

03

Анизотропная неустойчивость жидких диэлектриков к распаду жидкость—пар в сильных электрических полях

© А.Л. Куперштох, Д.А. Медведев

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
E-mail: skn@hydro.nsc.ru

Поступило в Редакцию 19 января 2006 г.

Проведен линейный анализ устойчивости жидкого диэлектрика, находящегося в однородном электрическом поле, к возмущениям плотности однородного состояния. Показано, что электрическое поле увеличивает инкремент неустойчивости для расслоения вдоль поля и уменьшает — для поперечного расслоения. Таким образом, в сильных электрических полях возможен анизотропный распад на жидкую и газовую фазы для вещества, находящегося первоначально как в лабильном состоянии, так и в метастабильном или стабильном состоянии. Численное моделирование динамики сплошной среды подтверждает теоретические расчеты. Принципиально то, что новые участки менее плотной фазы возникают в виде узких цилиндрических образований, ориентированных вдоль поля. Данный новый механизм образования газовой фазы в сильных локальных электрических полях, возможно, играет определяющую роль в процессе зарождения и быстрого распространения стримеров при пробое жидких диэлектриков в наносекундном диапазоне.

PACS: 47.65.+a, 64.70.Fx, 47.17.-k, 47.20.Nw, 64.10+h

Объемная сила, действующая на заряженную диэлектрическую жидкость в электрическом поле, выражается формулой Гельмгольца [1]

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} - \frac{E^2}{8\pi}\nabla\varepsilon + \frac{1}{8\pi}\nabla\left[E^2\rho\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T\right]. \quad (1)$$

Второе и третье слагаемые описывают действие электрического поля на поляризационные заряды в неоднородном диэлектрике и электрострикционные силы.

Для газов и для жидкостей со слабой поляризуемостью молекул диэлектрическая проницаемость линейно зависит от плотности

$$\varepsilon = 1 + 3\alpha\rho, \quad (2)$$

где $\alpha = 4\pi\beta/(3m)$, β — поляризуемость, m — молекулярная масса.

Для неполярных жидкостей выполняется закон Клаузиуса–Мосотти [2,3]

$$\varepsilon = 1 + 3\alpha\rho/(1 - \alpha\rho). \quad (3)$$

Для полярных жидкостей справедлив закон Онзагера–Кирквуда–Фрелиха [2]

$$B\varepsilon\rho = (\varepsilon - \varepsilon_\infty)(2\varepsilon + \varepsilon_\infty), \quad (4)$$

где $B = g\mu_v^2 4\pi(\varepsilon_\infty + 2)^2/(9mkT)$, $\varepsilon_\infty = n^2$, n — высокочастотный показатель преломления, μ_v — дипольный момент молекулы в газовой фазе, g — средний фактор корреляции, характеризующий ближний ориентационный порядок.

Устойчивость гомогенных жидких диэлектриков в электрических полях по отношению к распаду жидкость–пар определяется уравнением состояния (точнее, величиной $\partial p/\partial\rho$), диэлектрическими свойствами — ε , $(\partial\varepsilon/\partial\rho)_T$, $(\partial^2\varepsilon/\partial\rho^2)_T$ и величиной поля E .

Проведен стандартный линейный анализ устойчивости уравнений Эйлера [4]

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u) = 0, \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(p + \rho u^2) = F \quad (5)$$

для жидких диэлектриков в электрическом поле в простейшем изотермическом случае. Очевидно, что изотермические изменения состояния вещества должны поддерживаться соответствующими внешними подводом и отводом тепла.

Пусть между двумя плоскими горизонтальными электродами приложено постоянное напряжение так, что отлична от нуля только вертикальная проекция электрического поля E_z . Рассмотрим рост малых одномерных возмущений плотности и скорости, соответствующих расслоению вдоль электрического поля, в виде

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi x/\lambda), \\ u &= C_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi x/\lambda) \end{aligned} \quad (6)$$

и для расслоения поперек электрического поля в виде

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi z/\lambda), \\ u &= C_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi z/\lambda).\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь λ — длина волны, γ — инкремент неустойчивости, ρ_0 — средняя плотность вещества, A_0 , C_0 — начальные амплитуды возмущений плотности и скорости соответственно.

Объемная сила, действующая на вещество, в случае возмущений (6) имеет вид

$$F_x = \frac{E_0^2 \rho}{8\pi} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T \frac{\partial \rho}{\partial x} = K_x \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (8)$$

где E_0 — величина однородного электрического поля. Аналогично для возмущений (7) получаем

$$F_z = \frac{D_0^2 \rho}{8\pi \varepsilon^2} \left(\left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T - \frac{2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T^2 \right) \frac{\partial \rho}{\partial z} = K_z \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (9)$$

где D_0 — величина индукции электрического поля, которая постоянна по пространству для таких возмущений. Инкремент неустойчивости в обоих случаях имеет вид

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{-\frac{\partial \rho}{\partial \rho} + K}. \quad (10)$$

Аналогично получен также инкремент неустойчивости уравнений Эйлера для роста двумерных возмущений следующего вида (типа цилиндрических каналов вдоль оси z)

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi x/\lambda) \exp(i2\pi y/\lambda), \\ u_x &= C_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi x/\lambda) \exp(i2\pi y/\lambda), \\ u_y &= Q_0 \exp(\gamma t) \exp(i2\pi x/\lambda) \exp(i2\pi y/\lambda)\end{aligned}\quad (11)$$

при условии, что K_y определяется выражением, аналогичным (8). При этом значение инкремента получается в $\sqrt{2}$ раз больше, чем для возмущений типа (6).

Величина $\partial p/\partial \rho$ определяется уравнением состояния. В изотермическом случае необходимо использовать величину $(\partial p/\partial \rho)_T$, которая положительна для стабильных и метастабильных состояний. В запрещенной области $(\partial p/\partial \rho)_T < 0$, и вещество существовать не может, происходит так называемая спиновальная декомпозиция [5].

Аналогично рассмотрен также рост возмущений вида (6) для одномерных уравнений Навье–Стокса [4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)}{\partial x} = F_x + (4/3\mu + \xi) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (12)$$

где μ — динамическая вязкость, ξ — коэффициент второй вязкости.

Инкремент неустойчивости (10) неограниченно возрастает с уменьшением длины волны возмущений. При учете же вязкости инкремент неустойчивости малых возмущений

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(\pi b/\lambda)^2 + K} - \partial p/\partial \rho - \pi b/\lambda \right) \quad (13)$$

выходит на постоянное значение $\gamma_{\max} \approx (K - \partial p/\partial \rho)/b$ для длин волн меньших $\lambda_* \sim 2\pi b/\sqrt{K - \partial p/\partial \rho}$, т.е. ограничивается вязкими силами. Здесь $b = (4/3\mu + \xi)/\rho_0$. Таким образом, учет вязкости не изменяет границы неустойчивости на $\tilde{T}-\tilde{\rho}$ диаграмме по сравнению с (10).

Выражения для инкремента неустойчивости малых возмущений вдоль и поперек электрического поля для конкретного вещества определяются видом зависимости диэлектрической проницаемости от плотности. Для расслоения вдоль поля и поперек выражения для K разные, т.е. инкремент неустойчивости зависит от ориентации возмущений. Из (8) и (9) следует, что всегда $K_z < K_x$.

Для неполярных жидкостей (3) имеем

$$K_x = \frac{E_0^2}{12\pi} (\varepsilon - 1)^2 \frac{(\varepsilon + 2)}{3\rho}. \quad (14)$$

Для полярных жидкостей в аналитическом виде формула достаточно сложная, и надежнее использовать в (8) и (9) экспериментальные значения величины $(\partial^2 \varepsilon/\partial \rho^2)_T$, которая обычно положительна.

Для полярных и неполярных жидкостей $K_x > 0$, т.е. электрическое поле увеличивает инкремент неустойчивости типа (6). Во всех рассмотренных случаях $K_z < 0$, т.е. устойчивость вещества к расслоению поперек поля увеличивается. Таким образом, при $K_x > (\partial p/\partial \rho)_T$ происходит

анизотропный распад гомогенного вещества на двухфазную систему паровых нитевидных каналов в жидкости, ориентированных вдоль поля.

Для „газового“ закона (2) $K_x = 0$, поэтому неустойчивость по-прежнему возможна только в области запрещенных состояний $(\partial p / \partial \rho)_T < 0$, как и при отсутствии поля. Заметим, что даже в этом случае неустойчивость поперек поля устойчивостью повышается из-за отрицательного коэффициента $K_z = -D_0^2(\varepsilon - 1)^2 / (4\pi\varepsilon^3\rho)$.

Известно, что в электрическом поле критическая точка сдвигается по температуре и по плотности [1]. Уравнение спинодали, полученное из (10) $(\partial p / \partial \rho)_T = K_x$ (гидродинамическая устойчивость), точно соответствует границе термодинамической устойчивости жидких диэлектриков, полученной в [1]:

$$(\partial p / \partial \rho)_T = \frac{E_0^2 \rho}{8\pi} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T. \quad (15)$$

Вместе с тем в [1] не рассматривалась возможность того, что неустойчивость будет анизотропной и приведет к стратификации вещества.

В качестве примера рассмотрим жидкость, для которой справедливо уравнение состояния Ван-дер-Ваальса. В приведенных переменных оно имеет вид

$$\tilde{p} = 8\tilde{T}\tilde{\rho} / (3 - \tilde{\rho}) - 3\tilde{\rho}^2. \quad (16)$$

Для этого модельного уравнения состояния выражение для спинодали неполярных диэлектриков с диэлектрической проницаемостью (3) удастся записать в явном виде

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{\rho}(3 - \tilde{\rho})^2}{4} \left(1 + \tilde{A} \frac{(\alpha \rho_{cr})^2}{(1 - \alpha \rho_{cr} \tilde{\rho})^3} \right). \quad (17)$$

Второй член в скобках означает сдвиг критической точки по температуре. Здесь $\tilde{A} = E_0^2 / (8\pi p_{cr})$ — безразмерный квадрат амплитуды электрического поля. Для параметров, соответствующих аргону, $T_{cr} = 151$ К, $\rho_{cr} = 531$ кг/м³, $p_{cr} = 4.86$ МПа, $\alpha \rho_{cr} = 0.057$, построены зависимости, соответствующие спинодалям при $E = 0$ (рис. 1, кривая 1) и при $\tilde{A} = 100$ (кривая 3). При этом сдвиг критической точки по плотности примерно равен $\Delta \tilde{\rho}_{cr} \sim 2(\alpha \rho_{cr}) \Delta \tilde{T}$ и мал из-за малого значения параметра $\alpha \rho_{cr}$.

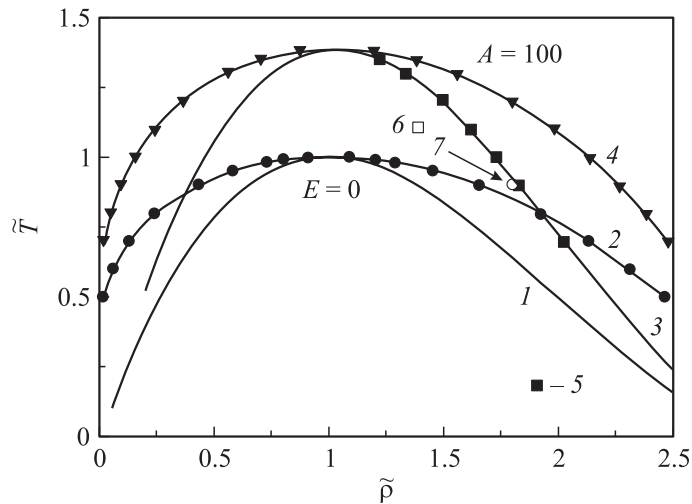


Рис. 1. Кривые сосуществования фаз (кривые 2 и 4) и теоретические спинодали (17) (кривые 1 и 3) для уравнения Ван-дер-Ваальса в приведенных переменных (16): 1, 2 — в отсутствие поля; 3, 4 — в однородном электрическом поле при $\tilde{A} = 100$; 5 — точки спинодали, полученные в гидродинамических расчетах методом LBE; 6 и 7 — состояния, первоначально находящиеся выше критической точки ($\tilde{\rho}_0 = 1.4$, $\tilde{T} = 1.1$) и в стабильном жидком состоянии ($\tilde{\rho}_0 = 1.8$, $\tilde{T} = 0.9$) соответственно.

Проведены численные расчеты эволюции первоначально покоящегося гомогенного жидкого диэлектрика в однородном электрическом поле (начальные случайные возмущения плотности в узлах решетки были порядка $\Delta\rho/\rho_0 \sim 10^{-6}$). Динамика сплошной среды моделировалась с помощью метода решеточных уравнений Больцмана (LBE) с фазовыми переходами для произвольного уравнения состояния [6] с учетом действия электрических сил (1) на жидкость [7]. В направлении x использовались периодические граничные условия. Подразумевалась нейтральная смачиваемость электродов (краевой угол принимался равным $\pi/2$). Распределение электрического поля находилось из решения уравнений

$$\operatorname{div}(\varepsilon \nabla \varphi) = 0, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (18)$$

с соответствующими граничными условиями $\varphi = 0$ и $\varphi = E_0 L_y$ на нижнем и на верхнем электродах соответственно. Размеры расчетной области 150×150 узлов.

Для неполярного диэлектрика (3) с помощью численных экспериментов построены кривые сосуществования фаз при отсутствии поля (рис. 1, кривая 2) и в первоначально вертикальном однородном электрическом поле (кривая 4), а также участок спинодали (точки 5). И спинодаль, и бинодаль сдвинуты вверх тем сильнее, чем больше квадрат напряженности электрического поля.

Из полученных графиков очевидно, что при достаточно большом электрическом поле возможно анизотропное расслоение вдоль поля в жидкости, находящейся первоначально в метастабильном и даже в стабильном состоянии недалеко от исходной бинодали (состояния 6 и 7 на рис. 1). Такой же эффект будет наблюдаться и для полярных диэлектриков.

Действительно, при компьютерном моделировании наблюдается расслоение вдоль однородного электрического поля для вещества, находящегося первоначально как в состоянии выше критической точки (рис. 2, *a, b*), так и в жидком состоянии (рис. 2, *c, d*). Неустойчивость возникает в виде каналов примерно цилиндрического сечения, которые, расширяясь, формируют волны уплотнения (рис. 2, *d*) до значений, соответствующих кривой сосуществования фаз при наличии электрического поля, что соответствует коллективным эффектам в теории нуклеации [8].

Основным недостатком всех предшествующих работ по исследованию поведения диэлектриков в сильных полях ([9] и др.) является то, что рассматривалась возможность зарождения только сферических или эллипсоидальных пузырьков (зародышей). При этом возможность возникновения описанной анизотропной неустойчивости уже на самой начальной стадии сразу после включения электрического поля совсем не рассматривалась.

Экспериментально воспроизвести в чистом виде описанный принципиально новый тип электрогидродинамической неустойчивости жидких диэлектриков не так просто, так как в сильных электрических полях практически одновременно с развитием неустойчивости в каналах пониженной плотности будет происходить пробой газовой фазы. Повидимому, проще всего разделить эти эффекты для начальных состояний, лежащих чуть выше критической точки, и при относительно невысоких электрических полях.

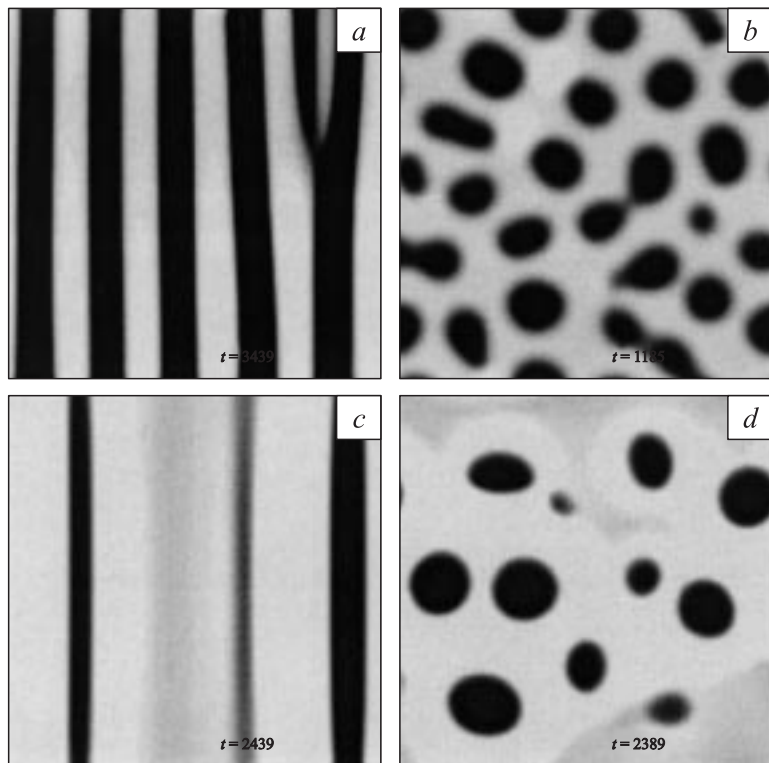


Рис. 2. Анизотропное расслоение вещества под действием однородного электрического поля. Расслоение вдоль первоначально вертикального поля (*a, c*). Развитие неустойчивости в плоскости $x-y$, перпендикулярной полю (*b, d*). Темным показана меньшая плотность. *a, b* — $\tilde{\rho}_0 = 1.4$, $\tilde{T} = 1.1$ (состояние 6 на рис. 1); *c, d* — $\tilde{\rho}_0 = 1.8$, $\tilde{T} = 0.9$ (состояние 7 на рис. 1). $\tilde{A} = 100$.

При пробое жидких диэлектриков в сильных электрических полях, локально достигающих величин $\sim 1-100$ MV/cm (для разных жидкостей), описанная анизотропная неустойчивость, возможно, является определяющим механизмом зарождения стримерных структур, их быстрого распространения в виде тонких ветвей (скорость может превышать 100 km/s [10]), преимущественно ориентированных вдоль локального электрического поля (рис. 2, *a, c*), а также их ветвления в процессе распространения.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959. 532 с.
- [2] Шапоронов М.И. Методы исследования теплового движения молекул и строения жидкостей. М.: Изд-во Московского ун-та, 1963. 281 с.
- [3] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. Электричество и магнетизм. М.: Мир, 1977. 300 с.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 733 с.
- [5] Зельдович Я.Б., Тодес О.М. // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. № 12. С. 1441–1445.
- [6] Куперштох А.Л. // Вестник НГУ: Сер. Математика, механика и информатика. 2005. Т. 5. № 3. С. 29–42.
- [7] Kupershtokh A.L., Medvedev D.A. // J. Electrostatics. 2006. V. 64. (<http://authors.elsevier.com/sd/article/S0304388605002287>).
- [8] Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 311 с.
- [9] Vorob'ev V.S., Malysenko S.P., Petrin A.B. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2002. V. 35. N 3. P. 257–266.
- [10] Lesaint O., Massala G. // IEEE Trans. on Dielectrics and Electrical Insulation. 1998. V. 5. N 3. P. 360–370.