07

О решетках, возникающих при нелинейной записи наложенных голограмм

© *В.В. Орлов*

Всероссийский научный центр „Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова“, С.-Петербург
E-mail: orlov@soi.spb.su

Поступило в Редакцию 21 апреля 2004 г.

Теоретически рассмотрена нелинейная запись наложенных голограмм. Показано, что при записи голограмм методом углового или фазового мультиплексирования нелинейность процесса записи приводит к возникновению двух видов решеток, дифракция на которых при восстановлении голограмм удовлетворяет условию Брэгга–Вульфа. Один вид решеток изменяет дифракционную эффективность голограмм, другой приводит к возникновению перекрестных помех. Показано, что сила решеток, вызывающих помехи, уменьшается до нулевого значения при увеличении взаимной ортогональности объектных волн голограмм.

Исследования наложенных голограмм обусловлены задачей создания голографической памяти, информация в которой хранится в виде объемных наложенных голограмм [1,2]. При этом важно исследовать шумы и помехи, возникающие при восстановлении наложенных голограмм, и их зависимость от свойств регистрирующей среды, используемой для записи голограмм. В настоящей работе рассмотрены решетки, возникающие у наложенных голограмм, при нелинейной зависимости приращения их диэлектрической проницаемости от экспозиции [3–5] и влияние этих решеток на волны, восстановленные голограммами.

Предположим, что методом углового или фазового мультиплексирования записывается M наложенных голограмм, опорные и объектные волны, которых состоят из N плоских волн (компонент), из которых первые M компонент образуют опорные, а остальные $N-M$ компонент — объектные волны. Обозначим комплексную амплитуду n-й компоненты во время записи m-й голограммы как u_{mn}, $m = 1, 2, \dots, M$, $n = 1, 2, \dots, N$. Положим, что интенсивность опорных волн одинакова и равна Q. При угловом мультиплексировании опорные волны голограмм состоят из одной компоненты и для комплексных амплитуд опорных волн имеет место равенство $u_{mn} = \sqrt{Q}\exp(i\varphi_n)\delta_{mn}$, где δ_{mn} — символ Кронекера ($\delta_{mn} = 1$ при $m = n$, $\delta_{mn} = 0$ при $m \neq n$). При фазовом мультиплексировании комплексные амплитуды опорных волн $u_{mn} = \sqrt{\frac{Q}{M}}\exp(i\varphi_{mn})$, $m, n = 1, 2, \ldots, M$, и опорные волны взаимно ортогональны: $\sum\limits_{n=1}^{M} u^*_{pn}u_{qn} = Q\delta_{pq}$. При записи m-й голограммы ее волновое поле $\psi_m(\mathbf{r})$ описывается выражением

$$\psi_m(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} u_{mn}\exp(i\mathbf{k}_n\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, $\mathbf{k}_n$ — волновой вектор n-й компоненты. Предположим, что при записи наложенных голограмм наряду с линейной имеет место и квадратичная зависимость приращения диэлектрической проницаемости от экспозиции. Тогда диэлектрическая проницаемость наложенных голограмм будет описываться соотношением

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + i\sigma_0 + \chi_1\varepsilon_0 t\sum_{m=1}^{M}|\psi_m(\mathbf{r})|^2 + \chi_2\varepsilon_0\left[t\sum_{m=1}^{M}|\psi_m(\mathbf{r})|^2\right]^2, \tag{2}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость регистрирующей среды до записи голограмм; σ_0 — изменение мнимой части диэлектрической проницаемости, обусловленное процессом обработки регистрирующей среды; t — время записи каждой наложенной голограммы; $\chi_1 = \chi_1' + i\chi_1''$ — комплексный коэффициент пропорциональности линейной зависимости приращения диэлектрической проницаемости от экспозиции; $\chi_2 = \chi_2' + i\chi_2''$ — комплексный коэффициент пропорциональности квадратичной зависимости приращения диэлектрической проницаемости от экспозиции.

Диэлектрическая проницаемость (2) состоит из двух слагаемых, первое из которых

$$\varepsilon_1(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + i\sigma_0 + \chi_1 t\varepsilon_0\sum_{m=1}^{M}|\psi_m(\mathbf{r})|^2$$

$$= \varepsilon_0 + i\sigma_0 + \chi_1 t\varepsilon_0\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}u_{mn}u^*_{ml}\exp\left[i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_l)\mathbf{r}\right] \tag{3}$$

обусловлено линейной зависимостью приращения диэлектрической проницаемости от экспозиции, второе

$$\varepsilon_2(\mathbf{r}) = \chi_2\varepsilon_0\Big[t\sum_{m=1}^{M}|\psi_m(\mathbf{r})|^2\Big]^2 = \chi_2\varepsilon_0 t^2$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\sum_{q=1}^{N}\sum_{g=1}^{N}u_{mn}u_{ml}^{*}u_{pq}u_{pg}^{*}\exp\big[i(\mathbf{k}_n-\mathbf{k}_l+\mathbf{k}_q-\mathbf{k}_g)\mathbf{r}\big] \quad (4)$$

квадратичной зависимостью от экспозиции. Для любой комбинации индексов n, l, q, g соотношение (4) описывает решетку диэлектрической проницаемости, возникающую в результате квадратичной нелинейности. Далее мы будем рассматривать только те решетки, при падении на которые одной из компонент опорных или объектных волн в результате дифракции, удовлетворяющей условию Брэгга–Вульфа, возникает компонента этих же волн. Такие решетки имеют векторы, равные разности двух волновых векторов $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$, где $i, j = 1, 2, \ldots, N$, и возникают в четырех случаях, при следующих значениях индексов:

$$1)\ n = l, \qquad 2)\ q = g,$$
$$3)\ n = g, \qquad 4)\ l = q.$$

В случаях 1) и 2) решетки имеют одинаковые векторы, фазы и амплитуды. Сумма диэлектрических проницаемостей этих решеток описывается выражением

$$\varepsilon_{21}(\mathbf{r}) = 2\chi_2\varepsilon_0 t^2 J\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}u_{mn}u_{ml}^{*}\exp\big[i(\mathbf{k}_n-\mathbf{k}_l)\mathbf{r}\big], \quad (5)$$

где $J = \sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{n=1}^{N}|u_{mn}|^2$ — сумма интенсивностей опорных и объектных волн всех наложенных голограмм. Из сравнения (5) с (3) следует, что диэлектрическая проницаемость решеток (5) пропорциональна диэлектрической проницаемости решеток (3). Амплитуды решеток (5), в зависимости от знака χ_2, складываются или вычитаются из амплитуд решеток (3), что соответственно увеличивает или уменьшает дифракционную эффективность голограмм. Решетки, возникающие в случаях 3) и 4), также имеют одинаковые векторы, фазы и амплитуды. Их суммарная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon_{23}(\mathbf{r}) = 2\chi_2\varepsilon_0 t^2 \sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\sum_{q=1}^{N}\big(Q\delta_{pm} + G_{pm}\big)u^*_{ml}u_{pq}\exp\big[i(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_l)\mathbf{r}\big], \quad (6)$$

где $G_{pm} = \sum\limits_{n=1}^{M} u^*_{pn}u_{mn}$ — скалярное произведение p- и m-й объектных волн. Решетки (6) при значениях индексов $p = m$ совпадают с решетками (5) и, следовательно, увеличивают или уменьшают дифракционную эффективность голограмм. При индексах $p \neq m$ решетки (6) имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{23}(\mathbf{r}) = 2\chi_2\varepsilon_0 t^2 \sum_{\substack{m=1\\ m\neq p}}^{M}\sum_{l=1}^{N}\sum_{p=1}^{M}\sum_{q=1}^{N} G_{pm}u^*_{ml}u_{pq}\exp\big[i(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_l)\mathbf{r}\big]. \quad (7)$$

Решетки (7) имеют все те же векторы $(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_l)$ $q, l = 1, 2, \ldots, N$, что и решетки (3), однако отличаются от последних множителем G_{pm}, модулирующим их фазу и амплитуду. Поэтому волновое поле, возникающее при дифракции на решетках (7), представляет собой поле помех по отношению к волновому полю, возникающему при дифракции на решетках (3). Согласно (7), при квадратичной нелинейности возникают решетки, соответствующие интерференции опорных волн наложенных голограмм. Этим решеткам соответствуют индексы $q, l = 1, 2, \ldots, M$, $q \neq l$. При данных значениях индексов выражение (7) принимает вид

$$\varepsilon_{23}(\mathbf{r}) = 2\chi_2\varepsilon_0 t^2 Q \sum_{\substack{l=1\\ l\neq q}}^{M}\sum_{q=1}^{M} G_{ql}\exp i(\varphi_q - \varphi_l)\exp\big[i(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_l)\mathbf{r}\big]. \quad (8)$$

Решетки (8) приводят к помехам, возникающим в результате двух актов дифракции волн. Действительно, при восстановлении одной из голограмм опорная волна этой голограммы, дифрагируя на решетках (8), восстанавливает опорные волны других наложенных голограмм. Опорные волны этих голограмм во втором акте дифракции восстанавливают соответствующие им объектные волны, которые в данном случае представляют собой перекрестные помехи. Существенно, что амплитуда решеток (7), (8) уменьшается до нулевого значения при увеличении взаимной ортогональности объектных волн, когда $G_{pm} \to 0$ при $p \neq m$. Поэтому для уменьшения рассмотренных помех при голографической записи информации следует использовать амплитудно-фазовый метод кодирования информации, увеличивающий степень взаимной ортогональности объектных волн голограмм [6,7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 01–02–17854) и Научной школы (грант № НШ–98.2003.2).

Список литературы

[1] *Акаев А.А., Гуревич С.Б., Жумалиев К.М., Муравский Л.И., Смирнова Т.Н.* Голография и оптическая обработка информации: избранные разделы. Бишкек, 2003. 572 с.
[2] *Coufal H.J., Psaltis D., Sincerbox G.T.* Holographic Data Storage. Heidelberg, 2000. 486 p.
[3] *Fries S., Auschulte S., Kratzig E.* et al. // Optics Communication. 1991. V. 84. P. 251–257.
[4] *De Miguel-Sanz E.M., Limeres J., Arizmendi L.* et al. // JOSA B. 1999. V. 16. N 10. P. 1658–1663.
[5] *Limeres J., de Miquel-Sanz E.M., Suchocki A.* et al. // Optical Materials. 2001. V. 18. N 1. P. 115–118.
[6] *Orlov V.V.* // Proc. SPIE. 1997. V. 3402. P. 84–88.
[7] *Орлов В.В.* // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 92. № 6. С. 1024–1032.