01;05.2;11

# Линейные $s$-поляризованные поверхностные волны в одномерно-неоднородной среде

© Л.С. Асланян

Ереванский государственный университет, Армения
E-mail: leon@ysu.am

Поступило в Редакцию 2 декабря 2003 г.

Показано, что на границе изотропной однородной среды с одномерно-неоднородной могут существовать $s$-поляризованные поверхностные волны, что связано с деформацией пространственной огибающей электрической и магнитной составляющих поверхностной волны, распространяющейся в одномерно-неоднородной (в частности, в плоскослоистой) среде. Такие линейные $s$-поляризованные волны могут существовать лишь в том случае, когда показатель преломления неоднородной среды растет при удалении от границы раздела.

1. Как известно [1], при наличии резкой границы раздела двух изотропных сред могут появляться поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ), экспоненциально убывающие по мере удаления от границы раздела. Когда граничащие среды являются однородными, такие волны могут существовать, если диэлектрическая проницаемость одной из граничащих сред отрицательна и волна является $p$-поляризованной (т.е. вектор **E** лежит в плоскости падения) [1].

В ряде случаев, однако, могут появляться новые типы поверхностных волн. Как покзаано в [2], в случае резкой границы изотропной и анизотропной сред могут появляться новые типы поверхностных волн, существование которых не связано с отрицательностью диэлектрической проницаемости, а обусловлено различной симметрией граничащих сред. В [3,4] показано, что при учете нелинейности одной из граничащих сред также становится возможным существование $s$-поляризованных ПЭВ, запрещенных в рамках линейной оптики. Особенностью нелинейной задачи является превращение первоначально однородной среды в одномерно-неоднородную (в случае ПЭВ) при учете зависимости ее характеристик от интенсивности распространяющегося света. Следовательно, аналогичные явления должны наблюдаться и в том случае, когда одна из граничащих сред является пространственно неоднородной.

Исследованию влияния неоднородности на характер распространения ПЭВ посвящены [5–7] (см. также [8]). В работе [9] показано, что линейные $s$-поляризованные ПЭВ могут возбуждаться при рассмотрении границы изотропной среды с одномерно неоднородной. Впоследствии в [10] сообщалось о регистрации $s$-поляризованных линейных ПЭВ на границе гранулированной среды, а в [8] получено также дисперсионное соотношение ПЭВ в неоднородной плазме.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование условий существования, а также волновых характеристик линейных $s$-поляризованных поверхностных волн, возникающих вдоль границы двух сред, одна из которых является плоскослоистой.

2. Рассмотрим $s$-поляризованную поверхностную волну, которая возникает на границе двух изотропных сред. Пусть область $z < 0$ занимает однородная среда с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 > 0$, а область $z > 0$ плоскослоистая среда с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2(z) = \varepsilon_0 + az$. Граница раздела совпадает с плоскостью $xy$. Представим искомую волну в виде

$$E(x, z, t) = E(z)\exp\big[i(k_x x - \omega t)\big].$$

Тогда

$$\frac{d^2E_j}{dz^2} - \left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{C^2}\,\varepsilon_j(z)\right)E_j = 0, \tag{1}$$

где $j = 1, 2$ — номер среды. Так как рассматриваемая волна $s$-поляризована, то $\mathbf{E}_j = \{0, E_j, 0\}$. Перейдем к безразмерным величинам:

$$\xi = \frac{\omega}{c}\,z, \qquad \eta_x = \frac{c}{\omega}\,k_x, \qquad \varepsilon_2(\xi) = \varepsilon_0 + b\xi, \tag{2}$$

где $b = \frac{c}{\omega}a$. Тогда имеем

$$\frac{d^2E_j(\xi)}{d\xi^2} - \big(\eta_x^2 - \varepsilon_j(\xi)\big)E_j(\xi) = 0. \tag{3}$$

В случае, когда выполнено условие медленности изменения диэлектрических свойств второй среды, решение уравнения (3) в приближении

ВКБ имеет следующий вид [11]:

$$E_2(\xi) = \frac{A}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\left[-\int_0^{\xi} \sqrt{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}\, d\xi\right] + \frac{B}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\left[\int_0^{\xi} \sqrt{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}\, d\xi\right]. \tag{4}$$

Здесь $A$ и $B$ — амплитуды прямой и отраженной на неоднородностях среды волн. Подставив $\varepsilon_2(\xi)$ и проинтегрировав, получаем

$$E_2(\xi) = \frac{A}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\big[\varphi(\xi) - \varphi(0)\big] + \frac{B}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\big[\varphi(0) - \varphi(\xi)\big], \tag{5}$$

где $\varphi(\xi) = 2(\eta_x^2 - \varepsilon_0 - b\xi)^{3/2}/3b$. Однако представленное в рамках первого приближения Венцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) решение не позволяет учесть отражение волн на плавных неоднородностях среды. Корректно такой анализ проводится в приближении геометрической оптики по Бреммеру [12]. Здесь, однако, мы применим другой приближенный метод. Обозначим амплитуду превоначальной волны на границе $A(\xi = 0) = A_0$. Учтем также, что встречная вона возникает исключительно за счет отражения на неоднородностях среды. Тогда, согласно методу Ван-дер-Поля, решение уравнения (3) можно представить в виде [11]

$$E_2(\xi) = \frac{A(\xi)}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\big[\varphi(\xi) - \varphi(0)\big] + \frac{B(\xi)}{\sqrt[4]{\eta_x^2 - \varepsilon_2(\xi)}} \exp\big[\varphi(0) - \varphi(\xi)\big]. \tag{6}$$

Так как вместо одной переменной $E_2(\xi)$ мы ввели в рассмотрение две новые $A(\xi)$ и $B(\xi)$, то одно соотношение, связывающее эти новые переменные, можно выбрать произвольно. В соответствии с этим потребуем, чтобы

$$\left(\frac{A(\xi)}{\sqrt[4]{\eta_x^2-\varepsilon_2(\xi)}}\right)'\exp\left[\varphi(\xi)-\varphi(0)\right]$$

$$+\left(\frac{B(\xi)}{\sqrt[4]{\eta_x^2-\varepsilon_2(\xi)}}\right)'\exp\left[\varphi(0)-\varphi(\xi)\right]=0. \qquad (6a)$$

Подставляя искомое решение (6) в уравнение (3) и учитывая дополнительное условие (6а), для определения $A(\xi)$ и $B(\xi)$ получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} B'(\xi)&=-\frac{A(\xi)}{4(\eta_x^2-\varepsilon_2(\xi))}\,\varepsilon'(\xi)\exp\Big[-2\big[\varphi(0)-\varphi(\xi)\big]\Big]\\ A'(\xi)&=-\frac{B(\xi)}{4(\eta_x^2-\varepsilon_2(\xi))}\,\varepsilon'(\xi)\exp\Big[2\big[\varphi(0)-\varphi(\xi)\big]\Big]\end{aligned}\right\}. \qquad (7)$$

Уравнения (7) — точные уравнения. Поскольку неоднородность слабая, $\varepsilon'$ мала по сравнению с $\varepsilon$, следовательно, $A(\xi)$ и $B(\xi)$ меняются медленно. Поэтому в нулевом приближении для $A(\xi)$ можно положить $\varepsilon'=0$ и $A(\xi)=A_0$. Тогда для $B(\xi)$ имеем

$$B(\xi)=-A_0b\int\frac{\exp\left[-2[\varphi(0)-\varphi(\xi)]\right]}{4(\eta_x^2-\varepsilon_0-b\xi)}\,d\xi. \qquad (8)$$

Константа интегрирования здесь равна нулю, так как рассматриваемая нами волна поверхностная. Интеграл (8) выражается через интегрально-показательную функцию $E_i(\xi)$. Более простое выражение получается, если учесть малость параметра $b$ и разложить в ряд подинтегральное выражение в (8). Тогда для $B(\xi)$ с точностью $0(b^2)$ имеем

$$B(\xi)=-\frac{A_0b}{8(\eta_x^2-\varepsilon_0)^{3/2}}\exp\left[-2\sqrt{\eta_x^2-\varepsilon_0}\;\xi\right]. \qquad (9)$$

Воспользовавшись аналогичным разложением в ряд по $b$ в выражении (6) и подставив (9), находим окончательное выражение для $E_2(\xi)$:

$$E_2(\xi)=\frac{A_0}{\sqrt[4]{\eta_x^2-\varepsilon_0}}\left\{1+\frac{b}{8(\eta_x^2-\varepsilon_0)^{3/2}}+\frac{b}{4(\eta_x^2-\varepsilon_0)}\,\xi\right.$$

$$\left.+\frac{b}{4(\eta_x^2-\varepsilon_0)^{1/2}}\,\xi^2\right\}\exp\left[-\sqrt{\eta_x^2-\varepsilon_0}\;\xi\right]. \qquad (10)$$

Это и есть искомое решение волнового уравнения (3) в неоднородной среде ($j = 2$). Решение этого же уравнения в однородной среде ($j = 1$), где неоднородность отсутствует, имеет следующий вид:

$$E_1(\xi) = D\exp[k_1\xi], \tag{11}$$

где $k_1 = \sqrt{\eta_x^2 - \varepsilon_1}$, $D$ — амплитуда поверхностной волны в однородной среде. Условие существования (или дисперсионное соотношение) такой поверхностной волны получим, если потребуем, чтобы решения (10) и (11) удовлетворяли граничным условиям:

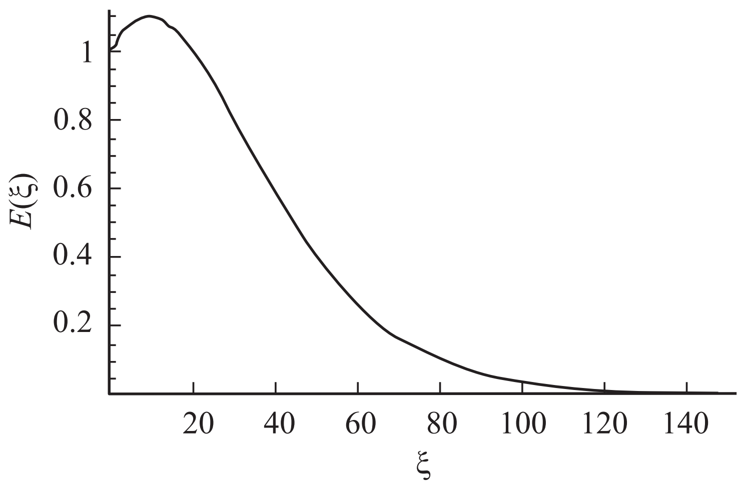
$$\left.\begin{aligned} E_1(\xi = 0) &= E_2(\xi = 0) \\ \frac{dE_1}{d\xi}(\xi = 0) &= \frac{dE_2}{d\xi}(\xi = 0) \end{aligned}\right\}. \tag{12}$$

Из (10), (11) и (12) нетрудно получить указанное дисперсионное соотношение:

$$\sqrt{\eta_x^2 - \varepsilon_1} + \sqrt{\eta_x^2 - \varepsilon_0} = \frac{b}{4(\eta_x^2 - \varepsilon_0)}. \tag{13}$$

Проведем численные оценки. Рассмотрим в качестве первой среды стекло с показателем преломления 1.57, а в качестве второй — гибридно-ориентированный жидкий кристалл МББА с толщиной $10\,\mu$m ($\varepsilon_{II} = 3.24$, $\varepsilon_\perp = 2.46$ для $\lambda = 0.53\,\mu$m). С достаточно хорошей точностью такую ячейку можно считать плоскослоистой с $b = 0.05$. Построим сначала зависимость (10). Она представлена на рисунке. Заметна характерная особенность. Максимум поля локализован не на границе, а внутри неоднородного слоя. Таким образом, как и в случае нелинейной среды [13], возбуждение линейной $s$-поляризованной волны возможно только в том случае, когда решение $E_2(\xi)$ растет при удалении от границы раздела (максимальное значение поля достигается на расстояниях порядка длины волны от границы раздела), но тем не менее на бесконечности обращается в нуль. Такому условию удовлетворяет плоскослоистая среда с $b > 0$. Графическое решение уравнения (3) дает волновой вектор исследуемой поверхностной волны. Для приведенных выше параметров $\eta_x = 1.573$.

3. Таким образом, как показывает настоящий анализ, на границе однородного диэлектрика с плоскослоистой средой могут существовать $s$-поляризованные поверхностные волны, что связано с дефор-




Структура нормированного электрического поля в неоднородной среде.

мацией пространственной огибающей электрической и магнитной составляющих поверхностной волны, распространяющейся в одномерно-неоднородной (в частности, в плоскослоистой) среде. Однако следует отметить, что такие линейные $s$-поляризованные волны могут существовать, когда показатель преломления растет при удалении от границы раздела, что соответствует условию $b > 0$.

Автор признателен Ю.С. Чилингаряну за полезные обсуждения.

Работа выполнена в рамках темы № 1073, финансируемой правительством Республики Армения.

## Список литературы

[1] *Поверхностные* поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. М.: Наука, 1985. С. 300.
[2] *Дьяконов М.И.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 34. В. 3. С. 118–123.
[3] *Tomlinson W.J.* // Opt. Lett. 1980. V. 5. N 7. P. 323–325.
[4] *Chen W., Maradudin A.A.* // JOSA. 1988. V. B5. N 2. P. 529–538.
[5] *Conwell E.M.* // Phys. Rev. 1975. V. B11. P. 1508–1514.

[6] *Асланян Л.С., Бадалян Н.Н., Петросян А.А., Чилингарян Ю.С.* // Опт. и спектр. 1987. Т. 63. В. 5. С. 1080–1084.

[7] *Асланян Л.С., Бадалян Н.Н., Григорян А.Г., Петросян А.А., Чилингарян Ю.С.* // Изв. АН Арм. ССР. Физика. 1988. Т. 23. В. 5. С. 265–269.

[8] *Шварцбург Ф.Б.* // УФН. 2000. Т. 170. В. 12. С. 1297–1324.

[9] *Асланян Л.С.* // Ученые записки ЕГУ. 1992. В. 1. С. 52–55.

[10] *Monchicourt P.I.* // Phys. Condenc. Mat. 1997. V. 9. P. 5765–5777.

[11] *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. С. 430.

[12] *Бреховских А.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.

[13] *Newell A.C., Moloney I.V.* Nonlinear optics. Addison — Wesley Publishing Company, 1992. P. 432.