

03;11

Расчет теплового потока в торец ударной трубы из области за отраженной ударной волной

© С.В. Булович, В.Э. Виколайнен, Р.Л. Петров

С.-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: bsv@stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 28 апреля 2004 г.

Выполнено численное моделирование задачи сопряженного нестационарного теплообмена, которая возникает при рассмотрении формирования температурного пограничного слоя в результате взаимодействия ударной волны с плоской торцевой поверхностью ударной трубы. Результаты расчетов полезны при анализе соответствующих экспериментальных данных. Приведены зависимости теплового потока и температуры на границе контакта газа с твердой поверхностью. Получено распределение теплового потока для двух предельных вариантов граничных условий на наружной поверхности ударной трубы.

Введение. Известное автомодельное решение [1] об отражении ударной волны от плоской торцевой поверхности ударной трубы строго выполняется только в случае теплоизолированной стенки. Учет теплопроводности материала приводит к формированию температурного пограничного слоя как в газе в окрестности торцевой части стенки ударной трубы, так и непосредственно в материале конструкции. При этом возникает задача сопряженного нестационарного теплообмена, когда на границе раздела сред для любого момента времени должны быть выполнены так называемые граничные условия IV рода [2].

Получим решение задачи сопряженного теплообмена для времени $t > t^* = 2\Delta/U$, где t^* — характерное время взаимодействия ударной волны с поверхностью, Δ — ширина фронта ударной волны, U — абсолютная скорость движения ударной волны.

За время t^* температура газа в окрестности стенки увеличивается с уровня, соответствующего состоянию газа до взаимодействия ударной волны со стенкой до уровня за отраженной ударной волной. Заметим, что нарушение теплового равновесия между газом и твердым телом возникает с момента контакта фронта падающей ударной волны с поверхностью тела и с этого же момента времени начинается формирование температурного пограничного слоя. Сопоставление времени релаксации газодинамических функций в пограничном слое со временем взаимодействия ударной волны с поверхностью позволяет констатировать, что эти процессы характеризуются различными масштабами. Поэтому можно принять, что температура газа на границе раздела сред меняется скачком и время взаимодействия t^* можно не учитывать при рассмотрении формирования температурного пограничного слоя.

Постановка задачи. Примем, что давление газа в окрестности твердой стенки изменяется несущественно. Тогда состояние газодинамических функций в тепловом пограничном слое можно описать при помощи уравнений баланса массы, энергии и уравнения состояния.

Система уравнений для описания поведения функций в пограничном слое имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} &= 0, \\ \rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g c_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) &= 0, \\ \rho_g &= \frac{p_g}{RT_g}, \quad \lambda_g = \lambda_g(T_g), \quad c_g = c_g(T_g), \quad p_g = \text{const}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь t — время; x — координата по нормали к поверхности; ρ_g , u_g , T_g , p_g , c_g , λ_g — плотность, скорость, температура, давление, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности газа соответственно; R — газовая постоянная.

Уравнение баланса энергии для твердого тела запишем в форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s c_s T_s) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) &= 0, \\ c_s &= c_s(T_s), \quad \lambda_s = \lambda_s(T_s), \quad \rho_s = \text{const}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ρ_s , T_s , c_s , λ_s — плотность, температура, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала соответственно.

Граничные условия. На внешней границе пограничного слоя значение температуры соответствует исходному начальному состоянию газа за отраженной ударной волной, т.е. реализуется граничное условие I рода.

Формально тепловое состояние на несопряженной границе твердого тела может быть представлено формулой, отражающей структуру граничного условия III рода, а именно

$$\alpha T + \beta \frac{\partial T}{\partial x} = \gamma. \quad (3)$$

Соответствующий выбор коэффициентов позволяет реализовать требуемое граничное условие по температуре, тепловому потоку или их комбинацию.

На сопряженной границе определяется значение температуры, которое обеспечивает выполнение условия совпадения значений тепловых потоков в газе и твердом теле. Здесь же задается однородное граничное условие для скорости газа.

Начальные условия. Значения газодинамических функций соответствуют состоянию за отраженной ударной волной. Температура в твердом теле совпадает с температурой газа до прихода ударной волны. Температура поверхности стенки обеспечивает согласование значений тепловых потоков в газе и твердом теле.

Метод решения. Задача решается численно. Дискретизация расчетной области осуществляется по методу контрольных объемов. Значения функций определены относительно центров ячеек. Значения тепловых и конвективных потоков определены на границах контрольных ячеек. Для интегрирования системы уравнений по времени применяется двухслойная схема типа Кранка–Никольсона. Полное согласование значений функций на верхнем временном слое обеспечивается при помощи простых итераций. При этом уточняются значения функций, которые зависят от температуры, и значение температуры поверхности, т.е. уравнение энергии для газа и твердого тела решается при граничных условиях I рода, а собственно температура поверхности определяется из равенства тепловых потоков и уточняется в результате итераций.

Результаты. Для поставленной задачи нестационарного сопряженного теплообмена выполнены два сравнительных расчета. Предполагалось, что материал торца ударной трубы двухслойный. Поверхностный слой толщиной $2.0 \cdot 10^{-4}$ м выполнен из висмута ($c_s = 125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $\lambda_s = 9 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\rho_s = 9800 \text{ kg}/\text{m}^3$). Следующий слой в первом варианте состоял из меди ($c_s = 396 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$),

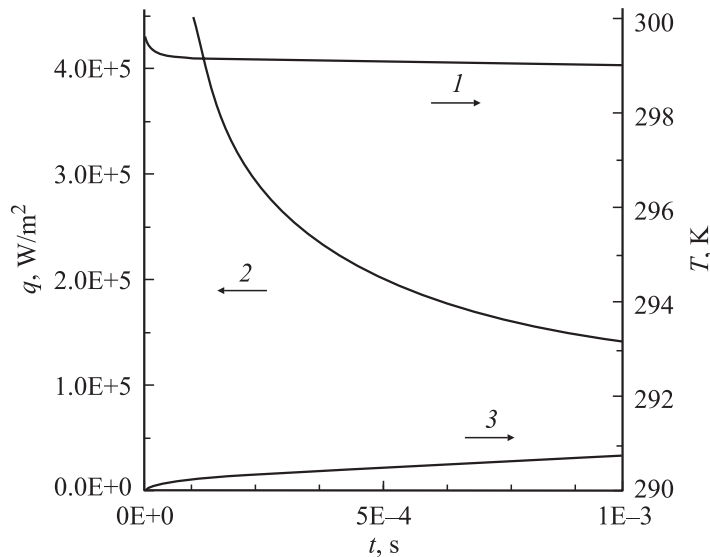


Рис. 1. Зависимость температуры (1) и теплового потока (2) на сопряженной границе; зависимость средней температуры (3) висмута от времени.

$\lambda_s = 389 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\rho_s = 8930 \text{ kg}/\text{m}^3$), во втором варианте — из оргстекла ($c_s = 1425 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $\lambda_s = 0.184 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\rho_s = 1180 \text{ kg}/\text{m}^3$). Сравнение коэффициентов теплопроводности для меди и оргстекла с коэффициентом теплопроводности висмута позволяет ограничить расчет распространения тепла только в слое висмута с граничными условиями I и II рода соответственно для рассматриваемых вариантов. Начальная температура в материале $T_s = 290 \text{ K}$. Толщина рассматриваемого газового слоя составляла $5.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Расчеты проводились для воздуха со следующими параметрами за отраженной ударной волной: $p_g = 1.5 \text{ MPa}$, $T_g = 725 \text{ K}$, что соответствует значению числа Маха падающей ударной волны $M_1 = 2$ при начальном атмосферном давлении.

Шаг дискретизации по пространству составил $1.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, шаг интегрирования по времени был выбран равным $1.0 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Расчет велся до времени $1.0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

На рис. 1 приведены зависимости температуры (кривая 1) и теплового потока (кривая 2) на поверхности висмута как функции времени.

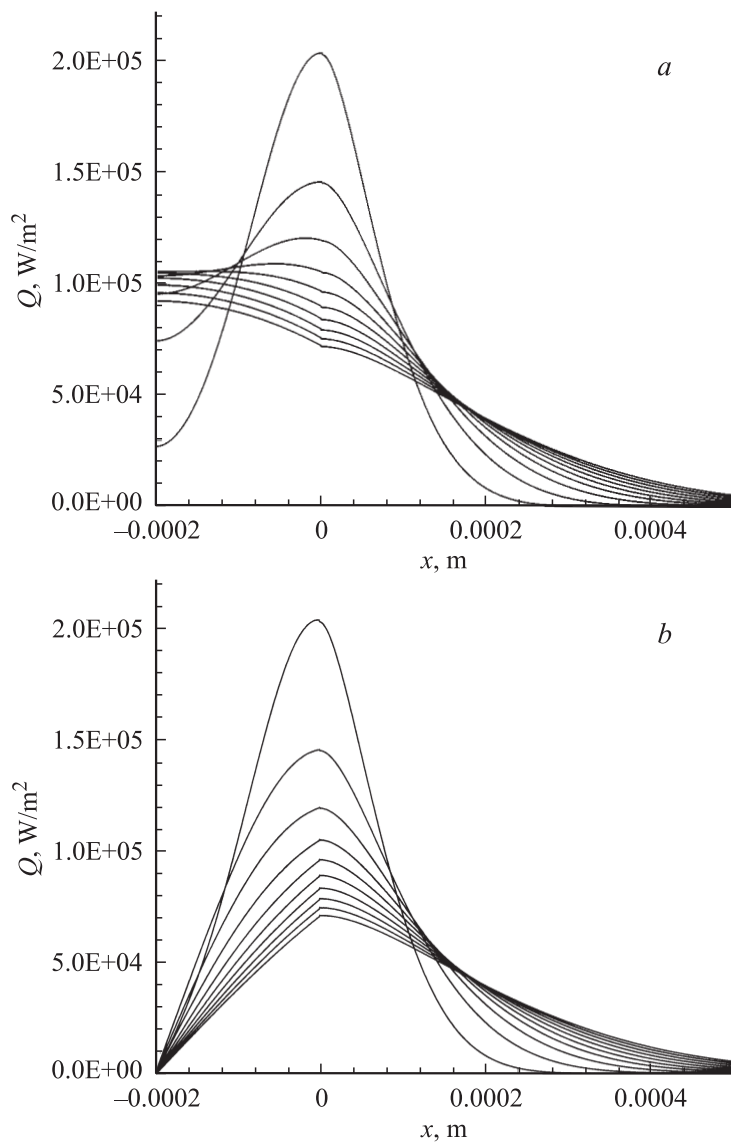


Рис. 2. Распределение тепловых потоков в системе газ–твердое тело для варианта с медной подложкой (*a*) и варианта с подложкой из оргстекла (*b*).

Здесь же зависимость Z передает значение средней температуры висмута для случая с теплоизолированной подложкой.

Зависимости распределения теплового потока по пространству в различные моменты времени для двух вариантов представлены на рис. 2. Иллюстративная информация как функция времени на рис. 2 выводилась с шагом $5.0 \cdot 10^{-4}$ с.

Из сравнительного анализа двух вариантов можно сделать следующие заключения. До моментов времени, пока прогрев висмута не произошел на всю глубину материала, характер развития процессов теплопередачи для двух вариантов практически идентичен, несмотря на видимое различие в значениях теплового потока на границе висмута с подложкой. Характерное время, когда на сопряженной границе величины температур и тепловых потоков неразличимы для двух вариантов, составляет в рассматриваемом случае около $1.0 \cdot 10^{-3}$ с и определяется толщиной висмута.

Дальнейшее развитие процесса теплопередачи во времени заключается в том, что интенсивность теплового потока на границе раздела сред будет уменьшаться из-за увеличения толщины температурного пограничного слоя в газе. Это явление (нарастание температурного пограничного слоя пропорционально корню квадратному из времени) собственно и определяет характер протекания всех процессов как в газе, так и в твердом теле. Проявление влияния граничного условия для твердого тела будет сказываться на больших масштабах времени и будет заключаться в том, что уровень температур в висмуте для первого варианта будет определяться граничным условием I рода, во втором варианте он может увеличиваться до значений температуры газа. В этом случае будет проявляться влияние стенки на газ, которое заключается в том, что из-за увеличения средней температуры материала тепловой поток на границе раздела сред будет уменьшаться более интенсивно, чем в первом варианте, и решение задачи будет асимптотически приближаться к состоянию газа в условиях адиабатической стенки.

Список литературы

- [1] *Овсянников Л.В.* Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, Гл. ред. физ.-матем. лит, 1981. 368 с.
- [2] *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Гостехиздат, 1952. 392 с.