

07;08

О формировании изображений неоднородных объектов со свободной границей лазерным фотоакустическим методом

© К.Л. Муратиков

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург
E-mail: klm@holo.ioffe.ru*Поступило в Редакцию 9 февраля 2005 г.**В окончательной редакции 17 мая 2005 г.*

Проанализирован процесс формирования фотоакустического сигнала от неоднородных объектов со свободной границей. В рамках теории возмущений получены аналитические выражения для термоупругих деформаций неоднородного объекта, ограниченного с одной стороны плоскостью. Установлено, что в квазистатическом случае фотоакустическое изображение объекта формируется за счет неоднородностей его коэффициента термоупругой связи. Получены выражения для фотоакустических сигналов при работе пьезодатчика в различных режимах.

Излучению процессов генерации, распространения и детектирования тепловых и акустических волн, возбуждаемых лазерным излучением в неоднородных твердотельных объектах, в настоящее время уделяется серьезное внимание [1,2]. Интерес к исследованиям подобного рода обусловлен широкими возможностями использования методов фотоакустической и фототермической микроскопии для диагностики состояния приповерхностных слоев материалов и структур на микроскопическом уровне [3]. Корректная интерпретация данных фотоакустической и фототермической микроскопии основывается на достаточно детальном описании процессов взаимодействия тепловых и акустических волн с присутствующими в объекте неоднородностями. В настоящее время этот вопрос исследован достаточно полно в области фототермической микроскопии [4-6]. В области фотоакустической микроскопии с пьезоэлектрическим способом регистрации сигнала он исследован значительно слабее. Принципиальным отличием фотоакустической микроскопии

с пьезоэлектрическим способом регистрации сигнала от фототермической микроскопии является необходимость учета нестационарных термоупругих деформаций, возникающих в объекте при поглощении модулированного во времени лазерного излучения.

В работе [7] были исследованы процессы генерации лазерным излучением нестационарных термоупругих деформаций в неоднородных объектах с фиксированной границей. Вместе с тем, в большинстве фотоакустических экспериментов облучаемая лазером поверхность объекта остается свободной. Целью данной работы является изучение процесса образования фотоакустического сигнала от неоднородных объектов в условиях, когда их внешняя поверхность остается свободной.

Как и в работе [7], рассмотрим данный вопрос в трехмерном случае в рамках теории возмущений. При решении поставленной задачи можно воспользоваться результатами, полученными для определения упругих деформаций тела, ограниченного плоскостью [8]. В [8] изложен подход к решению задач упругости такого типа. Однако рассмотрение фотоакустического эффекта требует дополнительного определения термоупругих деформаций. В данной работе основное внимание уделено изучению моментов, связанных с учетом термоупругого эффекта. Нестационарные деформации можно определить с помощью уравнения движения [8], в котором в тензор напряжений включен термоупругий эффект:

$$\sigma_{ij} = 2\mu(\mathbf{r})u_{ij} + [\lambda(\mathbf{r})u_{kk} - \gamma(\mathbf{r})(T - T_0)]\delta_{ik}, \quad (1)$$

где λ и μ — коэффициенты Ламэ, γ — коэффициент термоупругой связи, u_{ij} — компоненты тензора деформации, T — температура, создаваемая в объекте лазерным излучением, T_0 — температура окружающей среды.

Важная особенность выражения (1), отличающая его от общепринятых представлений тензора напряжений, состоит в том, что в нем коэффициенты Ламэ и коэффициент термоупругой связи считаются зависящими от координаты. В работе [7] отмечалось, что вплоть до достаточно высоких частот (порядка 1 GHz) длины акустических волн для большинства материалов существенно превосходят длину тепловых волн. Поэтому в условиях так называемого квазистатического приближения формирования фотоакустических изображений за счет неоднородностей упругих свойств объекта не происходит из-за низкой разрешающей способности. В этих условиях фотоакустические изображения формируются за счет неоднородностей коэффициента

термоупругой связи, поскольку изображения этого типа определяются существенно меньшей длиной тепловых волн.

В соответствии со сделанным замечанием в дальнейшем будем считать, что неоднородности объекта связаны только с коэффициентом термоупругой связи. Представим его в форме $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1(\mathbf{r})$, где γ_0 — значение коэффициента термоупругой связи однородного объекта, γ_1 — значение этого коэффициента, соответствующее неоднородностям внутри объекта. Кроме того, как и в работе [7], будем считать неоднородности в объекте слабыми, т. е. $\gamma_0 \gg \gamma_1$. Тогда в рамках теории возмущений колебания температуры в объекте ΔT , возбуждаемые нестационарным лазерным излучением, и компоненты вектора термоупругих деформаций Δu_i можно представить в виде $\Delta u_i = \Delta u_i^{(0)} + \Delta u_i^{(1)}$, $\Delta T = \Delta T^{(0)} + \Delta T^{(1)}$, причем $\Delta u_i^{(0)} \gg \Delta u_i^{(1)}$, $\Delta T^{(0)} \gg \Delta T^{(1)}$.

Уравнение движения (с учетом сделанных предположений) было приведено в работе [7]. Теперь его необходимо решать для случая, соответствующего условию свободной поверхности $\sigma_{iz} n_z|_{z=0} = 0$ при $z = 0$ (n_i — компоненты единичного вектора, перпендикулярного к поверхности образца). В явном виде это граничное условие для компонент тензора деформации в первом порядке теории возмущений может быть представлено в форме

$$\Delta u_{xz}^{(1)}|_{z=0} = \Delta u_{yz}^{(1)}|_{z=0} = 0, \quad (1a)$$

$$(\lambda_0 \Delta u_{ii}^{(1)} + 2\mu_0 \Delta u_{zz}^{(1)})|_{z=0} = \gamma_0 \Delta T^{(1)} + \gamma_1 \Delta T^{(0)}. \quad (1b)$$

В рамках рассматриваемой модели ограничимся случаем, когда объект однороден в тепловом отношении. Тогда в выражениях (1) можно считать, что $\Delta T^{(1)} = 0$, а $\Delta T^{(0)}$ определяется из уравнения теплопроводности для однородного объекта.

Для решения полученной задачи может быть использована методика решения задач теории упругости для тел, ограниченных плоскостью [8]. Следует иметь в виду, что в указанной задаче теории упругости уравнение движения является однородным. Однако в нашем случае уравнение движения оказывается неоднородным из-за наличия в его правой части слагаемого вида $\frac{\partial}{\partial x_i}(\gamma_1 \Delta T^{(0)})$. С учетом сделанного замечания по аналогии с [8] представим вектор деформации в виде

$$\Delta \mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{f}^{(0)} + \Delta \mathbf{U}^{(1)}, \quad (2)$$

где $\mathbf{f}^{(0)}$ представляет собой частное решение уравнения движения.

Частное решение уравнения движения может быть найдено методом, изложенным в [9]. Не останавливаясь на деталях подобных вычислений, приведем сразу окончательный результат для компонент вектора $\mathbf{f}^{(0)}$:

$$f_i^{(0)} = \frac{1}{4\pi(\lambda_0 + 2\mu_0)} \int d^3r' \frac{\gamma_1(\mathbf{r}')\Delta T^{(0)}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (x_i - x'_i). \quad (3)$$

Представление вектора деформации $\Delta u_i^{(1)}$ в виде (2) позволяет преобразовать граничные условия (1) относительно компонент тензора $\Delta U_{ik}^{(1)}$:

$$\Delta U_{xz}^{(1)}|_{z=0} = -\left(\frac{\partial f_x^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial f_z^{(0)}}{\partial x}\right), \quad \Delta U_{yz}^{(1)}|_{z=0} = -\left(\frac{\partial f_y^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial f_z^{(0)}}{\partial y}\right), \quad (4a)$$

$$(\lambda_0 U_{ll}^{(1)} + 2\mu_0 U_{zz}^{(1)})|_{z=0} = \gamma_1 \Delta T^{(0)} - \lambda_0 f_{ll}^{(0)} + 2\mu_0 f_{zz}^{(0)}. \quad (4b)$$

При этом уравнение движения относительно вектора $\Delta \mathbf{U}^{(1)}$ уже оказывается однородным.

Следует отметить, что если рассматривать задачу обычной теории упругости с некоторым распределением силы $\mathbf{P}(x, y)$ на поверхности образца, то граничное условие можно представить следующим образом:

$$\sigma_{iz}^{(0)}|_{z=0} = -P_i, \quad (5)$$

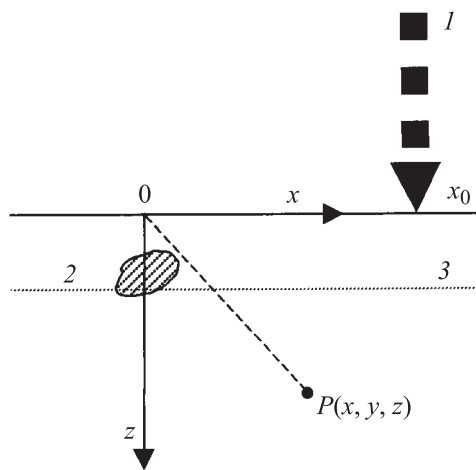
где теперь $\sigma_{ij}^{(0)} = \lambda u_{ll} \delta_{ik} + 2\mu u_{ij}$ — тензор напряжений теории упругости без учета термоупругого эффекта.

Задача подобного рода была проанализирована в [8]. Сравнение граничных условий (4) и (5) показывает, что они фактически совпадают, если положить

$$P_x = \mu_0 \left(\frac{\partial f_x^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial f_z^{(0)}}{\partial x} \right), \quad P_y = \mu_0 \left(\frac{\partial f_y^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial f_z^{(0)}}{\partial y} \right), \quad (6a)$$

$$P_z = \lambda_0 \operatorname{div} \mathbf{f}^{(0)} + 2\mu_0 \frac{\partial f_z^{(0)}}{\partial z} - \gamma_1 \Delta T^{(0)}. \quad (6b)$$

Таким образом, введение распределения сил $\mathbf{P}(x, y)$ на поверхности образца с помощью выражений (6) позволяет учесть эффект термоупругости в рамках задачи теории упругости. В работе [8] приведено



Геометрия расположения образца и возбуждающего лазерного излучения. 1 — возбуждающее лазерное излучение, 2 — неоднородность в объекте, 3 — зона формирования фотоакустического сигнала, $P(x, y, z)$ — точка регистрации деформаций.

решение задачи упругости с граничными условиями (5) для компонент вектора деформации. Используя результат этой работы, компоненты вектора $\Delta u_i^{(1)}$ рассматриваемой задачи термоупругости могут быть представлены в следующем виде:

$$\Delta u_i^{(1)}(\mathbf{r}) = f_i^{(0)} + \int dx' \int dy' G_{ik}(x - x', y - y', z) P_k(x', y'), \quad (7)$$

где G_{ik} — компоненты тензорной функции Грина уравнения движения в квазистатическом приближении для полубесконечной среды, на которую действуют только поверхностные силы P_i , определяемые выражениями (6).

Компоненты тензорной функции Грина G_{ik} приведены в [8]. Поэтому для определения вектора $\Delta u^{(1)}$ в выражении (7) необходимо подставить компоненты вектора $\mathbf{P}(x, y)$ из равенств (6). В общем случае эти выражения имеют достаточно громоздкую форму, поэтому в явном виде они здесь не приводятся. Выражения для $\Delta u_i^{(1)}$ могут быть преобразованы к более простой форме для случая, когда $z \gg |x - x_0|$, $z \gg |y - y_0|$ (см. рисунок). С помощью соотношений (7) можно показать,

что, например, деформации $\Delta u_x^{(1)}$ и $\Delta u_z^{(1)}$ в этих условиях определяются равенствами

$$\Delta u_x^{(1)} = - \frac{(1 - 4\sigma^2)(1 + \sigma)}{2\pi E(1 - \sigma)} \times \frac{1}{z^2} \int dx' \int dy' (x - x') \gamma_1(x', y', 0) \Delta T^{(0)}(x', y', 0), \quad (8a)$$

$$\Delta u_z^{(1)} = - \frac{(3 - 2\sigma)(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)}{2\pi E(1 - \sigma)} \times \frac{1}{z} \int dx' \int dy' \gamma_1(x', y', 0) \Delta T^{(0)}(x', y', 0). \quad (8б)$$

Полученные выражения позволяют определить пьезоэлектрический сигнал, регистрируемый пьезодатчиком на расстоянии z от верхней поверхности образца. В зависимости от типа возбуждаемой в пьезоэлементе моды колебаний сигнал от пьезоэлемента ΔV может быть пропорционален $\frac{\partial \Delta u_z^{(1)}}{\partial z}$ или $(\frac{\partial \Delta u_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta u_y^{(1)}}{\partial y})$ [10,11]. Последнее выражение относится к тонким пьезодатчикам, подвергающимся в процессе регистрации сигнала изгибным колебаниям. В соответствии с равенствами (8) в первом случае сигнал пьезоэлемента определяется выражением

$$\Delta V_1 = - C_1 \frac{(1 - 4\sigma^2)(1 + \sigma)}{\pi E(1 - \sigma)} \times \frac{1}{z^2} \int dx' \int dy' \gamma_1(x', y', 0) \Delta T^{(0)}(x', y', 0), \quad (9a)$$

а во втором

$$\Delta V_2 = C_2 \frac{(3 - 2\sigma)(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)}{2\pi E(1 - \sigma)} \times \frac{1}{z^2} \int dx' \int dy' \gamma_1(x', y', 0) \Delta T^{(0)}(x', y', 0), \quad (9б)$$

где C_1 и C_2 — коэффициенты, зависящие от параметров пьезодатчика.

Выражения (9) обобщают на трехмерный случай соответствующие результаты, полученные в работах [12–18] в рамках одномерной модели.

Они дополняют результаты, полученные нами ранее при рассмотрении задачи об образовании фотоакустического сигнала от неоднородных объектов с фиксированной границей [7]. При выводе выражений (9) не использовалось каких-либо специальных предположений о свойствах материала, поэтому они носят универсальный характер и могут использоваться для интерпретации экспериментальных данных, касающихся различных материалов. Выражения (9) показывают, что с помощью фотоакустического пьезоэлектрического сигнала регистрируются неоднородности коэффициента термоупругой связи образца вблизи его поверхности. Из них также видно, что при перемещении точки воздействия лазерного излучения по поверхности объекта может быть получено изображение неоднородностей его коэффициента термоупругой связи с разрешением, определяемым длиной тепловой волны. В работах [14–17] отмечалась зависимость коэффициента термоупругой связи, например, от внутренних напряжений. Как показывают полученные результаты, в этих условиях фотоакустические изображения будут отражать характер распределения внутренних напряжений вблизи поверхности объекта. При этом выражения (9) могут использоваться для анализа характера распределения внутренних напряжений и оценки их величины.

Автор выражает благодарность РФФИ за поддержку данной работы в рамках проекта 04–02–17622.

Список литературы

- [1] *Rosencwaig A.* // Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology. New Jersey: PTR Prentice–Hall. 1994. V. 2. P. 1–23.
- [2] *Jumel J., Rochais D., Enguehard F., Lepoutre F.* // Rev. Sci. Instrum. 2003. V. 74. N 1. P. 608–611.
- [3] *Бурбело Р.М., Гуляев А.Л., Кузьмич А.Г., Кучеров И.Я.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. В. 4. С. 121–127.
- [4] *Глазов А.Л., Муратиков К.Л.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. В. 11. С. 2184–2191.
- [5] *Лихарев С.К., Рау Э.И.* // Известия АН СССР. Серия физическая. 1990. Т. 54. № 2. С. 255–258.
- [6] *Depasse F., Grosse Ph., Gomes W.S.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. V. 36. P. 204–210.
- [7] *Муратиков К.Л.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 22. С. 58–64.
- [8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
- [9] *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
- [10] *Jackson W., Ater N.M.* // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. N 6. P. 3343–3353.

- [11] *Qian M.* // Chinese J. Acoust. 1995. V. 14. N 2. P. 97–106.
- [12] *Муратиков К.Л.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 13. С. 82–88.
- [13] *Муратиков К.Л.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. В. 7. С. 59–63.
- [14] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. В. 8. С. 69–76.
- [15] *Muratikov K.L., Glazov A.L., Rose D.N., Dumar J.E.* // J. Appl. Phys. 2000. V. 88. N 5. P. 2948–2955.
- [16] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л., Роуз Д.Н., Думар Д.Е.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 9. С. 48–57.
- [17] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л., Роуз Д.Н., Думар Д.Е.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 8. С. 90–97.
- [18] *Muratikov K.L.* // Rev. Sci. Instrum. 2003. V. 74. N 7. P. 3531–3535.