

07

Тонкая структура „белых“ оптических вихрей в кристалле

© А.В. Воляр, Ю.А. Егоров, А.Ф. Рыбась, Т.А. Фадеева

Таврический национальный университет им. В. Вернадского, Украина,
Симферополь
E-mail: volyar@ccssu.crimea.ua

Поступило в Редакцию 25 декабря 2003 г.

Экспериментально и теоретически рассмотрено представление возмущенного оптического вихря после одноосного кристалла и поляризационного фильтра на комплексной плоскости и орбитальной сфере Пуанкаре. Показано, что основные свойства полихроматического оптического вихря описываются с помощью восьми экспериментально измеряемых величин: четырех орбитальных и четырех спиновых параметров Стокса сингулярного пучка.

Впервые на возможность генерации оптических вихрей в полихроматическом свете („белых“ вихрей) было указано в работе [1], авторам которой удалось воспроизвести тонкую структуру волновой каустики в результате рассеяния белого света на рифленном стекле. Тонкая структура каустики формировалась за счет регулярной „укладки“ единичных вихрей, которые в конечном итоге образовывали аналог кристаллографической решетки [2]. Окрестность каждого вихря в узлах этой решетки имела своеобразную окраску, существенно отличающуюся по своей структуре от распределения цветов в радуге. Тем не менее этот способ принципиально не позволял формировать единичные белые вихри. Совсем недавно был предложен оригинальный способ создания белых вихрей [3] с помощью обычных компьютерно синтезированных голограмм. Он предполагает коррекцию дисперсии пучка после голограммы с помощью специальной призмы, компенсирующей угловую дисперсию голограммы.

Вместе с тем мы в работе [4] уже анализировали основные черты единичных белых вихрей, возникающих в результате прохождения пучка через одноосный кристалл и поляризационный фильтр. Предложенный нами способ довольно прост и удобен в обращении, более того, он позволяет управлять положением вихря в пучке. Однако белые вихри,

полученные этим способом, имеют характерную тонкую структуру, отличающуюся от структуры монохроматических вихрей. Дело в том, что вырожденный вихрь, возникающий на оси кристалла при отсутствии внешнего поляризационного возмущения, расщепляется на два единичных вихря под действием внешнего возмущения. Контуры вихрей по мере удаления от оси расплываются. В конечном итоге вихри исчезают. В работе [4] мы показали, что за этот процесс отвечает деполяризация пучка. В то же время возмущенные белые вихри приобретают новые свойства. Как показывает эксперимент, окрестность возмущенного вихря имеет удивительно обедненную цветовую окраску, резко отличающуюся от окраски минимумов дифракционных картин. Но, прежде чем исследовать распределение цветов вблизи сердцевины вихря, необходимо очертить тот круг параметров, которые единым образом описывают состояние полихроматических вихрей.

Целью данной работы является выявление и изучение основных параметров, отвечающих за состояние белых вихрей в пучке после одноосного кристалла.

Пусть циркулярно поляризованный полихроматический световой пучок проходит последовательно через одноосный кристалл и четвертьволновую пластинку (фазовый корректор) с отклонением μ от стандартной разности фаз $\pi/2$: $\Delta = \pi/2 + \mu$. (В работе [4] мы уже отмечали, что действие $\lambda/4$ -пластинки на полихроматический пучок сопровождается преобразованием состояния поляризации света для спектральных компонент вблизи спектрального максимума. Остальные компоненты вносят деполяризованный фон. Кроме того, в качестве аналога $\lambda/4$ -пластинки можно использовать ахроматичный ромб Френеля). Компоненты электрического поля можно найти из выражения (2) работы [5] в виде

$$\begin{aligned} E_x &= \{-\sin \mu/2 \cos \delta/2 + i \cos \mu/2 \sin \delta/2 \exp(i2\varphi)\}G_0, \\ E_y &= i\{\cos \mu/2 \cos \delta/2 + i \sin \mu/2 \sin \delta/2 \exp(i2\varphi)\}G_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\delta = ar^2$, a — константа кристалла, Δ — разность фаз, вводимая поляризационным возмущением от $\lambda/4$ -пластинки, $G_0 = \exp\{-ikr^2/2Z\}/Z$ — волновая функция фундаментального гауссова пучка, $Z = z + iz_0$, $z_0 = k\rho^2/2$, ρ — радиус перетяжки пучка при $z = 0$. Предполагается, что исходный пучок имеет лево-циркулярную поляризацию. В окрестности центра оптического вихря поле E_x компоненты

пучка можно представить как

$$E'_x = (Ax' + iBy')G_0(x', y'), \quad (2)$$

где $A = \sqrt{a\mu}$, $B = \sqrt{a} \sin \mu / \sqrt{\mu}$. Образует вектор-столбец

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_x \\ \mathcal{J}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ iB \end{pmatrix}, \quad (3)$$

который по своим свойствам напоминает известный в поляризационной оптике вектор-столбец Джонса [6]. Выберем новый базис для компонент вектора \mathcal{J} , используя преобразования

$$\mathcal{J}^+ = \mathcal{J}_x + i\mathcal{J}_y = A - B, \quad \mathcal{J}^- = \mathcal{J}_x - i\mathcal{J}_y = A + B. \quad (4)$$

В общем случае параметры A и B являются комплексными величинами, как, например, при дифракции гауссова пучка на клине [7]. Поэтому удобно образовать единый комплексный параметр β :

$$\beta = \mathcal{J}^+ / \mathcal{J}^- = |\beta| \exp(i\Omega), \quad (5)$$

где $\Omega = \arg(\beta)$. Теперь состояние поля в окрестности сердцевинки монохроматического вихря можно представить точкой на комплексной плоскости с действительной $\text{Re}(\beta)$ и мнимой $\text{Im}(\beta)$ осями. Обратим внимание на тот факт, что линии равной интенсивности вблизи сердцевинки вихря имеют эллиптическую форму (см. выражение (2)). Изменение параметров вихря отразится на форме эллипса. Тогда эволюция формы возмущенного вихря выразится в виде траектории на комплексной плоскости (рис. 1, *a*). Двигаясь по комплексной плоскости вдоль прямых лучей, исходящих из начала координат, мы можем следить за изменением степени эллиптичности вихря, в то время как угол наклона большей оси эллипса остается без изменений. Перемещение вдоль окружности с центром в начале координат оставляет постоянным эллиптичность вихря. Угол наклона эллипса изменяется на π при полном обходе контура.

Чтобы дать общее описание состояния сердцевинки вихря, воспользуемся свойствами стереографической проекции и отобразим точки комплексной плоскости $\beta^{(+,-)}$ на сферу, которая касается плоскости в начале координат (рис. 1, *b*). В поляризационной оптике эта сфера называется сферой Пуанкаре, а декартовы координаты точки на сфере

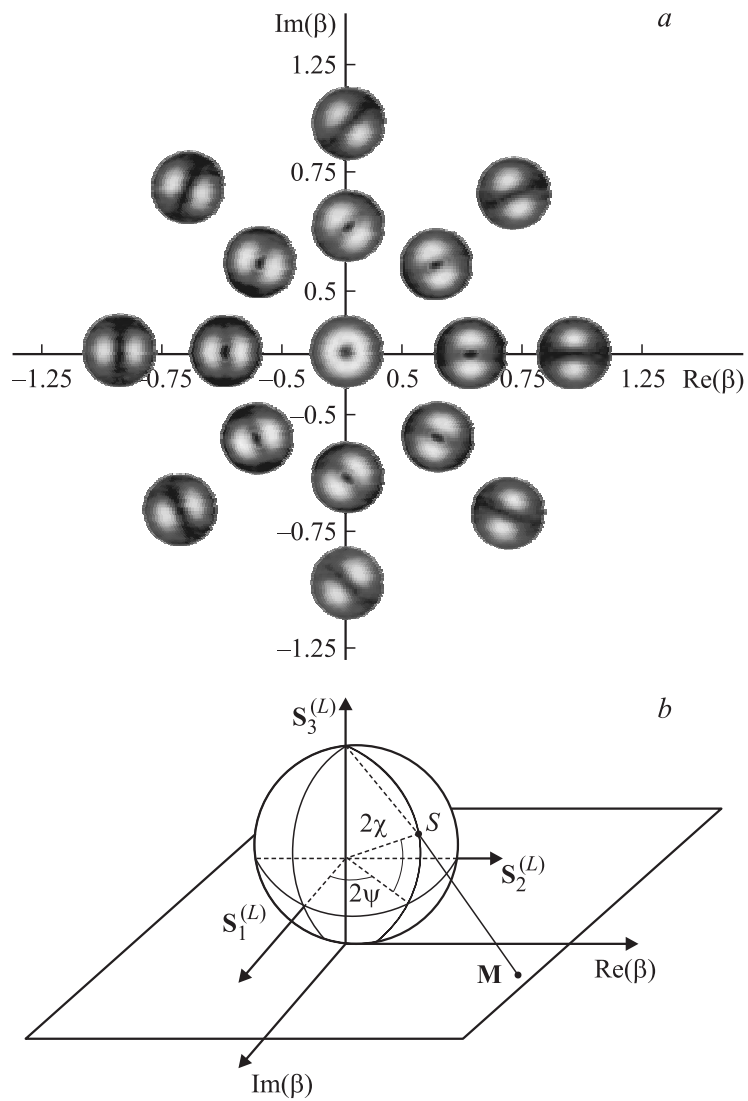


Рис. 1. Представление состояния оптического вихря на комплексной плоскости (a) и орбитальной сфере Пуанкаре (b).

называют параметрами Стокса. Обозначим их как орбитальные параметры вихря $\{S_0^L, S_1^L, S_2^L, S_3^L\}$, чтобы не путать с поляризационными (или спиновыми) параметрами Стокса. (Принятое название мы поясним ниже). Используя (3), запишем орбитальные параметры вихря в виде

$$\begin{aligned} S_0^L &= |\mathcal{J}_x|^2 + |\mathcal{J}_y|^2 = A^2 + B^2 = \frac{a}{\mu}(\mu^2 + \sin^2 \mu), \\ S_1^L &= |\mathcal{J}_x|^2 - |\mathcal{J}_y|^2 = A^2 - B^2 = \frac{a}{\mu}(\mu^2 - \sin^2 \mu), \\ S_2^L &= 2\text{Re}(\mathcal{J}_x \mathcal{J}_y^*) = 0, \quad S_3^L = 2\text{Im}(\mathcal{J}_x^* \mathcal{J}_y) = 2a \sin \mu. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, полюсам сферы соответствуют идеальные оптические вихри с различными знаками степени эллиптичности, а на экваторе располагаются полностью искаженные вихри — состояния с вырожденной краевой дислокацией (суперпозиция двух вихрей с противоположными топологическими зарядами). В нашем случае возмущение μ перемещает состояния вихря вдоль меридиана, пересекающего ось S_1^L . Степень эллиптичности вихря Q и угол наклона главной полуоси эллипса ψ найдем как

$$L = \frac{S_3^L}{S_0^L} = \sin 2\chi, \quad Q = \text{tg } \chi \quad \text{и} \quad \frac{S_2^L}{S_1^L} = \text{tg } 2\psi. \quad (7)$$

Пусть через кристалл распространяется полихроматический пучок. Для простоты выберем спектральную функцию пучка в виде [4]

$$U = \exp(-(k - \tilde{k})^2 / \Delta k^2), \quad (8)$$

тогда орбитальные параметры полихроматического пучка найдем как

$$\begin{aligned} \tilde{S}_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_0(k) U(k, \Delta k) dk = \alpha \left\{ \gamma^2 (\tilde{k}^2 + \Delta k^2 / 2) \right. \\ &\quad \left. + [1 - \exp(-\gamma^2 \Delta k^2) \cos(2\tilde{k}\gamma)] / 2 \right\} / \gamma, \\ \tilde{S}_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_1(k) U(k, \Delta k) dk = \alpha \left\{ \gamma^2 (\tilde{k}^2 + \Delta k^2 / 2) \right. \\ &\quad \left. - [1 - \exp(-\gamma^2 \Delta k^2) \cos(2\tilde{k}\gamma)] / 2 \right\} / \gamma, \end{aligned}$$

$$\tilde{S}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} S_3(k)U(k, \Delta k)dk = 2\alpha\{\tilde{k} \sin(\tilde{k}\gamma) + \Delta k^2 \gamma \cos(\tilde{k}\gamma)/2\}, \quad (9)$$

где $\gamma = \Delta n_2 d$, $\alpha = \Delta n_1 / h$ [4], \tilde{k} — волновое число в спектральном максимуме, Δn_1 и Δn_2 — двулучепреломление одноосного кристалла и $\lambda/4$ -пластинки соответственно, h — толщина кристалла.

Степень эллиптичности сердцевин вихря задается с помощью (7) в виде

$$L = \sin 2\chi = \tilde{S}_3^L, \quad \tilde{Q} = \frac{\tilde{b}}{\tilde{a}} = \tan \chi = \tan\{\arcsin(L)/2\} = L/(1 + \sqrt{1 - L^2}),$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \chi \leq \frac{\pi}{2},$$

где \tilde{b} и \tilde{a} — оси эллипса, образованного линией равного уровня интенсивности. Эти величины можно определить экспериментально.

Чтобы выяснить физический смысл орбитальных параметров вихря, найдем среднее значение оператора орбитального момента $\hat{L} = -i\partial/\partial\varphi$ [8]:

$$\langle L \rangle = \frac{\langle E_x | \hat{L} | E_x \rangle}{\langle E_x | E_x \rangle} = \frac{2AB}{A^2 + B^2} = \frac{S_3^L}{S_0^L}. \quad (10)$$

Таким образом, третий параметр определяет орбитальный угловой момент L возмущенного вихря, точно так же, как третий параметр Стокса S_3 определяет спиновой угловой момент поля. Полученный результат также указывает на то, что северное полушарие орбитальной сферы Пуанкаре на рис. 1, b соответствует вихрям с положительным угловым орбитальным моментом, в южном полушарии сосредоточены состояния с отрицательным угловым моментом.

Для экспериментального исследования некогерентный пучок света от лампы накаливания пропускался через кристалл LiNbO_3 , $\lambda/4$ -пластинку и поляризационный фильтр [4]. В процессе эксперимента наклон $\lambda/4$ -пластинки изменялся, вводя поляризационное возмущение и расщепляя вырожденный вихрь на оси. Изображение пучка регистрировалось CCD-камерой и обрабатывалось на компьютере. Строились линии уровня равной интенсивности в окрестности вихря и измерялись оси эллипса \tilde{b} и \tilde{a} . Результаты измерений приведены на рис. 2, a , который демонстрирует хорошее согласование теоретической и экспериментальной кривой зависимости степени эллиптичности вихря Q

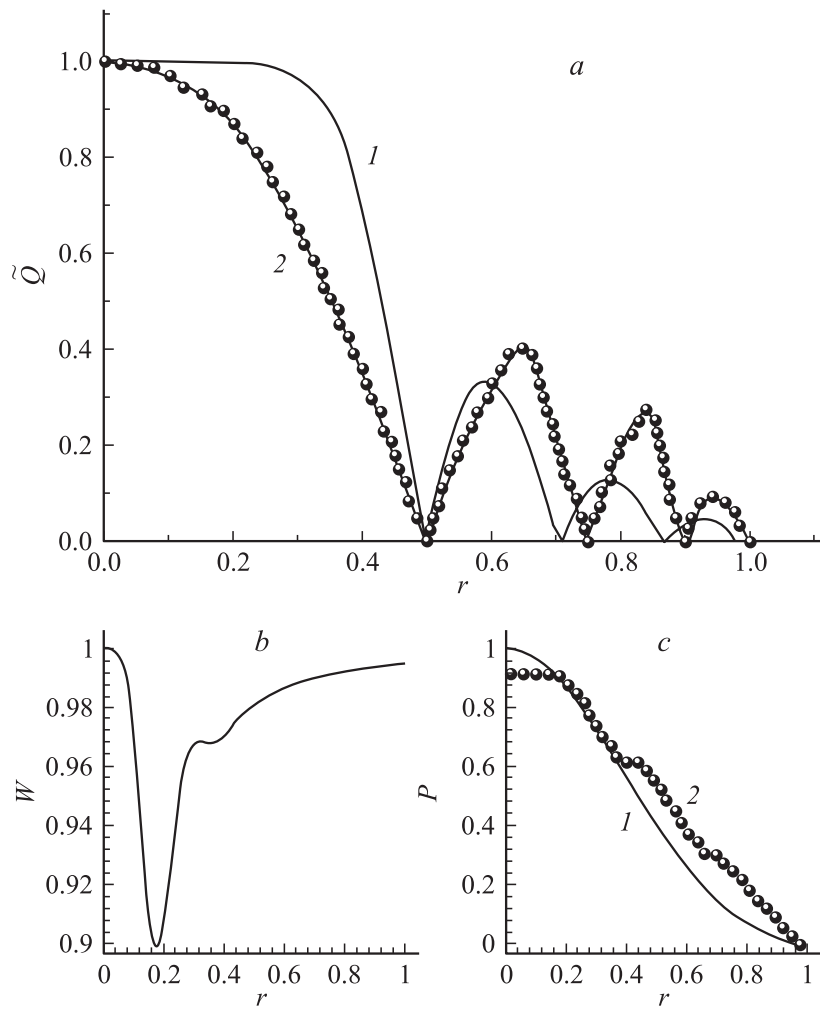


Рис. 2. Зависимости степени эллиптичности Q сердцевинки возмущенного вихря (а) и степени поляризации P (с) от радиального смещения r (отн. ед.). 1 — теория, 2 — эксперимент; b — зависимость вероятности W встретить вихрь в состоянии с эллиптичностью Q от радиального смещения r .

от величины радиального смещения r . Заметим, что для полного описания состояния полихроматического вихря необходимо использовать величину $W = (S_1^L + S_2^L + S_3^L)^{1/2}/S_0^L$, характеризующую вероятность встретить оптический вихрь в состоянии с эллиптичностью Q . Рис. 2, *b* иллюстрирует теоретическую зависимость величины вероятности W от смещения r . Кроме того, по мере удаления от оси пучка, прошедшего кристалл, степень поляризации света экспоненциально спадает до нуля. Этот процесс на эксперименте проявляется в виде радужной окраски сингулярностей. Теоретический расчет величины степени поляризации P (что соответствует измерению еще четырех спиновых параметров Стокса) мы уже представляли в работе [4], в данной статье приводим экспериментальную зависимость $P(r)$, которую иллюстрирует рис. 2, *c*.

Таким образом, выше приведенные исследования показали, что для полного описания состояния полихроматического сингулярного пучка требуется восемь величин: четыре орбитальных и четыре спиновых параметра Стокса. Эволюцию сингулярного пучка удобно представлять в виде траектории, либо на комплексной плоскости, либо на орбитальной сфере Пуанкаре.

Список литературы

- [1] *Berry M., Klein S.* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. Physics. 1996. V. 93. P. 2614–2619.
- [2] *Berry M., Nye J., Whright F.* // Phil. Trans. Roy. Soc. 1979. A-291. P. 453–484.
- [3] *Leach J., Padgett M.J.* // New J. Phys. 2003. V. 5. P. 154.1–154.7.
- [4] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Опт. и спектр. 2003. Т. 94. № 2. С. 260–270.
- [5] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Опт. и спектр. 2003. Т. 95. № 2. С. 285–293.
- [6] *Аззам Р., Башара Н.* Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981. 583 с.
- [7] *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Шведов В.Г.* // Опт. и спектр. 2002. Т. 93. № 2. С. 286–292.
- [8] *Allen L., Padgett M.J., Babiker M.* // Progress in Optics. 1999. V. XXXIX. P. 291–372.