

01;09

Обобщенная синхронизация и механизм ее возникновения в связанных автоколебательных средах

© А.А. Короновский, П.В. Попов, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 30 мая 2005 г.

Обнаружено явление обобщенной хаотической синхронизации в распределенных автоколебательных средах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау. Выявлен механизм, приводящий к возникновению режимов обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных автоколебательных средах, демонстрирующих пространственно-временной хаос. Рассмотрение механизма установления обобщенной синхронизации основано на исследовании модифицированного уравнения Гинзбурга–Ландау с дополнительной диссипацией.

Исследование синхронизации хаотических колебаний привлекает значительный интерес исследователей и имеет как теоретическое, так и практическое значение [1,2] (например, в биологических задачах [3], при скрытой передаче информации с помощью хаотических сигналов [4–6], при управлении системами СВЧ-электроники [7] и т.п.).

В настоящее время выделяют различные типы синхронного поведения хаотических осцилляторов: фазовая синхронизация [2], обобщенная синхронизация [8], лаг-синхронизация [9], перемежающиеся лаг [10] и обобщенная синхронизация [11], полная синхронизация [12]. Разные типы хаотической синхронизации могут рассматриваться как различные виды проявления единых закономерностей, возникающих в связанных системах (см., например, [13,14]). В частности, в работах [15,16] введен в рассмотрение новый тип синхронного поведения хаотических осцилляторов — синхронизация временных масштабов, который обобщает различные типы синхронного поведения, перечисленные выше.

Одним из вызывающих большой интерес видов синхронного хаотического поведения является режим обобщенной синхронизации однонаправленно связанных хаотических осцилляторов [8]. Данный тип

синхронного поведения означает, что между состояниями взаимодействующих однонаправленно связанных ведущего $x_d(t)$ и ведомого $x_r(t)$ хаотических осцилляторов (с непрерывным или дискретным временем) существует некоторая функциональная зависимость $F[\cdot]$, такая, что после завершения переходного процесса имеет место установление функционального соотношения $x_r(t) = F[x_d(t)]$. При этом сам вид данной зависимости $F[\cdot]$ может быть достаточно сложным, а процедура нахождения этой зависимости весьма нетривиальна.

Удобным методом диагностики обобщенной синхронизации является метод вспомогательной системы [17]. Суть метода заключается в следующем: наряду с ведомой системой $x_r(t)$ рассматривается идентичная ей вспомогательная система $x_a(t)$. Начальные условия для вспомогательной системы $x_a(t_0)$ выбираются отличными от начального состояния ведомой системы $x_r(t_0)$. В случае отсутствия режима обобщенной синхронизации между взаимодействующими системами вектора состояния ведомой $x_r(t)$ и вспомогательной $x_a(t)$ систем принадлежат одному и тому же хаотическому аттрактору, но являются различными. В том случае, когда имеет место режим обобщенной синхронизации, в силу выполнения соотношений $x_r(t) = F[x_d(t)]$ и соответственно $x_a(t) = F[x_d(t)]$, после завершения переходного процесса состояния ведомой и вспомогательной систем должны стать идентичными $x_r(t) \equiv x_a(t)$. Таким образом, эквивалентность состояний ведомой и вспомогательной систем после переходного процесса (который может быть достаточно длительным [11]) является критерием наличия обобщенной синхронизации между ведущим и ведомым хаотическими системами.

Следует отметить, что явление обобщенной синхронизации достаточно подробно изучено для систем с малым числом степеней свободы и отображений [8,17,18]. В частности, в работе [19] выявлен механизм возникновения обобщенной хаотической синхронизации, связанный с рассмотрением модифицированной системы с дополнительной диссипацией. Однако для распределенных систем исследование обобщенной синхронизации проведено не достаточно подробно, хотя исследование синхронизации пространственно распределенных автоколебательных сред, демонстрирующих пространственно-временной хаос, вызывает значительный интерес. В частности, для пространственно распределенных систем выявлены различные типы синхронного поведения — показана возможность установления в связанных уравнениях

Гинзбурга–Ландау и уравнениях Курамото–Сивашинского режимов полной и фазовой хаотической синхронизации [1,20–25], в работе [26] обнаружена синхронизация временных масштабов в связанных электронно-волновых средах. Рассматривалась также хаотическая синхронизация в дискретных распределенных автоколебательных системах [1]. Что же касается обобщенной синхронизации распределенных систем, то здесь можно отметить только работу [27], в которой обнаружено возникновение режима обобщенной синхронизации в модели, описывающей химическую реакцию. Остается также открытым вопрос о механизмах установления режима обобщенной синхронизации в распределенных автоколебательных системах.

В данной работе рассматривается установление обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных активных средах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау, которые являются эталонными моделями для изучения пространственно-временного хаоса и образования структур в распределенных системах.

Исследуемая модель распределенных автоколебательных сред представляет собой систему двух однонаправленно связанных диссипативной связью одномерных комплексных уравнений Гинзбурга–Ландау

$$\frac{\partial v}{\partial t} = v - (1 - i\alpha_d)|v|^2v + (1 + i\beta_d)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v \in [0, L], \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u - (1 - i\alpha_r)|u|^2u + (1 + i\beta_r)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varepsilon(v - u), \quad u \in [0, L] \quad (2)$$

с периодическими граничными условиями. Здесь уравнение (1) описывает ведущую, а уравнение (2) — ведомую распределенную системы. Параметры ведомой и ведущей системы были выбраны следующими: $\alpha_d = 1.5$, $\beta_d = 1.5$, $\alpha_r = 4.0$, $\beta_r = 4.0$, $L = 40\pi$. При этих значениях управляющих параметров в автономных распределенных системах наблюдаются режимы пространственно-временного хаоса. Параметр ε характеризует интенсивность диссипативной связи, через которую ведущая система воздействует на каждую точку пространства ведомой системы. Начальные условия задавались случайными. Численное моделирование уравнений (1) и (2) осуществлялось с помощью явной численной схемы с параметрами $\Delta t = 0.0002$, $\Delta r = L/1024$.

Исследования возникновения режима обобщенной синхронизации с помощью метода вспомогательной системы показало, что с ростом

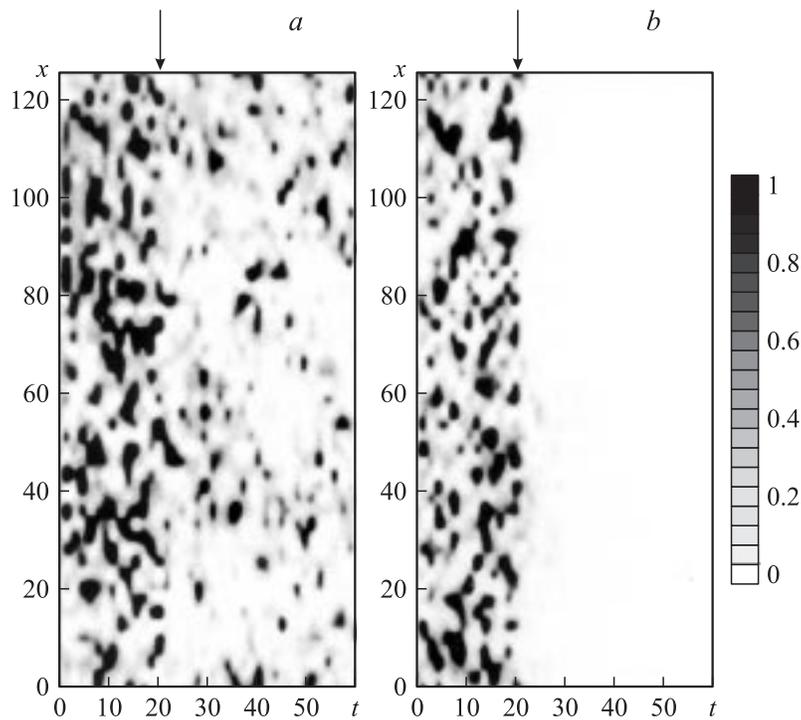


Рис. 1. Пространственно-временная эволюция разности состояний ведомой и вспомогательной систем $|u(x, t) - u_a(x, t)|$. *a* — $\varepsilon = 0.5$, отсутствие режима обобщенной синхронизации; *b* — $\varepsilon = 1$, режим обобщенной синхронизации. Стрелкой отмечен момент $t = 20$ включения связи.

параметра связи при некотором $\varepsilon = \varepsilon_{GS}$ в системе возникает режим обобщенной синхронизации. В качестве вспомогательной системы u_a было рассмотрено уравнение (2), на которое действовал сигнал ведущей системы (1), но для которой задавались начальные условия, отличные от начальных условий ведомой системы (2). Это иллюстрирует рис. 1, на котором показаны пространственно-временные распределения разности состояний ведомой и вспомогательной систем $|u(x, t) - u_a(x, t)|$ для случая отсутствия (рис. 1, *a*, параметр связи $\varepsilon = 0.5 < \varepsilon_{GS}$) и наличия (рис. 1, *b*, параметр связи $\varepsilon = 1 > \varepsilon_{GS}$) обобщенной синхронизации.

Видно, что во втором случае разность состояний ведомой и вспомогательной систем во всем пространстве после включения связи стремится к нулю, что и означает возникновение обобщенной синхронизации.

Для объяснения механизма возникновения режима обобщенной синхронизации, следуя работе [19], рассмотрим ведомую систему (2) как некоторую модифицированную пространственно распределенную систему

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} = u_m - (1 - i\alpha_r |u_m|^2 u_m + (1 + i\beta_r) \frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} - \varepsilon u_m, \quad u_m \in [0, L] \quad (3)$$

под внешним воздействием $\varepsilon u(x, t)$. Следует обратить внимание, что слагаемое $-\varepsilon u_m(x, t)$ фактически вносит дополнительную диссипацию в модифицированное уравнение Гинзбурга–Ландау (3).

Увеличение управляющего параметра ε соответствует, с одной стороны, увеличению амплитуды внешнего воздействия на ведомую систему, а с другой стороны, увеличению диссипации в активной среде. В результате второго процесса в модифицированной системе наблюдается уменьшение амплитуды колебаний и при $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1$ в пространственно распределенной системе устанавливается стационарный в пространстве и времени режим (такое значение ε соответствует исчезновению слагаемого u_m в уравнении (3)). На рис. 2 (символы ■) показана зависимость усредненного по пространству и времени квадрата амплитуды колебаний $\langle u_m^2 \rangle$ модифицированного уравнения Гинзбурга–Ландау. Видно, что амплитуда колебаний линейно уменьшается с ростом диссипативного слагаемого $-\varepsilon u_m$ (увеличение параметра ε).

В работе [19] было показано, что существует два механизма возникновения режима обобщенной синхронизации. Первый из них связан с введением дополнительной диссипации в систему с помощью диссипативного слагаемого $-\varepsilon u_m$. В этом случае модифицированная система демонстрирует периодические колебания или переходит в стационарный режим. Данный механизм установления режима обобщенной синхронизации реализуется в рассматриваемой системе при $\varepsilon > \varepsilon_0 = 1$. Следует отметить, что в данном случае режим обобщенной синхронизации колебаний возникает при значении параметра связи $\varepsilon_{GS} = 0.72$ (отмечен стрелкой на рис. 2), меньшем значения параметра связи ε_0 , при котором устанавливается стационарный режим: $\varepsilon_{GS} < \varepsilon_0$.

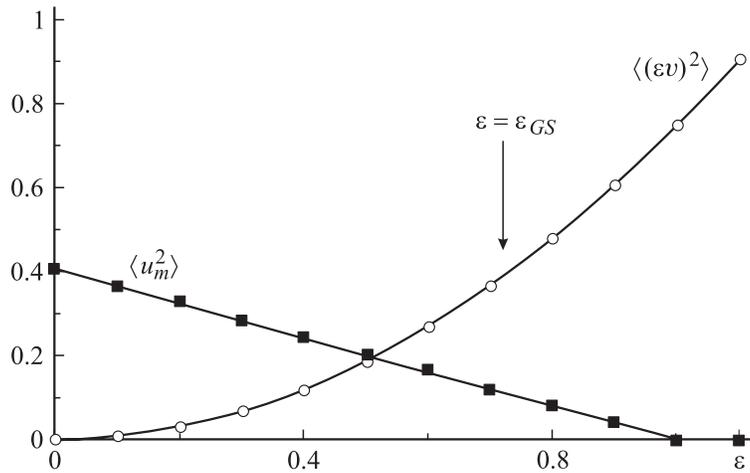


Рис. 2. Усредненная мощность колебаний модифицированной системы u_m (символы ■) и мощность сигнала, действующего на ведомую систему (символы ○), в зависимости от параметра связи ε .

Такое поведение связано со вторым механизмом установления режима обобщенной синхронизации. Рассмотрим зависимость усредненного по пространству и времени квадрата амплитуды внешнего сигнала $\langle (\varepsilon v)^2 \rangle$, подаваемого на ведомую систему от ведущей системы. Данная зависимость представлена на рис. 2, а (символы ○). Видно, что мощность внешнего сигнала, воздействующего на ведомую систему, растет и при $\varepsilon = \varepsilon_{GS}$ превышает амплитуду собственных колебаний в системе примерно в 3 раза. Очевидно, что в данном случае внешняя сила перемещает пространственно-временное состояние ведомой системы в фазовом пространстве в области с сильной диссипацией, в результате чего собственная пространственно-временная хаотическая динамика ведомой системы (модифицированного уравнения Гинзбурга–Ландау) оказывается подавленной и режим обобщенной синхронизации возникает при $\varepsilon_{GS} < \varepsilon_0$. Важно отметить, что в диапазонах значения параметра связи $(\varepsilon_{GS}; \varepsilon_0)$ установление режима обобщенной синхронизации реализуется за счет одновременного действия двух механизмов, вносящих свой вклад в установление синхронного режима.

Таким образом, в работе обнаружено возникновение режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных уравнениях Гинзбурга—Ландау и выявлены механизмы установления режима обобщенной синхронизации распределенных систем, в основе которых лежит подавление собственных пространственно-временных хаотических колебаний с помощью внесения в пространственно распределенную активную среду дополнительной диссипации. Во-первых, введение дополнительного диссипативного слагаемого приводит к уменьшению собственных колебаний в активной среде. И во-вторых, смещение изображающей точки системы в области фазового пространства с сильной диссипацией за счет увеличения амплитуды внешнего сигнала ведомой системы с ростом параметра связи также приводит к подавлению собственной динамики ведомой системы. При относительно больших значениях параметра связи определяющую роль играет первый механизм установления режима обобщенной синхронизации. Существует также диапазон значения параметра связи, для которого принципиально взаимное согласованное действие обоих механизмов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 05–02–16273), CRDF (грант REC–006). Авторы благодарят также за финансовую поддержку Фонд некоммерческих программ „Династия“.

Список литературы

- [1] *Voccaletti S., Kurths J., Osipov G., Valladares D.L., Zhou C.* // *Physics Reports*. 2002. V. 366. P. 1.
- [2] *Пиковский А., Розенблом М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
- [3] *Glass L.* // *Nature*. 2001. V. 410. P. 277–284.
- [4] *Murali K., Lakshmanan M.* // *Phys. Rev. E*. 1994. V. 48(3). R1624–R1626.
- [5] *Yang T., Wu C.W., Chua L.O.* // *IEEE Trans. Circuits and Syst.* 1997. V. 44(5). P. 469–472.
- [6] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
- [7] *Трубецков Д.И., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2004. XLVII(5–6). С. 343–372.
- [8] *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* // *Phys. Rev. E*. 1995. V. 51(2). P. 980–994.

- [9] *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78(22). P. 4193–4196.
- [10] *Boccaletti S., Valladares D.L.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62(5). P. 7497–7500.
- [11] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Europhysics Letters. 2005. V. 70(2). P. 169–175.
- [12] *Pecora L.M., Carroll T.L.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64(8). P. 821–824.
- [13] *Boccaletti S., Pecora L.M., Pelaez A.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. P. 066219.
- [14] *Brown R., Kocarev L.* // Chaos. 2000. V. 10(2). P. 344–349.
- [15] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Chaos. 2004. V. 14(3). P. 603–610.
- [16] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 71(5). P. 056204.
- [17] *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53(5). P. 4528–4535.
- [18] *Pyragas K.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54(5). P. R4508–R4511.
- [19] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 72(1).
- [20] *Tasev Z., Kocarev L., Junge L., Parlitz U.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10(4). P. 869–873.
- [21] *Junge L., Parlitz U.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62(1). P. 438–441.
- [22] *Kocarev L., Tasev Z., Stojanovski T., Parlitz U.* // Chaos. 1997. V. 7(4). P. 635–643.
- [23] *Boccaletti S., Bragard J., Arcelli F.T., Mancini H.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83(3). P. 536–539.
- [24] *Bragard J., Boccaletti S., Mendoza C., Hentschel H.G.E., Mancini H.* // Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics). 2004. V. 70(3). P. 036219.
- [25] *Kocarev L., Tasev Z., Parlitz U.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79(1). P. 51–54.
- [26] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V., Rempen I.S.* // Chaos. 2005. V. 15(1). P. 013705.
- [27] *Parmananda P.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56(2). P. 1595–1598.