09

Управление градиентными фазовыми распределениями в модели активной антенной решетки с локальными связями между элементами

© *К.Г. Мишагин, В.Д. Шалфеев*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: mishagin@rf.unn.ru

Поступило в Редакцию 18 мая 2006 г.

Представлены результаты теоретического исследования синхронного режима с градиентным фазовым распределением и возможности управления таким распределением в цепочке генераторов, локально связанных между собой с помощью колец фазовой автоподстройки. Показана возможность управления стационарными градиентными распределениями фаз за счет свойств коллективной динамики. В качестве управляющих параметров выступают собственные частоты генераторов и величины связей. Предлагаемый принцип управления, основанный на нелинейной динамике связанных колец фазовой автоподстройки, может быть использован при решении задач фазирования и управления поворотом диаграммы направленности в решетках излучателей разного частотного диапазона.

PACS: 07.57.-c, 11.10.-z, 84.40.Ba

В последнее время особый интерес вызывают прикладные задачи нелинейной динамики, в частности задача о синхронизации и фазировании в решетках активных излучателей, динамика которых может быть описана с помощью модели связанных осцилляторов. Работа [1] является одной из первых работ, в которых был продемонстрирован эффект управления поворотом диаграммы направленности, с помощью манипулирования синхронным режимом в ансамбле локально-связанных осцилляторов. Теоретическое описание данного эффекта было осуществлено на основе изучения фазовой модели осцилляторов со слабыми локальными связями [2].

В данной работе для решения задачи синхронизации и управления поворотом диаграммы направленности предлагается использование кол-

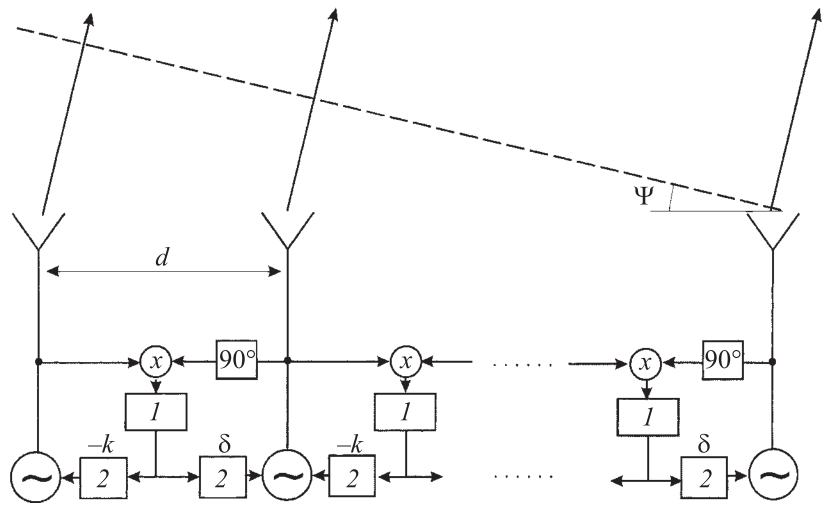

Рис. 1. Схема активной антенной решетки со специальными связями между элементами: *1* — фильтр низких частот, *2* — управляющий элемент.

лективной динамики колец фазовой автоподстройки частоты [3,4]. Эта идея уже обсуждалась в работах [4,5], в работе [6] представлен экспериментальный результат по управлению диаграммой направленности в антенной системе из двух генераторов, связанных с помощью цепи фазовой автоподстройки. Организация специальных связей через сигналы фазовых рассогласований между генераторами дает ряд преимуществ. Известно, что кольца фазовой автоподстройки реализуются как для слабых, так и для мощных генераторов и усилителей разных частотных диапазонов, включая оптический диапазон [7]. Организация связей с помощью колец фазовой автоподстройки позволяет использовать величины связей в качестве управляющих параметров [4]. В работе изучается возможность управления стационарными градиентными фазовыми распределениями в модели цепочки локально-связанных фазоуправляемых генераторов, а также исследуются проблемные вопросы, касающиеся времени установления синхронного режима и влияния случайной расстройки параметров системы на точность фазирования.

Рассмотрим схему активной антенной решетки, состоящей из цепочки локально-связанных генераторов (рис. 1). Генераторы связаны между собой через сигналы фазовых рассогласований, которые получаются в результате перемножения высокочастотных сигналов и прохождения через фильтр низких частот. Далее сигнал поступает на управляющий элемент, который изменяет частоту генератора пропорционально входному напряжению, при этом допустим, что частота управляемого генератора может изменяться в пределах $[\omega_n^0 - 2\Omega,\ \omega_n^0 + 2\Omega]$ (ω_n^0 — частота генератора с номером n при нулевом напряжении на входе управляющего элемента). Пусть Φ_n — фаза колебаний на выходе n-го генератора ($1 \leqslant n \leqslant N$). Представим уравнения, описывающие динамику фаз управляемых генераторов [3,4], в переменных разности фаз $\varphi_n = \Phi_n - \Phi$, отсчитываемых относительно вращающейся с постоянной частотой ω фазы Φ ($d\Phi/dt = \omega = \mathrm{const}$):

$$p\varphi_n + K(p)\big[k\sin(\varphi_n - \varphi_{n+1}) + \delta\sin(\varphi_n - \varphi_{n-1})\big] = \gamma_n, \quad n = \overline{1, N},$$

$$\varphi_0 = \varphi_1, \quad \varphi_{N+1} = \varphi_N, \tag{1}$$

где $p = d/d\tau$ — оператор дифференцирования; $\tau = \Omega t$ — безразмерное время; $K(p)$ — коэффициент передачи фильтра; $\gamma_n = (\omega_n^0 - \omega)/\Omega$ — относительная начальная расстройка частоты n-го генератора; k, δ — величины связи ($0 \leqslant k \leqslant 1,\ 0 \leqslant \delta \leqslant 1$). Для формирования диаграммы направленности антенной решетки необходимо, чтобы все генераторы в узлах были синхронизованы, при этом главный лепесток диаграммы направленности будет отклонен от направления нормали к плоскости антенны на фиксированный угол Ψ (рис. 1), если имеет место градиентное распределение фаз

$$\varphi_n - \varphi_{n-1} = -2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\Psi = \theta, \quad n = \overline{2, N}, \tag{2}$$

где d — пространственный период решетки, λ — длина волны излучения.

Режиму синхронизации в системе (1) с градиентным распределением фаз (2) соответствует состояние равновесия, которое существует, если выполняются следующие соотношения:

$$\gamma_1 = -k\sin\theta, \quad \gamma_N = \delta\sin\theta, \quad \gamma_n = (\delta - k)\sin\theta, \quad n = \overline{2, N-1}. \tag{3}$$

Как видно из (3), для осуществления изменения фазового сдвига можно в равной степени управлять либо частотными расстройками при фиксированных параметрах связи, либо величинами связей при фиксированных частотных расстройках. Рассмотрим два крайних случая, когда связь в цепочке однонаправленная (например, $k = 0$, $\delta \neq 0$) и когда связь взаимная и симметричная ($k = \delta \neq 0$). В первом случае имеет место каскадное соединение фазоуправляемых генераторов, в котором первый элемент играет роль опорного генератора. Искомое решение (2) существует, когда первый элемент имеет нулевую частотную расстройку $\gamma_1 = 0$ $(\omega_1 = \omega)$, а все остальные элементы имеют одинаковую расстройку по частоте $\gamma_n = \gamma$, $2 \leqslant n \leqslant N$, $|\gamma| < \delta$. Тогда наиболее простое управление осуществляется путем изменения начальной частоты первого генератора при фиксированных одинаковых начальных частотах остальных генераторов. Во втором случае искомое решение (2) существует, когда $\gamma_n = 0$, $2 \leqslant n \leqslant N - 1$, $\gamma_1 = -\gamma$, $\gamma_N = \gamma$, $|\gamma| < \delta$, т.е. расстройку по частоте имеют только генераторы на концах цепочки, остальные генераторы имеют начальную частоту, равную ω. Таким образом, для осуществления поворота диаграммы направленности достаточно управлять параметрами двух генераторов на концах цепочки. В обоих случаях все генераторы синхронизованы на частоте ω и разность фаз между соседними элементами определяется уравнением $\sin\theta = \gamma/\delta$.

Покажем локальную устойчивость состояния равновесия системы (1), соответствующего градиентному распределению фаз $\varphi_n = n \cdot \theta$, $1 \leqslant n \leqslant N$. При этом ограничимся случаем фильтра первого порядка в кольце управления с коэффициентом передачи $K(p) = 1/(1 + \varepsilon p)$ $(\varepsilon = \Omega T > 0$, T — постоянная времени фильтра). В результате линеаризации в окрестности состояния равновесия и перехода к нормальным координатам с помощью процедуры, описанной в [2], можно получить следующие характеристические показатели: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -1/\varepsilon$, остальные $2N-2$ характеристических показателя определяются:

$$\lambda_{n1,2} = -\frac{1}{2\varepsilon} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{4\cos\theta}{\varepsilon}\left(k + \delta - 2\sqrt{k\delta}\cos\frac{\pi n}{N}\right)}, \quad n = \overline{1, N-1}. \tag{4}$$

Из анализа характеристических показателей следует, что стационарное градиентное распределение фаз является устойчивым, если $\varepsilon > 0$, $\cos\theta > 0$. Таким образом, в рассмотренных выше двух частных случаях устойчивому решению соответствует фазовый сдвиг $\theta = \arcsin(\gamma/\delta)$. Отметим, что градиентное решение является локально устойчивым во всей области существования синхронного режима, при этом в устойчивом синхронном режиме можно управлять сдвигом фаз между соседними элементами в пределах $-\pi/2 < \theta < \pi/2$. Такой предел изменения фазового сдвига является вполне приемлемым для осуществления управления поворотом диаграммы направленности в стандартных антенных решетках.

С точки зрения практического использования антенных решеток, фазирование в которых основано на организации специальных связей между элементами, критичным параметром является характерное время установления синхронного режима с необходимым фазовым распределением. В данной работе мы ограничимся линейной оценкой характерного времени установления синхронного режима: $\tau^* \sim 1/\min|\lambda_{n1,2}|$, где $\lambda_{n1,2}$ — характеристические показатели (4), при этом положим $\theta = 0$. В случае однонаправленной связи $(k = 0,\ \delta \neq 0)$ характерное время установления синхронного режима во всей цепочке линейно пропорционально количеству элементов цепочки и времени установления стационарного режима в одиночном элементе, которое связано с параметром инерционности цепи управления ε, при $\varepsilon \gg 1$ справедливо $\tau^* \sim (N-1)\cdot\varepsilon$. В случае симметричной взаимной связи $(k\delta \neq 0)$ при $N < N_{th}\ 2\pi\varepsilon^{1/2}$ время переходного процесса $\tau^* \sim \varepsilon\ (\varepsilon \gg 1)$, при $N \gg N_{th}$: $\tau^* \sim N^2$. Как видно из оценок, время установления синхронного режима существенно зависит от количества элементов и вида связи, что необходимо учитывать при практической реализации таких систем. На рис. 2, *a* представлен результат численного расчета времени установления стационарного распределения фаз с точностью 10^{-3} в цепочке с симметричными взаимными связями.

Рассмотрим еще один важный с точки зрения приложений вопрос, касающийся точности фазирования при случайном разбросе управляющих параметров системы. Пусть в системе (1) частотные расстройки γ_n заданы с ошибкой относительно значений, точно соответствующих требуемому градиентному распределению фаз. Пусть ошибки независимы в каждом элементе, имеют гауссовское распределение с нулевым средним и дисперсией σ_γ^2. Случайное распределение частотных расстроек приводит к некоторому случайному отклонению фаз от точного градиентного распределения: $\eta_n = \varphi_n - n\cdot\theta$. Для оценки точности

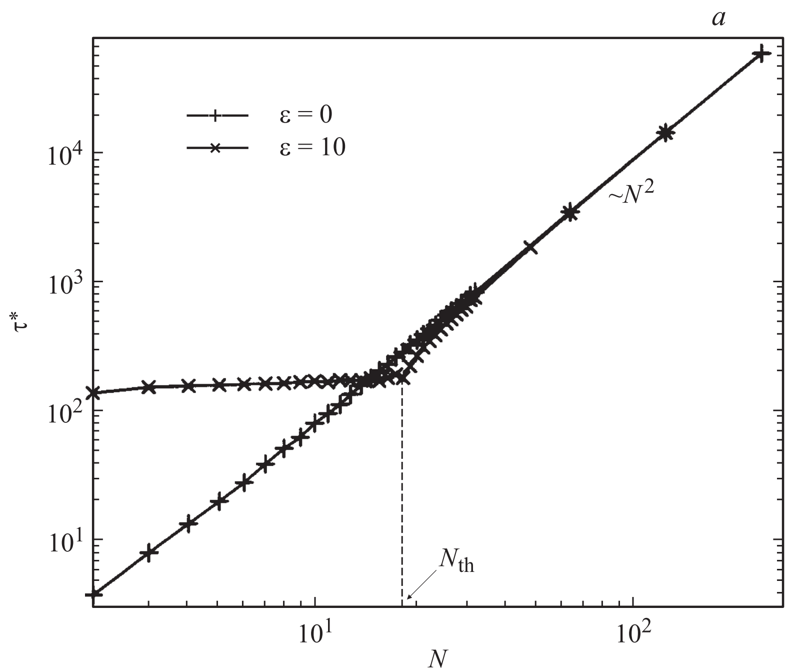

Рис. 2. Зависимость времени переходного процесса от размера цепочки при $k = \delta = 1$, $\gamma = 0$ (a); зависимость характеристики точности фазирования от размера цепочки при случайном разбросе начальных частотных расстроек генераторов с дисперсией $\sigma_\gamma^2 = 10^{-3}$, $\gamma = 0$ (b), *1* — $k = \delta = 1$, *2* — $k = 0$, $\delta = 1$, x — результаты численного счета.

фазирования рассмотрим следующий параметр порядка:

$$\langle \rho_\eta^2 \rangle = \frac{1}{N^2} \left\langle \left| \sum_{n=1}^{N} e^{i\eta_n} \right|^2 \right\rangle, \tag{5}$$

который имеет физический смысл нормированной средней интенсивности поля в точке максимума диаграммы направленности. В случае однонаправленной связи дисперсия фазовой ошибки линейно нарастает вдоль цепочки $\sigma_\eta^2(n) \approx (n-1)\sigma_\gamma^2/\cos\theta$ и можно показать, что $\langle \rho_\eta^2 \rangle \approx 1 - \sigma_\gamma^2 (N^2 - 1)/(6N \cdot \cos\theta)$. Выражение для параметра порядка (5)

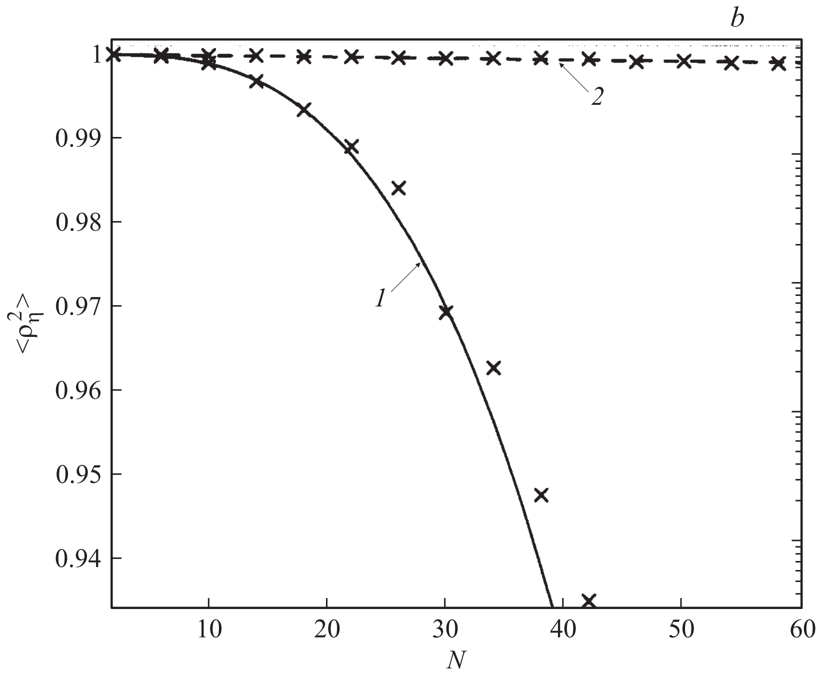

Рис. 2 (*продолжение*).

в случае цепочки с симметричными взаимными связями получается довольно громоздким и здесь не приводится. Численно и аналитически полученные зависимости параметра порядка от размера цепочки представлены на рис. 2, *b*. Можно отметить, что в обоих случаях имеет место ухудшение точности фазирования при увеличении размера цепочки. При этом параметр порядка для цепочки с взаимными связями нелинейно зависит от количества элементов и убывает качественно быстрее параметра порядка для цепочки с однонаправленной связью.

Таким образом, в работе показаны существование градиентных фазовых распределений и возможность управления такими распределениями в цепочке генераторов, локально-связанных с помощью колец фазовой автоподстройки. Показано, что характерное время установления синхронного режима с градиентным распределением фаз и точность фазирования существенно зависят от количества элементов в цепочке и вида связи. Предлагаемый принцип управления, основанный на коллективной динамике связанных систем фазовой автоподстройки, представляется перспективным с точки зрения использования в задачах фазирования и управления поворотом диаграммы направленности в решетках излучателей разного частотного диапазона.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 06-02-16499 и гранта поддержки ведущих научных школ НШ-7309.2006.2.

Список литературы

[1] *Liao P., York R.A.* // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1993. V. 31. N 10. P. 1810–1815.
[2] *Heath T., Wiesenfeld K., York R.A.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. N 11. P. 2619–2627.
[3] *Леонов Г.А., Смирнова В.Г.* Математические проблемы теории фазовой синхронизации. СПб.: Наука, 2000. 400 с.
[4] *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. А.В. Гапонова, М.И. Рабиновича. Горький, 1989.
[5] *York R.A., Itoh T.* // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1998. V. 46. N 11. P. 1920–1929.
[6] *Martinez R.D., Compton R.C.* // IEEE Microwave and Guided Wave Letters. 1994. V. 4. N 6. P. 166–168.
[7] *Mishagin K.G., Shalfeev V.D.* // Proceeding of SPIE Int.Symposium on Optics & Photonics. 31 July–4 August 2005. San Diego, USA. V. 5892. P. 477–485.