01

Анализ процесса переноса энергии в диэлектрике с учетом релаксационной поляризации

© О.А. Емельянов

С.-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: oae@mail.wplus.net

Поступило в Редакцию 20 апреля 2004 г.

Рассмотрены энергетические соотношения макроскопической электродинамики диэлектрика с учетом релаксационной поляризации. Получено выражение для плотности потока мощности диэлектрических потерь в случае произвольно зависящего от времени электрического поля. Предложена энергетическая оценка эффективности диэлектрика емкостных накопителей энергии.

Для сравнительной оценки диэлектриков современных емкостных накопителей энергии обычно используют выражение для плотности запасенной энергии электрического поля

$$W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \tag{1}$$

где ε_0 и ε — соответственно абсолютная и относительная диэлектрические проницаемости, E — величина напряженности электрического поля. Под ε часто понимают значение статической проницаемости ε_s, соответствующей постоянному полю с частотой $\omega = 0$. Большинство современных полимерных конденсаторных диэлектриков обладают частотно-температурной зависимостью $\varepsilon(\omega, T)$, обусловленной процессами релаксационной поляризации. Энергия W_{eff}, отдаваемая конденсатором в нагрузку, определяется запасенной энергией W_e за вычетом энергии релаксационных потерь W_Q, которая в основном идет на нагрев диэлектрика. При интенсивных электротепловых нагрузках в конденсаторном диэлектрике вследствие релаксационных потерь могут возникать эффекты теплового переключения и пробоя, что ранее было показано в теоретическом [1,2] и экспериментальном [3] отношениях.

В условиях небольших электротепловых нагрузок в технических приложениях оценку W_{eff} проводят обычно на основе соотношения

$$W_{eff} = \frac{r}{r + r_{se}} W_e, \tag{2}$$

где r — сопротивление нагрузки, r_{se} — эквивалентное последовательное сопротивление диэлектрика. Формула (2), однако, подразумевает активный характер нагрузки и простую последовательную схему замещения диэлектрика, что крайне редко выполняется на практике. Кроме того, r_{se} соответствует установившемуся синусоидальному полю, в то время как режимы нагрузки часто имеют однократный характер. Более корректно оценивать W_{eff} как

$$W_{eff} = W_e - W_Q, \tag{3}$$

но для этого надо знать W_Q или выражение для плотности потока мощности потерь Q, и тогда

$$W_Q = \int Q(t)\, dt. \tag{4}$$

Однако в известных курсах электродинамики [4,5] и физики диэлектриков [6,7] приводятся выражения только для средней мощности потерь за период T синусоидально действующего поля E:

$$\overline{Q} = \frac{1}{T} \int_0^T jE\, dt, \tag{5}$$

где j — плотность полного тока через диэлектрик. Для оценки Q и соответственно W_{eff} необходимо привлекать дополнительные соображения, справедливые для произвольных, не обязательно периодических полей. Тогда, используя понятие плотности потока мощности потерь Q для периодических полей, очевидно, имеем

$$\overline{Q} = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t)\, dt. \tag{6}$$

Рассмотрим в отсутствие сторонних зарядов немагнитный диэлектрик, характеризующийся релаксационным процессом установления поляризации:

$$P(t) = \varepsilon(\varepsilon_\infty - 1)E + \varepsilon_0 \int\limits_{-\infty}^{t} \alpha(t-u)E(u)\,du, \qquad (7)$$

где ε_∞ соответствует мгновенно устанавливающимся видам поляризации, а $\alpha(t)$ является функцией спадания диэлектрика [7]. Для вектора Пойтинга **S**, обусловленного запасаемой (отдаваемой) энергией электрического поля, имеем

$$-\operatorname{div}\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E^2}{2} + E\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial W_e}{\partial t} + Q. \qquad (8)$$

В самом общем случае произвольных полей и механизмов установления поляризации (7) промежуточное соотношение в (8) на $\frac{\partial W_e}{\partial t}$ и Q не разделить [8]. Однако в конкретных случаях такое разделение провести возможно, в частности для модели плазмы в виде совокупности осцилляторов, выражения для изменения плотности электрической энергии W_e и Q были получены в [8]. Аналогичные выражения могут быть получены и для случая релаксационной поляризации, если соотношение (7) возможно представить в виде дифференциального уравнения, явно содержащего поле E. Для этого достаточно, чтобы ядро $\alpha(t)$ было вырожденным, что справедливо, например, для дебаевской релаксации [7]:

$$\alpha(t) = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \qquad (9)$$

где ε_s — статическое значение диэлектрической проницаемости, а τ — время релаксации. В этом случае для релаксационной составляющей поляризации $P_r(t)$ справедливо линейное дифференциальное уравнение I порядка

$$\frac{dP_r(t)}{dt} + \frac{P_r(t)}{\tau} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{\tau}E(t). \qquad (10)$$

Тогда после преобразований имеем следующие выражения для плотностей потоков запасаемой (отдаваемой) мощности электрического поля и диэлектрических потерь (тепла):

$$\frac{\partial W_e}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)} P_r(t) \frac{dP_r(t)}{dt} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty E^2}{2},$$

$$Q(t) = \frac{\tau}{\varepsilon_0(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)} \left[\frac{dP_r(t)}{dt}\right]^2. \tag{11}$$

В частности, для монохроматического поля $E = E_0 \cdot \exp(i\omega t)$, используя полученные соотношения, имеем известное выражение для средней мощности потерь:

$$\overline{Q} = \frac{1}{T} \int\limits_0^T Q(t)\,dt = \frac{\omega\tau\,(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0}{1 + \omega^2\tau^2} \frac{E_0^2}{2} = \omega\varepsilon_0\varepsilon'' \frac{E_0^2}{2}, \tag{12}$$

где ε'' — мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости (фактор потерь). Для полей произвольного вида эффективность емкостного накопителя следует определять из значения W_{eff} с учетом решения (10), используя (11). В частности, для экспоненциально спадающего поля $E = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right)$, полагая $P_r(t) = P_r\big(E(t)\big)$, $\frac{dP_r(t)}{dt} = \frac{dP_r}{dE} \frac{dE}{dt}$, $t = -\tau_E \ln\left(\frac{E}{E_0}\right)$, имеем следующее дифференциальное уравнение для $P_r(E)$:

$$\frac{dP_r}{dE} - \frac{\alpha}{E} P_r = -(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha, \tag{13}$$

где $\alpha = \frac{\tau_E}{\tau}$ — параметр отношения характерных времен изменения поля и релаксационного процесса поляризации. Решение (13) имеет вид:

$$P_r(t) = \left(P_s + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{1 - \alpha}\right) \left[\frac{E}{E_0}\right]^\alpha - \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{1 - \alpha} E, \tag{14}$$

где P_s — начальный уровень поляризации при $t = 0$. Исходя из условий пассивности разряда диэлектрика $P_s = -\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{1-\alpha}$, получаем

$$\begin{gathered} -\frac{\partial W_e}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty E^2}{2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha^2}{(1 - \alpha)^2\tau_E} E^2, \\ Q = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{(1 - \alpha)\tau_E} E^2. \end{gathered} \tag{15}$$

Интегрируя (15) по t в пределах от 0 до ∞, полагая $P_r(\infty) = 0$, имеем

$$W_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0^2}{2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\,\frac{E_0^2}{2},$$
$$W_Q = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{(1-\alpha)^2}\,\frac{E_0^2}{2} \qquad (16)$$

и полный поток энергии, направляемый в нагрузку:

$$W_{eff} = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0\alpha}{(1-\alpha)}\,\frac{E_0^2}{2} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0^2}{2}. \qquad (17)$$

Очевидно, что W_Q независимо от величины α всегда положительна. При пасивном разряде $\alpha > 1$ и $W_{eff} > 0$, что соответствует положительности направления вектора Пойтинга из объема диэлектрика наружу. В случае $\alpha < 1$ происходит обратный процесс, а именно осуществляется работа источника внешней энергии по запасанию поля в диэлектрике. Случай $\alpha = 0$ соответствует короткому замыканию и вся запасенная энергия превращается в тепло $W_e = W_Q$.

Зная реальные характеристики диэлектрика и характерные времена изменения поля (требуемые времена разряда), можно провести сравнительный анализ эффективности используемых диэлектриков на основе коэффициента полезного действия

$$\eta = \frac{W_{eff}}{W_e} = 1 - \frac{W_Q}{W_e}. \qquad (18)$$

Для экспоненциально спадающего поля имеем

$$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha + \frac{\varepsilon_\infty(1-\alpha)^2}{(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\alpha}} \qquad (19)$$

и соответственно $\eta = 0$ при $\alpha = 1$, $\eta \to 1$ при $\alpha \gg 1$.

Используя параметры диэлектрика ε_∞, ε_s, τ и зная требуемые времена разряда τ_E, можно проводить оптимальный выбор диэлектрика емкостного накопителя. В частности, при временах τ_E, исчисляемых десятками–сотнями миллисекунд, например для электромагнитных термических систем (ЕТС) [9], предложено использование полипропилена, хотя более эффективно, вероятно, применение полиэтилентерефталатного диэлектрика. Вместе с тем известно, что многие реальные диэлектрики характеризуются спектром времен релаксации τ. Учет этого обстоятельства требует дополнительного рассмотрения и выходит за рамки настоящей статьи.

Список литературы

[1] *Емельянов О.А.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 9. С. 76–81.
[2] *Емельянов О.А.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 16. С. 32–39.
[3] *Емельянов О.А.* // Электротехника. 2002. № 4. С. 6–10.
[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М., 2001. 651 с.
[5] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М., 1954. 620 с.
[6] *Фрелих Г.* Теория диэлектриков. М., 1960. 219 с.
[7] *Койков С.Н.* Физика диэлектриков. Л., 1967. 247 с.
[8] *Бараш Ю.С., Гинзбург В.Л.* // УФН. 1976. Т. 118. В. 3. С. 523–537.
[9] *Wisken H.G., Weise Th.H.G.* // IEEE Trans. On Magnetics. 2003. V. 39. N 1. P. 446–450.