09

Применение вейвлет-анализа в исследованиях структуры точечных процессов

© А.Н. Павлов, О.Н. Павлова

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail:pavlov@chaos.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 12 мая 2006 г.

В структуре точечных процессов, генерируемых пороговыми системами, может отражаться взаимодействие собственной динамики пороговой системы и динамики, обусловленной внешним воздействием. Рассматривается возможность проявления данного эффекта в виде частотной модуляции. Предложена методика отслеживания изменений в структуре нестационарных точечных процессов на основе техники двойного вейвлет-анализа.

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq, 05.45.Tp

Исследование процессов обработки информации живыми организмами представляет собой одну из актуальнейших задач современного естествознания. Традиционно такое исследование сводится к анализу структуры точечных процессов [1], в которых носителями информации являются времена некоторых событий. Классическим примером может служить динамика сенсорного нейрона, генерирующего характерные импульсы (спайки) при превышении входным напряжением порогового значения. Механизмы, приводящие к генерации спайков, в настоящее время хорошо известны и понятны [2]. Однако в том, каким образом нейроны и их ансамбли передают информацию об окружающем мире, по-прежнему остается много открытых вопросов.

Сенсорный нейрон может быть рассмотрен как пример порогового устройства, преобразующего входной сигнал в последовательность импульсов на выходе (рис. 1, a). Эти импульсы имеют одинаковую форму и амплитуду, поэтому информация о внешнем воздействии может отражаться только во временны́х интервалах между моментами их генерации (межспайковые интервалы). Возможность охарактеризовать свойства входного сигнала по последовательности спайков на

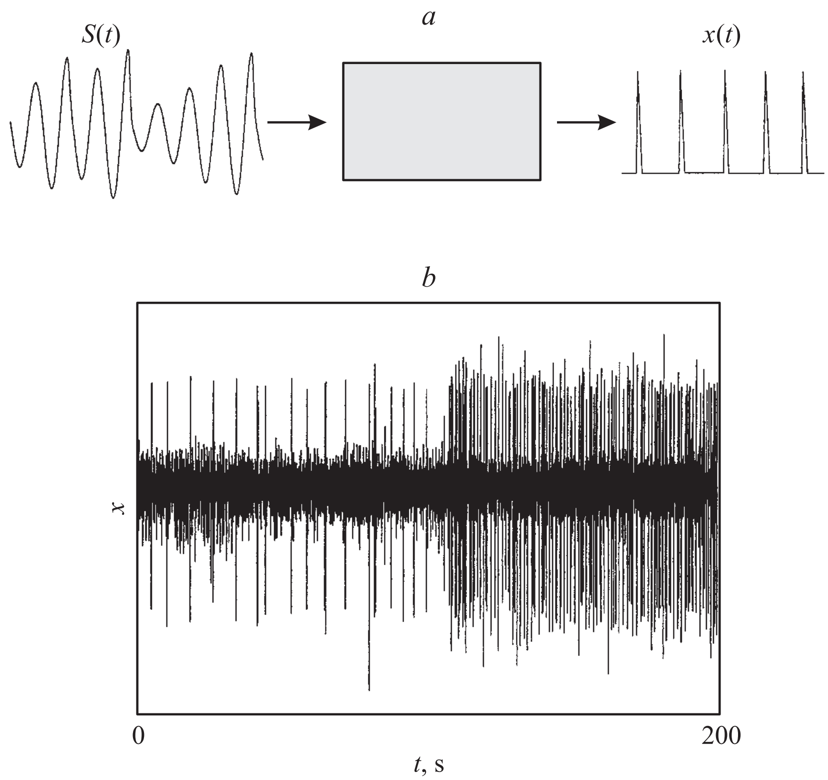

Рис. 1. *a* — схематическое изображение процесса преобразования входного сигнала $S(t)$ пороговым устройством. Времена генерации импульсов в выходном процессе $x(t)$ соответствуют моментам пересечения порогового уровня. *b* — пример экпериментальной записи сигнала, генерируемого нейроном.

выходе, представляющей собой пример точечного процесса, являлась предметом многочисленных исследований в последние годы [3–8]. Многие авторы анализировали случай преобразования сигналов пороговыми устройствами, не имеющими собственной динамики. В частности, с помощью классических моделей пороговых систем, таких как „integrate-and-fire“ [3] (в дословном переводе „интегрируй и стреляй“) и „threshold crossing“ [4,7] („пересечение порога“), было показано, что различные характеристики сложной динамики на входе сохраняются в структуре точечного процесса [3–7, 9–11].

Ситуация существенно усложняется, если пороговое устройство обладает собственной динамикой и способно генерировать импульсы в отсутствие внешнего воздействия. При наличии входного сигнала в этом случае будет происходить эффект „наложения“ динамики, обусловленной внешним воздействием, и собственной динамики, в результате чего возможность анализа процессов преобразования сигналов пороговым устройством становится менее очевидной. Рассмотрим в качестве иллюстрации кодирование информации реальным нейроном. Пример записи нейронной активности представлен на рис. 1, *b* (данные эксперимента на крысе, в лапку которой вживлялся специальный микроэлектрод). Первая часть экспериментальной записи соответствует динамике в отсутствие внешнего воздействия (сравнительно редкие импульсы), вторая часть — динамике во время воздействия (покалывание лапки крысы с периодичностью 1 раз в секунду). Такое воздействие меняет структуру сигнала, приводя к увеличению частоты генерации импульсов.

Для того чтобы выяснить, существуют ли какие-то характерные ритмы в регистрируемом точечном процессе и являются ли эти ритмы стабильными, был проведен анализ с помощью вейвлет-преобразования [12,13], которое для сигнала $x(t)$ имеет вид

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi^* \left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \qquad (1)$$

Здесь $W(a, b)$ — коэффициенты преобразования, ψ — базисная функция (вейвлет), a — масштаб наблюдения, b — параметр смещения вдоль оси времени, символом „$*$“ обозначена операция комплексного сопряжения. Выбор функции ψ определяется целями исследования. Каждая функция имеет свои особенности во временнóй и в частотной областях, поэтому с помощью разных функций можно лучше выявить те или иные свойства рассматриваемого процесса. С точки зрения определения спектрального состава процесса представляется предпочтительным выбор в качестве базисной функции вейвлета Морле, который обеспечивает хорошую частотную локализацию. Упрощенное выражение для этой функции можно записать следующим образом:

$$\psi(\tau) = \pi^{-1/4} \exp(-j2\pi f_0 \tau) \exp\left[-\frac{\tau^2}{2}\right], \qquad (2)$$

где выбором параметра f_0 осуществляется компромисс между локализацией вейвлета во временно́й и в частотной областях. Для рассматриваемых в настоящей работе частотных диапазонов можно выбрать $f_0 = 1$.

При анализе последовательностей межспайковых интервалов может рассматриваться подход, основанный на идее аппроксимации усредненной мгновенной частоты, предложенный в работах [9,10]. В этом случае зависимость усредненной мгновенной частоты может быть выбрана в качестве сигнала $x(t)$ в формуле вейвлет-преобразования (1). В качестве альтернативы можно осуществить переход от сигнала, изображенного на рис. 1, *b*, к последовательности дельта-функций, каждая из которых соответствует моменту генерации спайка. В последнем случае появляется возможность аналитического вычисления вейвлет-преобразования и спектра сигнала.

Рассмотрим, какие изменения происходят в структуре точечного процесса при воздействии. До стимуляции в последовательности межспайковых интервалов можно зафиксировать несколько ритмов с периодами примерно 20 и 8 s (рис. 2, *a*). При воздействии в спектре четко проявляется пик на 1 Hz, т.е. на частоте внешнего сигнала (рис. 2, *b*). Однако наряду с этим пиком остаются и более медленные процессы. Частотно-временны́е диаграммы вейвлет-анализа позволяют нагляднее проследить за изменениями в структуре сигнала (рис. 2, *c, d*). До воздействия можно зафиксировать несколько ритмов, частоты которых „плавают“ во времени. Эти ритмы не являются стабильными; они могут появляться на каких-то участках сигнала, после чего система демонстрирует переключения частоты. При подаче внешнего воздействия появляется новая частота ($\simeq 1$ Hz); однако, как видно из рисунка 2, *d*, этот ритм не является постоянным, а демонстрирует осцилляции. Это означает, что наблюдается не простая реакция типа „воздействие—отклик“, а взаимодействие собственной динамики нейрона и динамики, обусловленной воздействием.

Полученные результаты позволяют выдвинуть гипотезу о том, что процесс кодирования информации нейроном в некоторых случаях

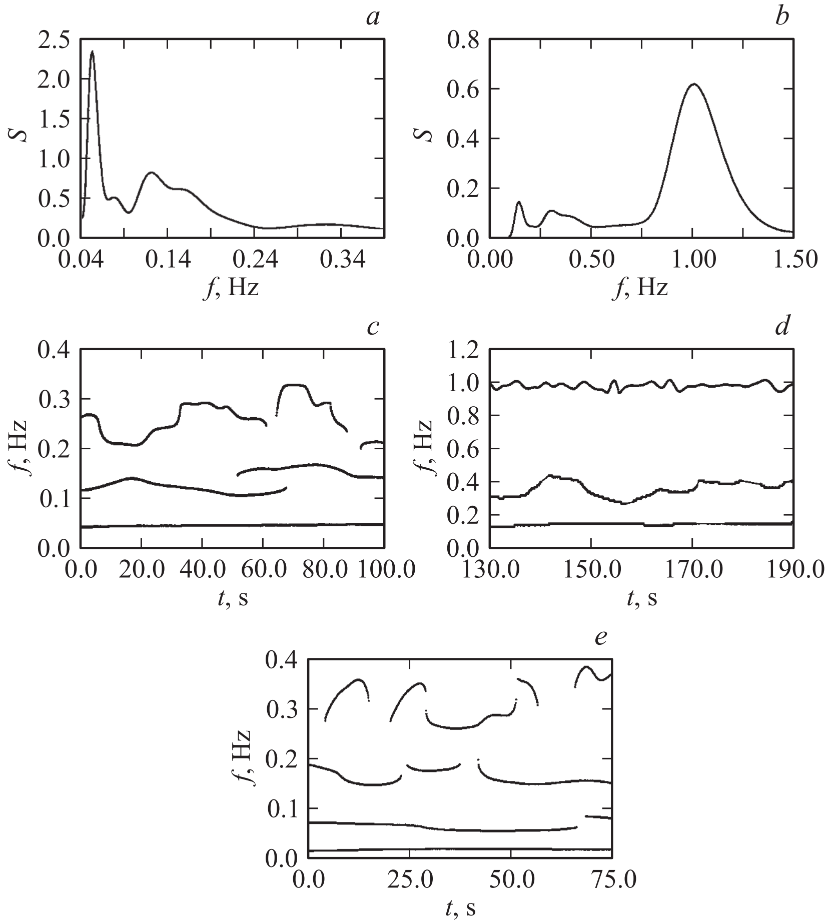

Рис. 2. *a, b* — спектры мощности точечного процесса в отсутствие и при наличии внешнего периодического воздействия соответственно; *c, d* — динамика характерных ритмов частотно-временны́х спектров вейвлет-преобразования в отсутствие и при наличии внешнего воздействия; *e* — динамика медленных ритмов, принимающих участие в модуляции мгновенной частоты ритма 1 Hz, полученная на основе техники двойного вейвлет-анализа.

может рассматриваться в терминах частотной модуляции. Возможная интерпретация рис. 2, *d* заключается в том, что „навязанный“ ритм 1 Hz является несущей частотой, которая модулируется медленными процессами в динамике нейрона. Как известно, в радиофизике частотная модуляция является одним из способов передачи информации, и вполне вероятно, что она представляет собой один из вариантов кодирования информации нейронами.

Исходя из этой гипотезы, можно определить характеристики модуляции (частоту, глубину), базируясь на технике двойного вейвлет-анализа, недавно предложенной в работах [14,15]. С этой целью временна́я зависимость мгновенной частоты ритма в окрестности 1 Hz рассматривается как входной сигнал для еще одного вейвлет-преобразования. В результате можно идентифицировать все ритмы, принимающие участие в модуляции (рис. 2, *e*), и определить глубину частотной модуляции для каждого процесса в отдельности. Из рис. 2, *e* видно, что модулирующий сигнал качественно соответствует динамике нейрона, наблюдаемой до подачи внешнего воздействия (рис. 2, *c*). Таким образом, даже во время стимуляции структура межспайковых интервалов сохраняет динамику, характерную для спонтанной нейронной активности.

Возможное объяснение отмеченных эффектов связано с наличием у нейрона подпороговой динамики. В отсутствие внешнего воздействия пересечения порога происходят достаточно случайно (например, за счет различных флуктуаций). Если на вход системы поступает внешний сигнал, то время пересечения порога может определяться фазой подпороговых колебаний — в зависимости от фазы пересечения будут происходить немного раньше или намного позже, что приводит к варьированию временны́х интервалов между моментами генерации импульсов с частотой подпороговых колебаний. В этом случае применение техники двойного вейвлет-анализа может служить эффективным методом анализа точечных процессов, позволяющим охарактеризовать изменения в структуре подпороговых колебаний в условиях нестационарности и сложной многомодовой динамики.

Авторы выражают благодарность В.А. Макарову за многочисленные дискуссии.

Проводимые исследования были поддержаны Министерством образования и науки РФ по программе „Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 гг.)“ и грантом РФФИ 04-02-16769.

Список литературы

[1] *Sauer T.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 3911–3914.
[2] *Tuckwell H.C.* Introduction to Theoretical Neurobiology. Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
[3] *Racicot D.M., Longtin A.* // Physica D. 1997. V. 104. P. 184–204.
[4] *Castro R., Sauer T.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. P. 287–290.
[5] *Sauer T.* // Nonlinear Dynamics and Time Series / Eds C. Culter and D. Kaplan, Fields Institute Communications. V. 11. American Mathematical Society, Providence, RI, 1997. P. 63–75.
[6] *Hegger R., Kantz H.* // Europhys. Lett. 1997. V. 38. P. 267–272.
[7] *Castro R., Sauer T.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 1030–1033.
[8] *Ding M., Yang W.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. P. 2397–2402.
[9] *Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B., Anishchenko V.S.* // Phys. Rev. E. 1998. V. 58. P. R4–R7.
[10] *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Anishchenko V.S.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 5033–5044.
[11] *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Anishchenko V.S.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. P. 036205 (5).
[12] *Grossmann A., Morlet J.* // S.I.A.M. J. Math. Acal. 1984. V. 15. P. 723–736.
[13] *Chui C.K.* Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis (SIAM Monographs on Mathematical Modeling and Computation). Philadelphia, S.I.A.M., 1997.
[14] *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 031915(8).
[15] *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Brazhe N.A., Brazhe A.R., Erokhova L.A., Maksimov G.V., Mosekilde E.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 218103 (4).