01;05.2

Поперечная магнитопроводимость полупроводниковой сверхрешетки в условиях штарковского квантования

© *Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь*

Волгоградский государственный педагогический университет
E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

Поступило в Редакцию 4 апреля 2005 г.

Выполнен расчет поперечной магнитопроводимости полупроводниковой сверхрешетки в условиях квантующего электрического поля. Исследована зависимость проводимости от напряженностей электрического и магнитного полей. Показано, что данная зависимость имеет ярко выраженный резонансный характер. Сделана численная оценка максимумов проводимости.

Процессы переноса заряда в стурктурах с пониженной размерностью вызывают в последнее время повышенный интерес. Особую роль здесь играют полупроводниковые сверхрешетки, так как эти материалы проявляют нелинейные электромагнитные свойства в сравнительно слабых полях. Постоянное электрическое поле напряженностью более 10^3 V/cm может приводить в сверхрешетке к эффекту штарковского квантования [1,2]. Убедительное экспериментальное доказательство существования состояний Ваннье–Штарка приведено в [3].

Общая теория электропроводности полупроводников в произвольных по интенсивности квантующих электрических полях построена в [4–6]. В [7] дано обобщение данной теории на случай учета магнитного поля. В этих же работах отмечается, что наиболее интересные эффекты возникают при совпадении направления квантующего электрического поля с осями высокой симметрии кристалла. Интерес к таким эффектам стимулирует и экспериментальные исследования [8–10]. В [10], в частности, приведено экспериментальное доказательство электрофононного резонанса, предсказанного в [4,5].

Однако обеспечение строгой ориентации вектора **E** вообще вдоль произвольного заданного направления (например, вдоль кристаллографической оси или вдоль оси сверхрешетки) представляет трудную экспериментальную задачу, так что всегда существует малая поперечная составляющая вектора напряженности электрического поля **E**. Проблема несовпадения напряженности **E** с осью кристалла была обозначена еще в [11]. Дискуссии по этому вопросу ведутся и в настоящее время. В [12], например, отмечалась сильная зависимость спектра блоховских осцилляций от ориентации электрического поля.

В связи с вышесказанным представляется актуальной задача о вычислении поперечной магнитопроводимости полупроводниковой сверхрешетки, когда кроме сильного электрического поля, приложенного вдоль оси сверхрешетки, существует слабое поперечное электрическое поле. Наличие поперечного поля может быть связано как с неточностью ориентации вектора напряженности электрического поля вдоль оси сверхрешетки, так и со специально создающимися условиями. Это приводит к тому, что в поперечном направлении, в плоскости слоев сверхрешетки, возникает электрический ток. Кроме того, как показывает анализ, зависимость поперечной магнитопроводимости от величин напряженностей электрического и магнитного полей имеет ярко выраженный резонансный характер. Отметим, что задача о вычислении тока вдоль оси сверхрешетки, когда постоянное электрическое поле также направлено вдоль оси сверхрешетки, а магнитное поле — под углом к этой оси, решена в [13], где предсказан штарк-циклотронный резонанс.

Перейдем к количественному вычислению поперечной магнитопроводимости. Рассмотрим сверхрешетку, периодичную вдоль оси Oz с периодом d. Квантующие магнитное и электрические поля приложены вдоль оси Oz. Причем электрическое поле кроме продольной составляющей имеет малую поперечную составляющую $\mathbf{E} = (E_\perp, 0, E_\parallel)$, $E_\perp \ll E_\parallel$. Будем считать, что рассеяние электронов происходит на акустических фононах. Предполагается, что выполнены следующие условия: $\omega_q \ll \omega_{st}, \Omega$, где $\Omega = eH/mc$ — циклотронная частота, $\omega_{st} = edE_\parallel/\hbar$ — штарковская частота, ω_q — частота акустического фонона, H — напряженность магнитного поля. Пользуясь методом, разработанным в [14], находим выражение для поперечной магнитопроводимости.

$$\sigma_\perp = \frac{2\pi e^2}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{n\nu k_y} \sum_{n'\nu' k_y'} \left[-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_0} \right]$$

$$\times \frac{\lambda^4}{2}(k_y - k_y')^2 \left| \langle n\nu k_y | W | n'\nu' k_y' \rangle \right|^2 \delta\left[\hbar\Omega(n-n') + \hbar\omega_{st}(\upsilon - \nu')\right], \quad (1)$$

где $\varepsilon_0 = \hbar\Omega(n' + \frac{1}{2}) - \hbar\omega(\nu - \nu')$, $W = V_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) = \sqrt{\hbar\Lambda^2|\mathbf{q}|/2\rho s V} \times \times \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})$ — оператор электрон-фононного взаимодействия, ρ — плотность вещества кристалла, s — скорость звука в кристалле, Λ — постоянная потенциала деформации, $\lambda^2 = \hbar c/eH$, $n = 0, 1, 2\ldots$, $\nu = 0, \pm 1, \pm 2\ldots$. Функция распределения по поперечным значениям энергии $f(\varepsilon)$, определяющая разогрев электронов, требует, вообще говоря, специального вычисления [5,6]. Но если выполняется условие $\omega_{st}\omega_q \ll (\Delta/\hbar)^2$, то эту функцию можно записать в виде: $f(\varepsilon) = A\exp(-\varepsilon/\theta)$, Δ — полуширина минизоны проводимости, ε — энергия поперечного движения электрона. Из условия нормировки следует, что $A = 2\pi n_0 d^3 \mathrm{sh}(\beta x/2\theta)/x$, где $x = \hbar\Omega/\beta$, $\beta = \hbar^2/md^2$, θ — эффективная температура электронного газа, выраженная в энергетических единицах, n_0 — концентрация свободных электронов в полупроводнике.

Квадрат модуля матричного элемента, вычисленного между двумя состояниями электрона, имеет вид [6,15]:

$$\left| \langle n\nu k_y | W | n'\nu' k_y' \rangle \right|^2 = \frac{2^n n'!}{2^{n'} n!} |V_{\mathbf{q}}|^2 \left(\frac{\lambda^2 q_\perp^2}{4} \right)^{|n-n'|} e^{-\frac{\lambda^2 q_\perp^2}{4}}$$

$$\times \left[L_{n'}^{|n-n'|} \left(\frac{\lambda^2 q_\perp^2}{4} \right) \right]^2 J_{\nu-\nu'}^2 \left(\frac{2\Delta}{\hbar\omega_{st}} \sin\frac{q_z d}{2} \right) \delta_{k_y - k_y', q_y -}. \quad (2)$$

Здесь $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$ — квадрат поперечной составляющей волнового вектора фонона, а $J_\gamma(z)$ — функция Бесселя.

Температура решетки предполагается настолько малой $(kT \ll \hbar\Omega)$, что в начальном состоянии заселен только уровень с наименьшей энергией $(n' = 0)$.

Учитывая также размытие энергетических уровней на величину, равную по порядку $\hbar/\tau$, где τ — среднее время свободного пробега электрона, получаем следующее выражение для поперечной магнитопроводимости сверхрешетки:

$$\sigma_\perp = \sigma_\perp^0 + \sigma_0\sqrt{x}\left(1 - \exp\left(-\frac{\beta}{2\theta}x\right)\right)S(x, z). \quad (3)$$

Здесь

$$S(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} R_n(x, y)Q_n(x, y, z)dy, \quad (4)$$

$$R_n(x, y) = \frac{1}{n!}\Gamma\left(n + \frac{5}{2}\right) {}_1F_1\left(-\frac{1}{2}; -n - \frac{3}{2}; \frac{y^2}{x}\right)$$
$$- \frac{n+1}{2\sqrt{\pi}}\Gamma\left(-n - \frac{5}{2}\right)\left(\frac{y^2}{x}\right)^{n+5/2} {}_1F_1\left(n + 2; n + \frac{7}{2}; \frac{y^2}{x}\right), \quad (5)$$

$$Q_n(x, y, z) = \sum_{\gamma=-\infty}^{+\infty} J_\gamma^2\left(\frac{2\Delta}{\beta}\frac{\sin y}{z}\right)\exp\left(\frac{\beta}{\theta}z\gamma\right)\exp\left(-\frac{(xn + z\gamma)^2}{\alpha^2}\right), \quad (6)$$

$$\sigma_\perp^0 = \sigma_0\sqrt{x}\left(1 - \exp\left(-\frac{\beta}{2\theta}x\right)\right)\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} R_0(x, y)J_0^2\left(\frac{2\Delta}{\beta}\frac{\sin y}{z}\right)dy, \quad (7)$$

где $\alpha = \hbar/\beta\tau$, $x = \hbar\Omega/\beta$, $z = \hbar\omega_{st}/\beta$, $\gamma = \nu - \nu'$, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, ${}_1F_1(x; y; z)$ — гипергеометрическая функция, $y = q_z d/2$, $\sigma_0 = 4e^2\Lambda^2 n_0\tau/\pi^{5/2}\hbar\theta\rho s d^2$.

Первое слагаемое в (3) $\sigma_\perp^0$ монотонно зависит от магнитного и электрического полей. Эта величина растет с ростом напряженности магнитного поля H. В случае предельно сильных магнитных полей ($\hbar\Omega/\beta \gg 1$), $\sigma_\perp^0$ пропорциональна $H^{1/2}$. В предельно сильных электрических полях ($\hbar\omega_{st}/\beta \gg 1$), $\sigma_\perp^0$ перестает зависеть от $E_\parallel$. Второе слагаемое формулы (3) ответственно за резонансную часть проводимости.

Выражение (3) было исследовано нами на ЭВМ. Зависимость поперечной проводимости от напряженности магнитного поля представлена на рис. 1, а от напряженности электрического поля — на рис. 2.

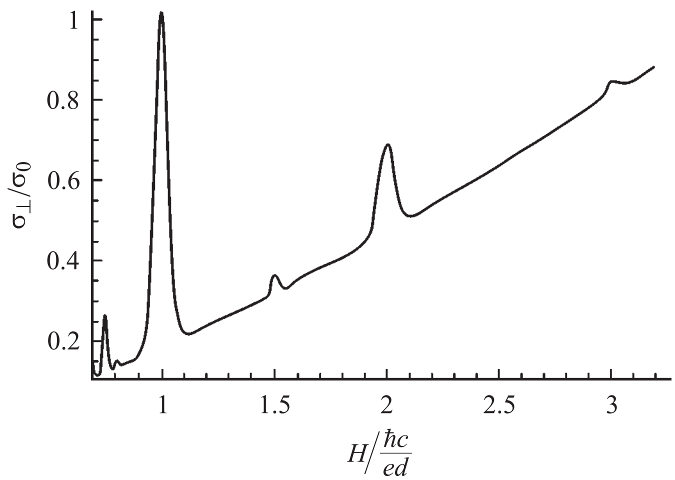

Рис. 1. Зависимость поперечной проводимости от напряженности магнитного поля: $d \sim 3 \cdot 10^{-6}$ cm, $\theta \sim 0.05$ eV, $\Delta \sim 0.01$ eV, $\omega_{st} \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\rho \sim 5\,\mathrm{g/cm}^3$, $s \sim 10^5$ cm/s, $n_0 \sim 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\tau \sim 10^{-12}$ s, $\Lambda \sim 10$ eV.

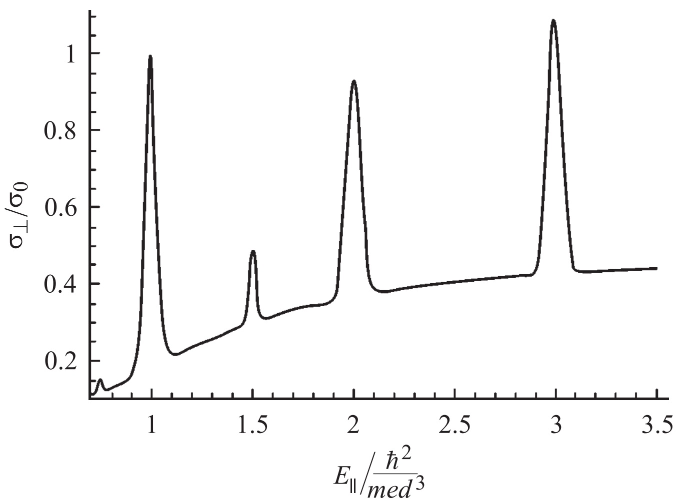

Рис. 2. Зависимость поперечной проводимости от напряженности продольного электрического поля: $d \sim 3 \cdot 10^{-6}$ cm, $\theta \sim 0.05$ eV, $\Delta \sim 0.01$ eV, $\Omega \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\rho \sim 5\,\mathrm{g/cm}^3$, $s \sim 10^5$ cm/s, $n_0 \sim 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\tau \sim 10^{-12}$ s, $\Lambda \sim 10$ eV.

Из формул (3)–(6) и графиков видно, что резонансы проводимости возникают в том случае, когда штарковская и циклотронная частоты относятся как целые числа. Численная оценка σ_0 при следующих значениях параметров: $d \sim 3 \cdot 10^{-6}$ cm, $\theta \sim 0.05$ eV, $\Delta \sim 0.01$ eV, $\rho \sim 5$ g/cm^3, $s \sim 10^5$ cm/s, $n_0 \sim 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau \sim 10^{-12}$ s, $\Lambda \sim 10$ eV, составляет $\sigma_0 \sim 0.1\,(\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$.

Работа поддержана грантом регионального конкурса АВО-РФФИ „Поволжье-2004“ № 04–02–96505.

Список литературы

[1] *Wannier G.* // Phys. Rev. 1962. V. 125. P. 1910–1915.
[2] *Leo J., MacKinnon A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1989. P. 1449–1466.
[3] *Fujiwara K., Schneider H., Cingolani R.* et al. // Solid State Communications. 1989. V. 72. N 9. P. 935–939.
[4] *Bryxin V.V., Firson Yu.A.* // Proc. of X-th Intern. Conf. on the Physics of Semiconductors. Boston, USA, 1970. P. 767–771.
[5] *Брыксин В.В., Фирсов Ю.А.* // ФТТ. 1971. Т. 13. № 11. С. 3246–3259.
[6] *Левинсон И.Б., Ясевичюте Я.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 5. С. 1902–1912.
[7] *Фирсов Ю.А.* Поляроны. М.: Наука, 1975. 256 с.
[8] *Богомолов В.Н., Павлова Т.Н.* Многослойные полупроводниковые структуры и сверхрешетки. 1984. С. 53–62.
[9] *Мирлин Д.Н., Сапега В.Ф., Устинов В.М.* // ФТП. 2004. Т. 38. № 5. С. 598–602.
[10] *Санкин В.И., Наумов А.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 16. № 7. С. 91–95.
[11] *Ктиторов С.А., Симин Г.С., Синдаловский В.Я.* // ФТТ. 1976. Т. 18. № 4. С. 1140–1145.
[12] *Suris R.A.* Future Tends in Microelectronics 1996. P. 197–208.
[13] *Басс Ф.Г., Зорченко В.В., Шашора В.И.* // Письма в ЖЭТФ. Т. 31. № 6. С. 345–347.
[14] *Адамс Е., Гольдстейн Т.* Вопросы квантовой теории необратимых процессов: Сб. М.: Ин. лит., 1961. 365 с.
[15] *Зырянов П.С., Клингер М.И.* Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках. М.: Наука, 1976. 312 с.