1 + k^2 + \tilde{k}_\parallel^2 + \tilde{\omega}_{ms})\big|\langle\chi_{pr}(y_1, k)|\hat{L}^+|\chi_{tr}(y_1)\rangle\big|^2}{\Omega_{pr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel, k)^2 - \Omega_{tr}^{(0)}(\tilde{k}_\parallel)^2} > 0, \quad (3.3)$$

где $\langle\ldots\rangle$ — операция взятия матричного элемента (интеграла по y_1 в бесконечных пределах), причем $\big|\langle\chi_{pr}(y_1, k)|\hat{L}^+|\chi_{tr}(y_1)\rangle\big|^2 = (\pi/4) \times (1 + k^2)/\,\mathrm{ch}^2(\pi k/2)$.

В низшем порядке по $\tilde{k}_\parallel$ из (3.2) и (3.3) с учетом того, что $I(0) = 1$, не зависит от $\tilde{\omega}_{ms}(\varphi_0)$, приходим к выражению

$$\omega_{tr}(\tilde{k}_\parallel \to 0)^2 = \tilde{k}_\parallel^2\big(\tilde{\omega}_{ms} - \tilde{V}^2\big) = \tilde{k}_\parallel^2\Delta(\varphi_0)\partial V(\varphi_0)/\partial\varphi_0, \quad (4)$$

которое совпадает вблизи максимума скорости, где $\varphi_0 = \varphi_M$, с результатами [9] и которое показывает, что в области $\partial V(\varphi_0)/\partial\varphi_0 < 0$



(отрицательности эффективной массы) ДГ становится неустойчивой относительно поверхностных возмущений с $\tilde{k}_{\parallel} \neq 0$. В отличие от [9], однако, полученные здесь полные выражения (3.2), (3.3) позволяют определить некоторые дополнительные характеристики гофрировочной неустойчивости.

Разложение интеграла $I(\tilde{k}_{\parallel})$ в ряд по $\tilde{k}_{\parallel}$ показывает, что члены порядка $\tilde{k}_{\parallel}^4$ в (3.2) всегда положительны. С учетом (4) это указывает на существование некоторого значения $k_{\parallel} = k_{\parallel M}$, при котором инкремент гофрировочной неустойчивости максимален и которое определяет вероятное значение установившегося периода гофрировки. С другой стороны, поскольку $\Omega_{tr}(\tilde{k}_{\parallel} = 0)^2 = 0$ и $\Omega_{tr}(\tilde{k}_{\parallel} \to \infty)^2 \sim \tilde{k}_{\parallel}^4$ (так как $I(\tilde{k}_{\parallel} \to \infty) \to \text{const}$), можно заключить, что помимо $k_{\parallel} = 0$ существует еще одно критическое значение $k_{\parallel} = k_{\parallel b}$, при котором $\Omega_{tr}(\tilde{k}_{\parallel b})^2$ обращается в нуль и выше которого величина $\Omega_{tr}(\tilde{k}_{\parallel})^2$ заведомо положительна (гофрировка исчезает). На рисунке для трех указанных значений $Q = 0.2$, 1,10 представлены полученные численно три пары кривых $k_{\parallel M}(\varphi_0)$ и $k_{\parallel b}(\varphi_0)$, которые исходят из точек $\varphi_M(Q)$, лежащих на оси абсцисс (для данного Q величина $k_{\parallel b}(\varphi_0)$ лежит выше $k_{\parallel M}(\varphi_0)$).

В заключение остановимся на условиях применимости теории возмущений. Как известно, для ее применимости необходимо, чтобы поправка первого приближения в (3.1) была мала. В случае $Q \gg 1$, как можно показать, эта поправка всегда мала $\sim 1/Q$. Случай $Q \ll 1$ более проблематичен: здесь, за исключением отдельных областей, малость поправки определяется малостью $k_{\parallel}$.

Список литературы

[1] *Schryer N.L., Walker L.R.* // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. N 12. P. 5406–5421.

[2] *Schloemann E.* // Appl. Phys. Lett. 1971. V. 19. N 8. P. 274–276.

[3] *Schloemann E.* // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. N 9. P. 3834–3842.

[4] *Малоземов А., Слонзуски Дж.* Доменные стенки в материалах с ЦМД. М.: Мир, 1982. 382 с.

[5] *Рандошкин В.В., Логунов М.В.* // ФТТ. 1994. Т. 36. В. 12. С. 3498–3505; *Рандошкин В.В.* // ФТТ. 1995. Т. 35. В. 10. С. 3056–3073.

[6] *Боков А.А., Волков В.В., Петриченко Н.А.* // ФТТ. 2002. Т. 44. В. 11. С. 2018–2021.

[7] *Slonczewski J.C.* // Intern. J. Magn. 1972. V. 2. N 2. P. 85–97.

[8] *Magyari E., Thomas H.* // Z. Phys. B—Condensed Matter. 1984. V. 57. N 2. P. 141–149.

[9] *Magyari E., Thomas H.* // Z. Phys. B—Condensed Matter. 1985. V. 59. N 2. P. 167–176.

[10] *Косевич А.А., Иванов Б.А., Ковалев А.С.* // Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1988. 190 с.

[11] *Thiele A.A.* // Phys. Rev. 1973. V. B7. N 1. P. 391–397.