

04

Полоидальные и тороидальные потоки в плазме токамака вблизи магнитного острова

© Е.Г. Кавеева, В.А. Рожанский

С.-Петербургский государственный политехнический университет

E-mail: lisa@phtf.stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 29 января 2004 г.

Рассчитаны электрическое поле и тороидальное вращение плазмы вблизи магнитного острова. Показано, что радиальное электрическое поле меняется вне острова от величины, определяемой вращением острова, до неоклассического значения на масштабе, зависящем от аномальной вязкости и частоты столкновений в плазме. Внутри острова поле постоянно.

1. Введение. В последние годы было экспериментально показано, что возникновение внутренних транспортных барьеров в плазме токамака связано с профилем запаса устойчивости и, в частности, с рациональными магнитными поверхностями с целыми значениями q [1]. В окрестности таких поверхностей образуются магнитные острова, поэтому можно предположить, что формирование барьера связано с изменением радиального электрического поля вблизи острова и подавлением турбулентности широм вращения. В [2] увеличение радиального электрического поля было связано с появлением радиального тока, вызванного явлением „fishbone“. Однако даже в отсутствие дополнительных токов электрическое поле может быть изменено просто из-за присутствия магнитного острова. В работе [3] электрическое поле вблизи острова было сосчитано без учета тороидального вращения плазмы и аномального переноса импульса. В то же время оба эти фактора чрезвычайно важны.

В данной работе электрическое поле и тороидальное вращение плазмы рассчитаны в гидродинамическом режиме. Показано, что радиальное электрическое поле меняется вне острова от величины, определяемой вращением острова, до неоклассического значения на масштабе δ , зависящем от аномальной вязкости и частоты столкновений в плазме.

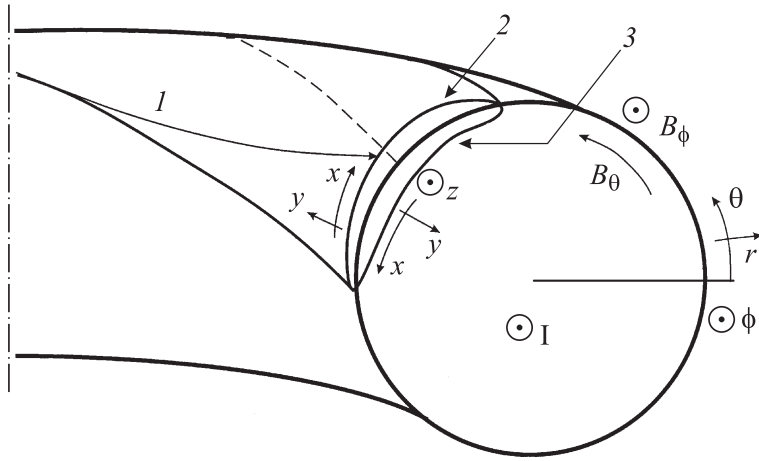


Рис. 1. Геометрия и система координат в острове: 1 — линия поля, 2 — наружная сторона, 3 — внутренняя сторона.

2. Модель. Рассмотрим рациональную магнитную поверхность в токамаке с круглым сечением и большим аспектным отношением, $\varepsilon = r/R \ll 1$, $q = m/n$, $b_\theta = B_\theta/B = \text{const}$, где θ и ϕ — полоидальный и тороидальный углы. Соответствующее острову радиальное возмущение магнитного поля $\delta B = \delta B^{(0)} \exp(-i\omega t + im(\theta - \varepsilon \sin \theta) - in\phi)$, x , y и z — координаты в острове: y перпендикулярна к магнитной поверхности в острове, z направлена вдоль невозмущенного магнитного поля на рациональной поверхности, x ортогональна y и z одновременно (рис. 1). Символом „ \perp “ отмечено направление, перпендикулярное как магнитному полю \mathbf{B} , так и оси y . Предполагается, что ширина острова Δ больше, чем полоидальный ларморовский радиус ρ_s/b_θ и масштаб δ/ε , который определен ниже.

Сначала рассмотрим стационарный остров, $\omega = 0$. Для описания плазмы используются уравнения Брагинского, в которых коэффициенты переноса поперек магнитного поля заменены аномальными значениями. Средняя по магнитной поверхности продольная скорость и величина полоидального дрейфа может быть получена из уравнений $\langle\langle f \rangle\rangle = \oint f \sqrt{g} dx dz / \oint \sqrt{g} dx dz$, $\langle\langle f \rangle\rangle = \oint f h_x h_z dx dz / \oint h_x h_z dx dz$,

где h_x, h_y, h_z — коэффициенты Ламе, $\sqrt{g} = h_x h_y h_z$:

$$\langle \mathbf{B} \cdot \nabla (\vec{\pi}^{(0)} + \vec{\pi}^{(AN)}) \rangle = 0, \quad (1)$$

$$\langle \langle j_y \rangle \rangle = 0. \quad (2)$$

Уравнение (1) в тороидально-симметричном случае в отсутствие аномальной вязкости хорошо известно в неоклассической теории [4]. Уравнение (2) отражает квазинейтральность плазмы.

В уравнениях (1), (2) $\vec{\pi}^{(0)}$ — это классический тензор продольной вязкости, определенный в работе Брагинского. Аномальная вязкость взята в простейшей форме:

$$-(\nabla \cdot \pi^{(AN)})_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sqrt{g}}{h_y^2} \eta^{(AN)} \frac{\partial V_{\parallel}}{\partial y} \right).$$

Внутри острова уравнение (1) преобразуется к виду

$$\frac{d^2(b_{\theta} \langle V_{\parallel} \rangle)}{\langle h_y^2 \rangle dy^2} - \varepsilon^2 \delta^{-2} \left(b_{\theta} \langle V_{\parallel} \rangle + \alpha \frac{B_x}{B_{\theta}} \langle V_{\perp} \rangle \right) = 0, \quad \alpha \sim 1, \quad (3)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\eta^{(AN)} r^2}{\eta_0 b_{\theta}^2}}, \quad \eta_0 = 0.96 n T_i / v_i. \quad (4)$$

В отличие от ситуации в токамаке без островов, где вклад полоидального электрического и диамагнитного дрейфов в уравнение (1) значителен, внутри острова значение $\langle V_{\perp} \rangle$ умножается на малый коэффициент $B_x/B_{\theta} \sim \Delta/r \ll 1$. Это происходит потому, что полоидальные дрейфы на разных сторонах (внутренней и внешней, рис. 1) острова направлены противоположно. В то же время вклад $\langle V_{\parallel} \rangle$ в уравнение (1) при усреднении по обеим сторонам острова одинаков.

Используя для определения радиального тока в уравнении (2) x -компоненту баланса сил и профиль давления, найденный из продольного баланса сил, находим

$$\frac{d^2 \langle V_{\perp} \rangle}{\langle h_y^2 \rangle dy^2} - \frac{1}{2\delta^2} \left(\langle V_{\perp} \rangle + \beta \frac{B_x}{B_{\theta}} b_{\theta} \langle V_{\parallel} \rangle \right) = 0, \quad \beta \sim 1. \quad (5)$$

Чтобы ток через магнитную поверхность внутри острова оставался нулевым, необходима намного меньшая скорость полоидального

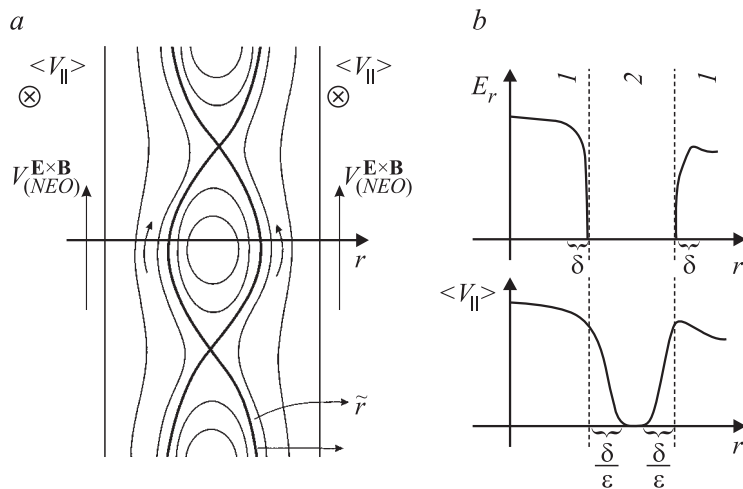


Рис. 2. *a* — магнитные поверхности и направления потоков вблизи магнитного острова; *b* — радиальный профиль радиального электрического поля и средней продольной скорости для стационарного острова. Ось r проходит через центр острова. 1 — сепаратриса, 2 — магнитный остров.

дрейфа, чем полоидальная проекция продольной скорости. Пфирш–Шлютеровские потоки, продольная вязкость и связанное с ними полоидальное возмущение давления, вызванные величиной $\langle V_{\parallel} \rangle$, оказываются почти одинаковыми на внутренней и внешней сторонах острова. Поэтому разность токов, связанных с ∇p и $\nabla \cdot \vec{\pi}$ (вызванных $\langle V_{\parallel} \rangle$), втекающих в остров и вытекающих из него, пропорциональна Δ/r . В то же время радиальный ток, связанный с дрейфовой скоростью V_{\perp} , имеет разные знаки на разных сторонах острова и не содержит малого коэффициента Δ/r .

Пренебрегая слагаемыми порядка Δ/r , можно рассматривать уравнения (3) и (5) как два независимых уравнения для продольной скорости дрейфа, определяющих их уменьшение к центру острова. В качестве граничного условия необходимо задать значения скоростей на сепаратрисе острова. Из соображений симметрии, снаружи от острова вблизи сепаратрисы полоидальная скорость должна быть почти одинаковой, поскольку уравнения для нее и неоклассическая

полоидальная скорость одинаковы для внутренней и наружной сторон острова (рис. 2). Полоидальное вращение внутри острова направлено противоположно на его внутренней и внешней сторонах, поскольку электростатический потенциал внутри острова постоянен на магнитной поверхности. Единственное симметричное решение для $\langle V_{\perp} \rangle$ возникает при $\langle V_{\perp} \rangle = 0$ на сепаратрисе, а следовательно, в соответствии с уравнением (7) $\langle V_{\perp} \rangle = 0$ везде внутри острова. Можно также рассматривать несимметричные решения, при которых вращение с разных сторон острова разное. Такие решения противоречат уравнению (2), поскольку несимметричная переходная зона на сепаратрисе вызывает несимметричные возмущения давления, вязкие силы и в конечном итоге ненулевой ток через сепаратрису.

Снаружи от острова мы будем использовать координатные оси \tilde{r} , θ , ϕ , где \tilde{r} перпендикулярна возмущенной магнитной поверхности (рис. 2), величина \tilde{r} соответствует среднему малому радиусу поверхности. Из тороидального баланса сил и условия нулевого тока через поверхность, уравнение (2), мы находим

$$-\left\langle\left\langle\frac{1}{B_{\theta}\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\tilde{r}}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_{\tilde{r}}^2}\eta^{(AN)}\frac{\partial V_{\parallel}}{\partial\tilde{r}}\right)\right\rangle\right\rangle+\left\langle\left\langle\frac{(\nabla p+\nabla\cdot\pi^{(0)})_{\phi}}{B_{\theta}}\right\rangle\right\rangle=0. \quad (6)$$

В случае тороидально-симметричной магнитной поверхности второе слагаемое в этом уравнении исчезает [4]. В присутствии острова тороидальная симметрия нарушается, и второе слагаемое содержит множитель Δ/r . Используя уравнение (6), мы находим, что возмущение продольной скорости, вызванное появлением острова, снаружи от острова мало: $(\langle V_{\parallel} \rangle - \langle V_{\parallel} \rangle_{without\ island})/\langle V_{\parallel} \rangle \sim b_{\theta}^{-1}\varepsilon^2\Delta/r \ll 1$. Вычитая уравнение (1) из уравнения (6), получаем для полоидальной скорости снаружи от острова

$$\frac{\partial^2}{\partial\tilde{r}^2}\langle V_{\theta} \rangle = \frac{\langle V_{\theta} \rangle}{2\delta^2}. \quad (7)$$

Полоидальное вращение меняется на масштабе δ от величины на сепаратрисе острова до неоклассического значения:

$$E_{\tilde{r}} = E_{\tilde{r}}^{(NEO)} \left\{ 1 - \exp[(\tilde{r} - \tilde{r}_{sep})/\sqrt{2}\delta] \right\},$$

$$E_{\tilde{r}}^{(NEO)} = \frac{T_i}{e} \left(\frac{d \ln n}{h_{\tilde{r}} d\tilde{r}} + k_T \frac{d \ln T_i}{h_{\tilde{r}} d\tilde{r}} \right) + \langle V_{\parallel} B_{\theta} \rangle \frac{\langle h_{\tilde{r}} \rangle}{h_{\tilde{r}}}. \quad (8)$$

Когда остров вращается, $\omega \neq 0$, возникающее вихревое электрическое поле имеет компоненту вдоль магнитного поля. В силу большой продольной проводимости плазмы должно возникнуть потенциальное поле, такое, чтобы полное продольное электрическое поле обратилось в ноль $E_r = -\langle B \rangle \omega r / m$. Такое радиальное поле вызывает полоидальное вращение плазмы со скоростью острова $V_\theta^{island} = (1 + \varepsilon \cos \theta) \omega r / m$. При этом уравнение (3) надо заменить на

$$\frac{d^2(b_\theta \langle V_\parallel \rangle)}{\langle h_y^2 \rangle dy^2} - \varepsilon^2 \delta^{-2} (b_\theta \langle V_\parallel \rangle + \langle V_\theta^{island} \rangle) = 0. \quad (9)$$

Радиальное электрическое поле около вращающегося острова убывает на масштабе δ от неклассического значения до величины $E_r = -\langle B \rangle \omega r / m$ на сепаратрисе.

3. Заключение. В этой работе показано, что электрическое поле внутри стационарного магнитного острова равно нулю, в то время как тороидальная скорость убывает от своего значения на сепаратрисе до нуля на масштабе δ/ε , где δ зависит от величины аномальной поперечной вязкости и частоты столкновений в плазме. Снаружи от сепаратрисы острова радиальное электрическое поле меняется от нуля до неклассического значения на масштабе δ , а тороидальная скорость остается почти постоянной. При вращении острова возникает добавочное радиальное электрическое поле. Профиль поля вблизи острова очень похож на профиль поля вблизи внешней сепаратрисы токамака, полученный в работе [5].

Работа была поддержана грантом РФФИ 03-02-16196.

Список литературы

- [1] Wolf R.C. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2003. V. 45. R1–R91.
- [2] Guenter S. et al. // Proc. 28th EPS conf. on Plas. Phys. and Control. Fusion. 2001. V. 25A. (ECA). P. 1006.
- [3] Shaing K.C. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 3470.
- [4] Hirshman S.P., Sigmar D.J. // Nucl. Fusion. 1981. V. 21. P. 1079.
- [5] Rozhansky V. et al. // Nucl. Fusion. 2002. V. 42. P. 1110.