

01

## **Теория магнитоэлектрического эффекта в двухслойных ферромагнет-пьезоэлектрических структурах**

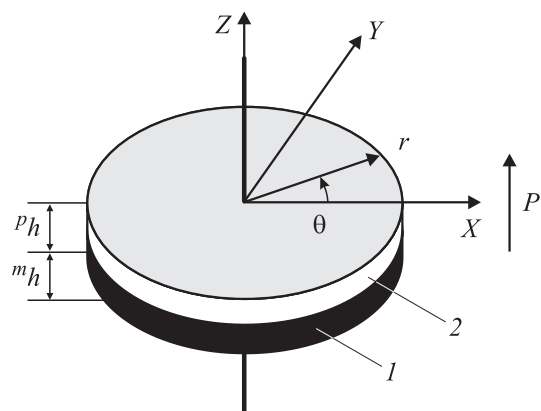
© Д.А. Филиппов

Новгородский государственный университет, Великий Новгород  
E-mail: fdma@novsu.ac.ru

Поступило в Редакцию 15 июня 2004 г.

Представлена теория магнитоэлектрического эффекта в двухслойных дискообразных структурах на основе ферромагнетик-пьезоэлектрик. Получено выражение для магнитоэлектрического коэффициента по напряжению через параметры, характеризующие магнитную и пьезоэлектрическую фазы, и проанализированы его частотная зависимость и зависимость от соотношения толщины ферромагнетика и пьезоэлектрика. Приведены результаты расчета коэффициента для структур на основе пермендюр-ЦТС и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Магнитоэлектрические (МЭ) композиционные материалы представляют собой механически взаимодействующие структуры на основе магнитострикционных и пьезоэлектрических компонент. Наличие магнитоэлектрического эффекта в материалах обусловлено механическим взаимодействием магнитной и пьезоэлектрической подсистем. В [1–3] представлены теория магнитоэлектрического эффекта, основанная на методе эффективных параметров, и экспериментальные результаты для многослойных композитов на основе феррит-никелевой шпинели — цирконата-титаната свинца (ЦТС). Величина магнитоэлектрического коэффициента по напряжению прямо пропорциональна произведению пьезоэлектрического и пьезомагнитного коэффициентов, поэтому использование вместо феррита ферромагнетика с большим значением константы магнитострикции позволяет получить большое значение величины эффекта. В [4] приведены экспериментальные исследования дискообразных структур с параллельным соединением слоев пермендюр–ЦТС–пермендюр. В этом случае композиционный материал уже



**Рис. 1.** Схематическое изображение структуры: 1 — ферромагнетик, 2 — пьезоэлектрик.

нельзя считать гомогенной средой, и указанная выше теория неприменима. В [5] представлена теория для гибридной структуры в виде тонкой пластинки с последовательным соединением феррита и пьезоэлектрика. В данной работе предложена теория магнитоэлектрического эффекта для гетерогенных структур в виде диска с параллельным соединением слоев магнетика и пьезоэлектрика.

В качестве модели рассмотрим образец в форме диска из двухслойного композиционного материала, представляющего собой механическое соединение ферромагнетика и пьезоэлектрика (рис. 1). Толщину металлических контактов, нанесенных на внешних поверхностях пьезоэлектрика и ферромагнетика, будем считать пренебрежимо малой. Пусть образец поляризован по нормали к плоскостям контактов (ось  $Z$ ). При продольном МЭ эффекте постоянное (подмагничивающее) и переменное магнитные поля направлены по нормали к плоскости контактов, при поперечном МЭ эффекте направлены в плоскости контактов (ось  $X$ ).

Переменное магнитное поле с частотой  $\omega$  вызывает колебания в ферромагнетике, которые распространяются как вдоль плоскости, так и по толщине образца и посредством механической связи передаются в пьезоэлектрик. В дальнейшем ограничимся рассмотрением только объемных планарных колебаний. С учетом того что диск тонкий, а

на нижней и верхней поверхностях нанесены металлические контакты, отличными от нуля компонентами тензора напряжений и вектора напряженности электрического поля будут только  $T_1$ ,  $T_2$  и  $E_3$ . С учетом этого, уравнения для тензора деформаций  ${}^m S_i$  в магнетике и для тензора деформаций  ${}^p S_i$  и индукции электрического поля  $D_i$  в пьезоэлектрике при поперечной ориентации полей запишем в виде

$${}^m S_1 = {}^m s_{11} {}^m T_1 + {}^m s_{12} {}^m T_2 + q_{11} H_1, \quad (1)$$

$${}^m S_2 = {}^m s_{12} {}^m T_1 + {}^m s_{11} {}^m T_2 + q_{12} H_1, \quad (2)$$

$${}^p S_1 = {}^p s_{11} {}^p T_1 + {}^p s_{12} {}^p T_2 + d_{31} E_3, \quad (3)$$

$${}^p S_2 = {}^p s_{11} {}^p T_1 + {}^p s_{12} {}^p T_2 + d_{31} E_3, \quad (4)$$

$$D_3 = {}^p \varepsilon_{33} E_3 + d_{31} ({}^p T_1 + {}^p T_2), \quad (5)$$

где  ${}^m s_{ij}$ ,  ${}^p s_{ij}$  — компоненты тензора податливости магнетика и пьезоэлектрика соответственно,  ${}^p \varepsilon_{33}$  — компонента тензора диэлектрической проницаемости пьезоэлектрика,  $d_{ij}$ ,  $q_{ij}$  — пьезоэлектрический и пьезомагнитный коэффициенты. При продольной ориентации электрического и магнитного полей в (1) вместо  $q_{11} H_1$  и  $q_{12} H_1$  в (2) будет стоять  $q_{31} H_3$ .

Используя симметрию задачи и перехода к цилиндрической системе координат с помощью известных соотношений [6], для компоненты тензора деформаций получим следующие выражения:

$${}^m S_{rr} = {}^m s_{11} {}^m T_{rr} + {}^m s_{12} {}^m T_{\theta\theta} + (q_{11} \cos^2(\theta) + q_{12} \sin^2(\theta)) H_1, \quad (6)$$

$${}^m S_{\theta\theta} = {}^m s_{12} {}^m T_{rr} + {}^m s_{11} {}^m T_{\theta\theta} + (q_{11} \sin^2(\theta) + q_{12} \cos^2(\theta)) H_1, \quad (7)$$

$${}^p S_{rr} = {}^p s_{11} {}^p T_{rr} + {}^p s_{12} {}^p T_{\theta\theta} + d_{31} E_3, \quad (8)$$

$${}^p S_{\theta\theta} = {}^p s_{12} {}^p T_{rr} + {}^p s_{11} {}^p T_{\theta\theta} + d_{31} E_3. \quad (9)$$

Уравнение движения для радиальных колебаний диска имеет вид

$$\frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (T_{rr} - T_{\theta\theta}) + \rho \omega^2 u_r = 0, \quad (10)$$

где  $\rho$  — плотность материала.

Выражая из (6) и (7) компоненты тензора напряжений  $T_{rr}$ ,  $T_{\theta\theta}$  и подставляя их в (10), получим дифференциальное уравнение для радиальной компоненты вектора смещения среды магнетика  ${}^m u_r$  в следующей форме:

$$\frac{\partial^2 {}^m u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial {}^m u_r}{\partial r} - \frac{{}^m u_r}{r^2} + {}^m k^2 {}^m u_r - \frac{D(\theta)}{r} = 0, \quad (11)$$

где  $D(\theta) = (q_{11} - q_{12})(1 - {}^m \nu)(\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta))H_1$ ,  ${}^m k = \sqrt{{}^m \rho {}^m s_{11}(1 - {}^m \nu^2)\omega}$ ,  ${}^m \rho$  — плотность магнетика,  ${}^m \nu = {}^m s_{12}/{}^m s_{11}$  — коэффициент Пуассона для магнетика.

Решение уравнения (11), согласно [3], представим в виде

$${}^m u_r = c_1 J_1({}^m k r) + c_2 Y_1({}^m k r) + D(\theta)/({}^m k^2 r), \quad (12)$$

где  $J_1({}^m k r)$  и  $Y_1({}^m k r)$  — функции Бесселя первого и второго рода соответственно. Постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определим из граничных условий.

Из условия равенства нулю вектора смещений в центре диска, с учетом свойства функции Бесселя второго рода при малых значениях аргумента, для постоянной интегрирования  $c_2$  получим выражение

$$c_2 = \pi D(\theta)/(2{}^m k). \quad (13)$$

Так как боковые поверхности диска свободные, то из условия равновесия образца для механических напряжений на границе выполняется соотношение

$${}^m h^m T_{rr}(R) + {}^p h^p T_{rr}(R) = 0. \quad (14)$$

Колебания ферромагнетика  ${}^m u_r(r)$ , возбуждаемые магнитным полем, передаются в пьезоэлектрик через границу раздела. Так как контакт на границе феррит–пьезоэлектрик неидеальный, то для радиальных компонент векторов смещения среды магнетика и пьезоэлектрика можно записать соотношение

$${}^p u_r(r) = \beta {}^m u_r(r), \quad (15)$$

где  $\beta = (0 \div 1)$  — параметр, характеризующий механическую связь феррита и пьезоэлектрика. С учетом (15) и граничных условий (14)

для постоянной интегрирования  $c_1$  получим выражение

$$c_1 = \frac{R}{(\gamma + \beta)\Delta} \left( (1 + {}^p\nu)d_{31}E_3 + \gamma((\cos^2(\theta) + {}^m\nu \sin^2(\theta))q_{11} + (\sin^2(\theta) + {}^m\nu \cos^2(\theta))q_{12})H_1 - D(\theta)(0.5\pi(\gamma + \beta) \times (Y_0(\kappa) - (1 - {}^m\nu)Y_1(\kappa)/\kappa) - (1 - {}^m\nu)/\kappa^2) \right). \quad (16)$$

Здесь введены обозначения  $\Delta = \kappa J_0(\kappa) - (1 - {}^m\nu)J_1(\kappa)$ ,  $\kappa = {}^m kR$ ,  $\gamma = ({}^m h/{}^p h)({}^p s_{11}(1 - {}^p\nu^2))/({}^m s_{11}(1 - {}^m\nu^2))$ ,  ${}^p\nu = {}^p s_{12}/{}^p s_{11}$  — коэффициент Пуассона для пьезоэлектрика.

Нормальную составляющую вектора электрической индукции определим из уравнения (5). Подставляя решение (12) с учетом (15) в выражения для тензора напряжений, для нормальной составляющей вектора электрической индукции получим уравнение

$$D_3 = {}^p \varepsilon_{33} E_3 - \frac{2d_{31}^2}{{}^p s_{11}(1 - {}^p\nu)} E_3 + \frac{d_{31}\beta\kappa}{{}^p s_{11}(1 - {}^p\nu)R} (c_1 J_0({}^m kR) + c_2 Y_0({}^m kR)). \quad (17)$$

Напряженность электрического поля в пьезоэлектрике, возникающую вследствие деформаций, найдем из уравнения (17) с использованием условия разомкнутой цепи, а именно  $\int_0^R r dr \int_0^{2\pi} d\theta D_3 = 0$ . Выполняя интегрирования, для индуцированной в пьезоэлектрике напряженности электрического поля  $E_3$  получим выражение

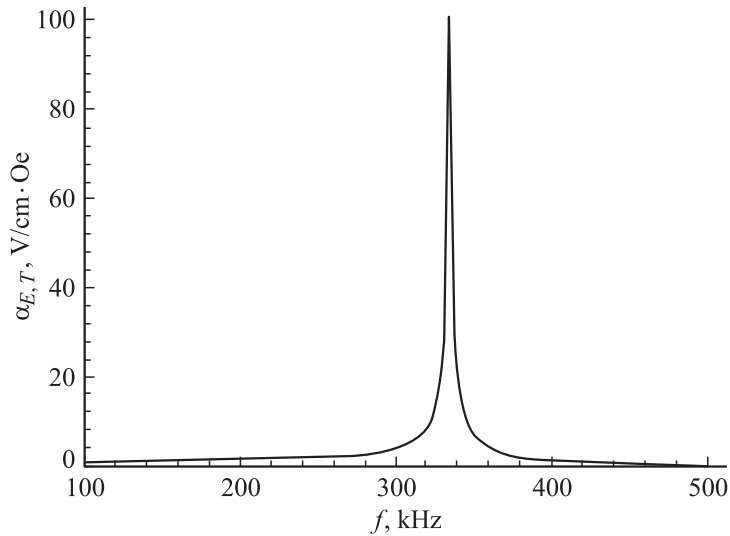
$$E_3 = -\frac{\gamma\beta}{(\gamma + \beta)} \frac{d_{31}(q_{11} + q_{12})(1 + {}^m\nu)J_1(\kappa)}{{}^p s_{11}(1 - {}^p\nu)\Delta_a} H_1, \quad (18)$$

где  $\Delta_a = \Delta + K_p^2(1 + {}^p\nu)J_1(\kappa)\beta/(\gamma + \beta)$ ,  $K_p^2 = 2d_{31}^2/({}^p \varepsilon_{33}{}^p s_{11}(1 - {}^p\nu))$  — коэффициент электромеханической связи при планарных колебаниях.

Магнитоэлектрический коэффициент по напряжению для двухслойной структуры определим из соотношения

$$\alpha_E = E_{av}/H, \quad (19)$$

где  $E_{av} = U/({}^m h + {}^p h)$  — среднее значение напряженности электрического поля в образце,  $U$  — возникающая разность потенциалов



**Рис. 2.** Частотная зависимость магнитоэлектрического коэффициента по напряжению для структуры пермендюр — цирконат-титанат свинца.

между электродами. Поскольку сопротивление пьезоэлектрика много больше сопротивления ферромагнетика, то можно считать, что все падение электрического напряжения происходит в пьезоэлектрике и для магнитоэлектрического коэффициента по напряжению при поперечной ориентации электрического и магнитного полей получим выражение

$$\alpha_{E,T} = -\frac{\gamma\beta}{(\gamma + \beta)} \frac{d_{31}(q_{11} + q_{12})(1 + {}^m\nu)J_1(\kappa)}{{}^p s_{11}(1 - {}^p\nu)\Delta_a} \frac{{}^p h}{({}^m h + {}^p h)}. \quad (20)$$

При продольной ориентации электрического и магнитного полей (вдоль оси  $Z$ ) в выражении для магнитоэлектрического коэффициента вместо суммы  $(q_{11} + q_{12})$  будет стоять  $2q_{31}$ . Так как вследствие влияния размагничивающих полей величина  $q_{31}$ , как правило, меньше  $q_{11}$ , то и величина эффекта при продольной ориентации, как правило, на порядок меньше, чем при поперечной.

Из выражения (20) для магнитоэлектрического коэффициента следует, что при частотах, когда  $\Delta_a = 0$ , наблюдается резонансное

увеличение магнитоэлектрического коэффициента. Потери, имеющие место в структуре, можно учесть через коэффициент затухания, представив круговую частоту в виде [7]  $\omega = \omega' + i\chi$ , где  $\chi$  — параметр, характеризующий затухание. На рис. 2 представлена рассчитанная по (20) частотная зависимость магнитоэлектрического коэффициента для структуры на основе пермендюр–ЦТС. При расчетах использованы следующие параметры:  ${}^m s_{11} = 5.5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $q_{11} = 63.75 \cdot 10^{-10} \text{ м/А}$ ,  ${}^m h = 0.36 \text{ мм}$ ,  ${}^p s_{11} = 15 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $d_{31} = -175 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$ ,  ${}^p \varepsilon_{33}/\varepsilon_0 = 1750$ ,  ${}^p h = 0.36 \text{ мм}$ , коэффициент затухания  $\chi = 10\,000 \text{ рад/с}$ , радиус образца  $R = 9 \text{ мм}$ , коэффициент сцепления фаз  $\beta = 0.9$ .

Как видно из рисунка, на частоте около 350 кГц для данных размеров образца наблюдается резонансное увеличение магнитоэлектрического коэффициента. Максимальное значение магнитоэлектрического коэффициента согласуется по порядку величины с его экспериментальным значением в работе [4]. В области низких частот магнитоэлектрический коэффициент практически не зависит от частоты и его значение определяется выражением

$$\alpha_{E,T}^{Low} = -\frac{\gamma\beta}{(\gamma + \beta)} \times \frac{d_{31}(q_{11} + q_{12})}{{}^p s_{11}(1 - {}^p \nu)(1 + \beta K_p^2(1 + {}^p \nu))/((\gamma + \beta)(1 + {}^m \nu))} \frac{{}^p h}{({}^m h + {}^p h)}. \quad (21)$$

Из (20) следует, что величина магнитоэлектрического коэффициента зависит как от параметров магнетика и пьезоэлектрика, так и от коэффициента сцепления фаз и соотношения толщины пьезоэлектрика и ферромагнетика. При малых значениях коэффициента сцепления  $\beta$  величина магнитоэлектрического коэффициента прямо пропорциональна ему, при стремлении  $\beta$  к единице зависимость становится более слабой. Как следует из (20) и (21), максимальное значение магнитоэлектрического коэффициента достигается при соотношении между толщинами слоев ферромагнетика и пьезоэлектрика, равном

$${}^m h/{}^p h = (\beta {}^m s_{11}(1 - {}^m \nu))/({}^p s_{11}(1 - {}^p \nu)). \quad (22)$$

В эксперименте [4] максимальное значение магнитоэлектрического коэффициента наблюдалось при значении толщины пьезоэлектрика  ${}^p h = 0.6 \text{ мм}$  при толщине магнетика  ${}^m h = 0.36 \text{ мм}$ . Подставляя значения податливости для пермендюра и для ЦТС, получаем согласие

экспериментальных результатов с теорией при значении коэффициента сцепления  $\beta = 0.9$ .

Таким образом, механическое взаимодействие между магнитоэлектрической и пьезоэлектрической подсистемами в композиционных материалах на основе ферромагнетик–пьезоэлектрик приводит к возникновению магнитоэлектрического эффекта. Максимальное значение магнитоэлектрического коэффициента наблюдается при определенном соотношении между толщиной магнетика и пьезоэлектрика, значение которого зависит от коэффициента сцепления фаз и отношения модулей податливости ферромагнетика и пьезоэлектрика.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Министерства образования РФ (Е02–3.4–278) и программы Университеты России (проект УР 01.01.007).

## Список литературы

- [1] *Bichurin M.I., Filippov D.A., Petrov V.M., Laletsin V.M., Paddubnaya N., Srinivasan G.* // Phys. Rev. B. 2003. V. 68. P. 132408-1–132408-4.
- [2] *Филиппов Д.А., Бичурин М.И., Петров В.М., Лалетин В.М., Поддубная Н.Н., Srinivasan G.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 1. С. 15–20.
- [3] *Филиппов Д.А., Бичурин М.И., Петров В.М., Лалетин В.М., Srinivasan G.* // ФТТ. 2004. Т. 46. С. 1621–1627.
- [4] *Laletsin V., Padubnaya N., Srinivasan G., De Vreugd C.P.* // Appl. Physics A. 2004. V. 78. P. 33.
- [5] *Филиппов Д.А.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 9. С. 6–11.
- [6] *Mazon W.P.* // Phys. Rev. 1948. V. 74. N 9. P. 1134–1147.
- [7] *Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б.* Ультразвуковые методы в физике твердого тела / Пер. с англ. под ред. И.Г. Михайлова и В.В. Леманова. М.: Мир, 1972. 307 с.