01;03

О влиянии коэффициента сублимации на фотофорез неоднородных по теплопроводности аэрозольных частиц

© Ю.И. Яламов, А.С. Хасанов

Московский государственный областной университет
E-mail: rectorat@mgou.ru

Поступило в Редакцию 8 февраля 2005 г.

Получена и проанализирована формула для скорости фотофореза крупной твердой сферической аэрозольной частицы с учетом эффектов испарения (сублимации) вещества частицы и неоднородности ее по теплопроводности.

Рассмотрим крупную твердую сферическую аэрозольную частицу, взвешенную в однокомпонентном газе. На частицу падает однородный поток электромагнитного излучения, энергия которого поглощается частицей, что приводит к появлению внутри нее источников тепловой энергии. Частица неоднородна по теплопроводности: коэффициент теплопроводности в каждой точке частицы зависит от радиус-вектора этой точки. На поверхности частицы происходит фазовый переход в виде испарения (сублимации) вещества частицы, с образованием вокруг нее вязкой бинарной смеси. Взаимодействие бинарной смеси с неоднородно нагретой поверхностью частицы приводит к тепловому скольжению смеси по ее поверхности, а неоднородность по концентрациям создает диффузионное скольжение. В системе координат с началом в центре частицы задача о фотофорезе сводится к задаче об обтекании сферы потоком вязкой бинарной смеси, имеющим в бесконечности постоянную по величине и направлению скорость $\mathbf{v}_\infty$. В качестве положительного направления оси Oz выберем направление распространения падающего на частицу однородного потока излучения. Если $\mathbf{U}_s$ — скорость движения частицы относительно центра тяжести внешней среды, то $\mathbf{v}_\infty = -\mathbf{U}_s = U\mathbf{k}$, где U — искомая величина.

Перейдем к уравнениям и граничным условиям задачи. Для стационарного движения бинарной смеси [1] $\eta\nabla^2\mathbf{v} = \nabla p$, $\operatorname{div}\mathbf{v} = 0$ и при $r \to \infty$ выполняются условия $v_r = U\cos\theta$, $v_\theta = -U\sin\theta$, $p = p_\infty$, где η — коэффициент динамической вязкости бинарной смеси, $\mathbf{v}$ и p описывают распределение в ней скоростей и давления, p_∞ — постоянная. Пусть n_1 — число молекул первой компоненты (испаряющегося вещества частицы), n_2 — второй компоненты (однокомпонентного газа) бинарной смеси в единице объема, c_1, c_2 — их относительные концентрации и $n = n_1 + n_2$. Так как $c_1 + c_2 = 1$, то достаточно найти c_1, которая удовлетворяет условиям [1] $\nabla^2 c_1 = 0$, $c_1 = c_\infty$ при $r \to \infty$, где c_∞ — постоянная. Вместо величин n_1, n_2, n, ρ, T_e, T_i, где ρ, T_e — плотность и температура бинарной смеси, T_i — температура внутри частицы, в граничных условиях будут использоваться их средние значения [1] n_{01}, n_{02}, n_0, ρ_0, T_{0e}, T_{0i}. Поверхность частицы непроницаема для второй компоненты бинарной смеси [1]: $n_{02}v_r - D\beta_1(c_2)'_r = 0$ при $r = a$, где $\beta_1 = n_0^2 m_1/\rho_0$, a — радиус частицы, m_1 — масса молекулы испаряющегося вещества, D — коэффициент взаимной диффузии компонент бинарной смеси. Скорость v_θ при $r = a$ удовлетворяет следующему условию [1]: $v_\theta = (K_{Tsl}^{(e)}/(aT_{0e}))(T_e)'_\theta + (K_{sl}D/a)(c_1)'_\theta$, где $K_{Tsl}^{(e)}$, K_{sl} — коэффициенты теплового и диффузионного скольжения среды. Пусть $q_i(r,\theta)$ — плотность тепловых источников внутри частицы, $\kappa_i(r)$ — коэффициент теплопроводности частицы. Тогда [2] $\nabla^2 T_i = -(\kappa_i'/\kappa_i)(T_i)'_r - q_i/\kappa_i$, $\nabla^2 T_e = 0$, $T_e = T_{0e}$ при $r \to \infty$, $T_e = T_i$ при $r = a$. Фазовому переходу на поверхности частицы соответствуют условия [3] $n_{01}v_r - D\beta_2(c_1)'_r = n_0\alpha v(s_1 - c_1)$, $-\kappa_e(T_e)'_r + \kappa_i(T_i)'_r = -Lm_1 n_0\alpha v(s_1 - c_1)$ при $r = a$, где $\beta_2 = n_0^2 m_2/\rho_0$, m_2 — масса молекул второй компоненты бинарной смеси, а α, v, s_1, L — соответственно коэффициент испарения, одна четвертая абсолютной тепловой скорости испаряющихся молекул, насыщающая относительная концентрация и удельное тепло фазового перехода первой компоненты бинарной смеси ($\alpha \in [0,1]$, $v = \sqrt{kT_{0e}/(2\pi m_1)}$, k — постоянная Больцмана). Для величины s_1 при $r = a$ используется линеаризованная формула [1] $s_1(T_i) = s + \delta(T_i - T_{0i})$, где s и δ являются значениями s_1 и $(s_1)'_{T_i}$ на поверхности частицы при $T_i = T_{0i}$.

На основании приведенных уравнений и граничных условий находим:

$$\mathbf{U}_s = \frac{2}{3T_{0e}} \frac{2K_{Tsl}^{(e)} D n_0 + \alpha v a \left[(K_{Tsl}^{(e)} + K_{sl} D \delta T_{0e}) n_{02} + \delta T_{oe} D \beta_1\right]}{2(2\kappa_e + \gamma \kappa_i) D n_0 + \alpha v a \left[(2\kappa_e + \gamma \kappa_i) n_{02} + 2\delta L m_1 D n_0^2\right]}$$

$$\times \left(\frac{1}{V} \int\limits_V (Q_i \mathbf{r}, \mathbf{k}) dV\right) \mathbf{k}, \tag{1}$$

где

$$Q_i = q_i(r, \theta) \frac{M(r)/r}{M(a)/a}, \qquad \gamma = \frac{M'(a)a}{M(a)}, \tag{2}$$

V — объем частицы, $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ — скалярное произведение, $M(r) = r \sum\limits_{s=0}^{\infty} \alpha_s r^s$, а коэффициенты α_s находятся по рекуррентным формулам: если $b_0 = 2$, $b_1 = \kappa_{i,1}/\kappa_{i,0}$, $b_s = \left(s\kappa_{i,s} - \sum\limits_{j=1}^{s-1} \kappa_{i,j} b_{s-j}\right)/\kappa_{i,0}$ при $s \geqslant 2$, где $\kappa_i(r) = \sum\limits_{s=0}^{\infty} \kappa_{i,s} r^s$, то $\alpha_0 = 1$, а при $s \geqslant 1$ $\alpha_s = -\sum\limits_{j=1}^{s} (s + 1 - j)\alpha_{s-j} b_j/(s^2 + 3s)$. В случае однородной частицы $M(r) \equiv r$, $\gamma = 1$, а если $\kappa_i(r) = \kappa_i(0)\exp(kr)$, то

$$M(r) = -\frac{6}{k^3 r^2} \left(\exp(-kr) - 1 + kr - \frac{k^2 r^2}{2}\right), \tag{3}$$

$$\gamma = \frac{M(a)a}{M(a)} = -2 - ka \frac{\exp(-ka) - 1 + ka}{\exp(-ka) - 1 + ka - 0.5k^2 a^2}. \tag{4}$$

Если на поверхности частицы нет фазового перехода, то $\alpha = 0$, $K_{Tsl}^{(e)} = K_{Tsl}\eta/\rho$ [1] и формула (1) переходит в формулу для скорости неоднородной нелетучей частицы $\mathbf{U}$. В случае фазового перехода мы имеем дело с малыми концентрациями и можем считать, что $K_{Tsl}^{(e)} = K_{Tsl}\eta/\rho$, $n_{02} = n_0$, $\rho_0 = \rho$. Тогда

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{U} \frac{1 + 0.5\alpha\left[1 + \rho K_{sl} D \delta T_{0e}/(K_{Tsl}\eta) + D\delta T_{0e} n_0 m_1/(K_{Tsl}\eta)\right] v a/D}{1 + 0.5\alpha\left[1 + 2D\delta L m_1 n_0/(2\kappa_e + \gamma\kappa_i)\right] v a/D}.$$

В случае, когда лед на поверхности частицы плавится и испаряется в воздух [4],

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{U}\,\frac{1 + 45.41\alpha}{1 + 37.77\alpha(0.75 + 0.25/\gamma)}. \tag{5}$$

Для анализа этой формулы рассмотрим зависимость $\kappa_i(r) = \kappa_i(0)\exp(kr)$. Пусть перепад $\kappa_j(r)$ на расстоянии в один радиус частицы подчинен условию $0.1 \leqslant \kappa_i(a)/\kappa_i(0) \leqslant 10$. Тогда из формулы (4) следует, что $\gamma \in [0.59; 1.81]$. Поправочный коэффициент в формуле (5) при изменении α от 0 до 1 меняется при разных γ в следующих пределах: при $\gamma = 0.59$ — от 1 до 1.024, при $\gamma = 1$ — от 1 до 1.197, а при $\gamma = 1.81$ — от 1 до 1.343. Таким образом, учет коэффициента испарения (сублимации) α может внести существенный вклад (до 20%) в величину скорости фотофореза однородной частицы (в этом случае $\gamma = 1$), а неоднородность по теплопроводности может как увеличивать (при $\gamma > 1$), так и уменьшать (при $\gamma < 1$) величину этого вклада.

Список литературы

[1] *Галоян В.С., Яламов Ю.И.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ер.: Луйс, 1985. 208 с.
[2] *Щукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л.* Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ, 1992. 297 с.
[3] *Яламов Ю.И., Хасанов А.С.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. В. 7. С. 13–18.
[4] *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.