

04

## Динамика проникновения магнитного поля в плазму прерывателей тока

© С.В. Логинов

Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск  
E-mail: loginov@oit.hcei.tsc.ru

Поступило в Редакцию 26 февраля 2007 г.

Показано, что проникновение магнитного поля в плазменную перемычку прерывателей тока обусловлено диффузией поля вблизи магнитного поршня с последующим конвективным вносом в объем перемычки за счет вмороженности поля в ускоряемый поток плазмы за фронтом ударной волны, образующейся при ускорении плазмы давлением магнитного поля.

PACS: 52.27.Cm, 52.30.Cv, 52.75.Kq

В зависимости от параметров плазмы и скорости нарастания магнитного поля возможны различные механизмы проникновения магнитного поля в объем плазменной перемычки прерывателей тока. В приближении электронной магнитной гидродинамики длительность стадии проводимости прерывателя ограничена временем прохождения магнитного поля через плазму в виде ЭМГ-волны [1]. При линейном нарастании ток проводимости прерывателя ограничен величиной  $I_c = \left(\frac{16\pi}{3}ner^2l\dot{I}\right)^{1/2}$ , протекающий заряд  $Q = \frac{8\pi}{3}enr^2l$  [2], где  $n$  — концентрация плазмы,  $e$  — заряд электрона,  $r$  — радиус катода,  $l$  — аксиальная протяженность плазменной перемычки,  $\dot{I}$  — скорость нарастания тока в прерывателе. Условия реализации ЭМГ:  $t \ll \omega_i^{-1}$ , где  $\omega_i$  — ионная ларморовская частота, и  $u \gg v_A$ , где  $u$  — токовая скорость электронов,  $v_A$  — массовая скорость плазмы, — для линейно нарастающего магнитного

поля сводятся к  $t \ll \left(\frac{m_i}{Zm}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{2} \frac{mc^3/e}{I} \frac{r}{c}\right)^{1/2}$  и  $n \ll \frac{1}{4\pi l^2} \frac{m_i c^2}{Ze^2}$ , где  $m$  — масса электрона,  $m_i$  и  $Z$  — масса и заряд иона,  $c$  — скорость света. Эти условия для типичных параметров реальных прерывателей, в особенности с микросекундным временем проводимости, не выполняются. Кроме того, ширина токового канала в ЭМГ оказывается на два порядка меньше экспериментально наблюдаемой [3,4]. Развитие в плазме наиболее вероятных неустойчивостей: ионно-звуковой и неустойчивости на нижнегибридной частоте, — не дает требуемого увеличения частоты столкновений и ширины токового канала. Приближение прикатодного диффузионного проникновения поля дает следующие скейлинговые соотношения для тока проводимости и пропускаемого в прерывателе заряда:

$$I_c = \left(\left(\frac{\pi}{\sigma}\right) ecnr l i^{1/2}\right)^{2/3}, \quad Q = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\pi}{\sigma}\right)^{1/2} ecnr l i^{-1/4}\right)^{4/3},$$

где  $\sigma$  — спитцеровская проводимость плазмы [5]. Однако скейлинг  $Q \propto n^{4/3}$  в экспериментах с микросекундными прерывателями не наблюдался.

В пределе идеальной проводимости динамика плазмы сводится к ускорению давлением магнитного поля, скинированного на границе плазменной перемычки. При линейном нарастании ток проводимости прерывателя в результате одномерного сгребания плазмы дается соотношением [6–8]:

$$I_c = \left(12\pi \frac{m_i c^2}{Z}\right)^{1/4} (i^2 r^2 l^2 n)^{1/4}. \quad (1)$$

В конце стадии проводимости скорость магнитного поршня  $u = at = v_A/\sqrt{3}$ , где  $a = \frac{i}{cr\sqrt{3\pi m_i n/Z}}$  — ускорение плазмы давлением магнитного поля. Пропускаемый в прерывателе заряд

$$Q = \left(3\pi \frac{m_i c^2 n}{Z}\right)^{1/2} r l \quad (2)$$

пропорционален произведению геометрических размеров прерывателя и корню квадратному из концентрации плазмы.

По мере ускорения скорость магнитного поршня становится больше скорости звука в плазме, что приводит к формированию ударной волны. Рассмотрим течение плазмы в плоской одномерной геометрии (рис. 1) с осями  $x$ ,  $y$  в плоскости магнитного поршня на поверхности плазмы и осью  $z$  в направлении распространения ударной волны. Магнитное поле  $B(z, t)$  направлено вдоль оси  $y$ , плотность тока  $j(z, t)$  вдоль оси  $x$ .

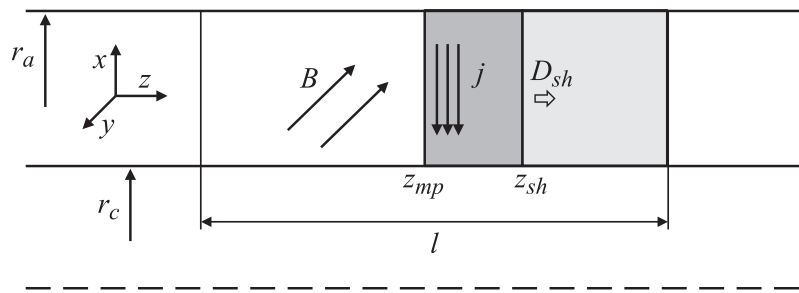


Рис. 1. Геометрия прерывателя.

В бездиссипативном приближении уравнения движения, непрерывности и сохранения энтропии для одномерного течения имеют вид [9]:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{p}{\rho^\gamma} + v \frac{\partial}{\partial z} \frac{p}{\rho^\gamma} = 0, \quad (5)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты. Система уравнений (1)–(3) имеет автономное решение для безразмерной комбинации параметров  $\lambda = \frac{av^2}{z}$ , которое сводится к интегрированию системы уравнений [10]:

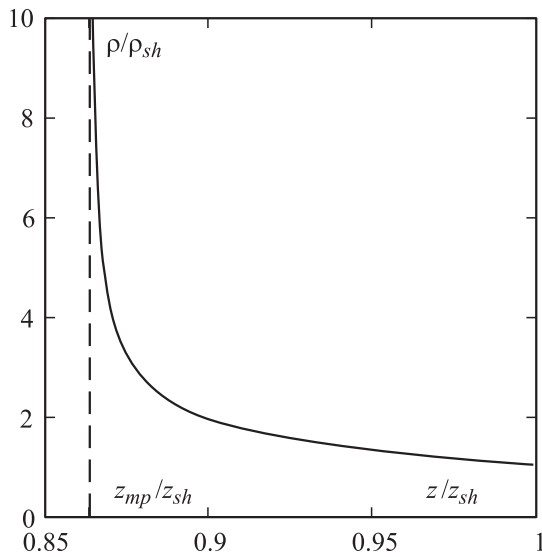
$$\frac{dU}{dV} = \frac{U[2(V-1) + (\gamma-1)V](V-2)}{[V(V-1)(V-2) - (2\gamma^{-1} + V)U]} - \frac{U[(\gamma-1)V(V-1)(V-2) + 2U(V-2 + \gamma^{-1})]}{(V-2)[V(V-1)(V-2) - (2\gamma^{-1} + V)U]}, \quad (6)$$

$$\frac{dR}{dV} = \frac{R}{V-2} \left[ \frac{[(V-2)^2 - U]V}{V(V-1)(V-2) - (2\gamma^{-1} + V)U} - 1 \right], \quad (7)$$

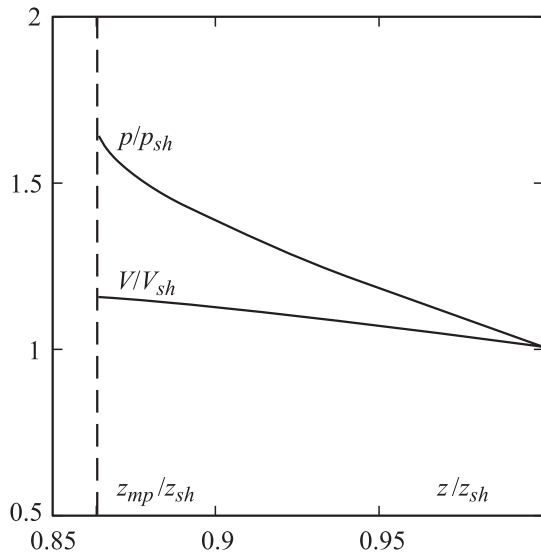
$$\frac{d\lambda}{dV} = \lambda \frac{(V-2)^2 - U}{V(V-1)(V-2) - (2\gamma^{-1} + V)U} \quad (8)$$

с безразмерными переменными  $V(\lambda) = \frac{t}{z}v$ ,  $R(\lambda) = \rho/\rho_0$ ,  $P(\lambda) = \frac{p}{\rho_0} \frac{t^2}{z^2}$ ,  $U = \gamma P/R$ ,  $\rho_0$  — плотность инжектированной плазмы. В [10] уравнения

(4)–(6) решены для  $\gamma = 7/5$  и скорости поршня  $\propto t^m$  с показателем  $m < 1$ . В настоящей работе получено решение системы уравнений (6)–(8) для равноускоренного движения магнитного поршня и  $\gamma = 5/3$ . В этом случае граничные условия на магнитном поршне имеют вид  $V_{mp} = \lambda_{mp} = 2$ , на ударной волне  $V_0 = U_0 = 0$ ,  $R_0 = 1$  перед фронтом волны и  $V_{sh} = \frac{4}{\gamma+1}$ ,  $U_{sh} = \frac{8\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}$ ,  $R_{sh} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$  за фронтом. Результаты численного интегрирования уравнений (6)–(8) с такими граничными условиями показаны на рис. 2 и 3. Прохождение ударной волны приводит к формированию направленного потока плазмы с падающими по мере удаления от поршня плотностью, скоростью и давлением. Параметр автомодельности уменьшается от  $\lambda_{mp} = 2$  на магнитном поршне до  $\lambda_{sh} = 1.73$  на фронте ударной волны. Аксиальная протяженность области между магнитным поршнем и фронтом ударной волны растет пропорционально квадрату времени:  $\delta = \frac{2-\lambda_{sh}}{2\lambda_{sh}} at^2$ . Скорость ударной волны  $D_{sh} = \frac{2}{\lambda_{sh}} u$ , скорость плазмы на фронте волны  $v_{sh} = \frac{2}{\gamma+1} D_{sh} = \frac{4}{\lambda_{sh}(\gamma+1)} u$ , давление  $\frac{p_{sh}}{p_0} = 2 \frac{\gamma}{\gamma+1} \left( \frac{D_{sh}}{c_0} \right)^2 = \frac{8}{\lambda_{sh}^2} \frac{\gamma}{\gamma+1} \left( \frac{u}{c_0} \right)^2$ , где  $p_0$  и  $c_0$  — давление и



**Рис. 2.** Распределение плотности плазмы между магнитным поршнем и фронтом ударной волны.



**Рис. 3.** Распределение скорости и давления плазмы между магнитным поршнем и фронтом ударной волны.

скорость звука в невозмущенной плазме. Вблизи поршня давление плазмы в отличие от плотности остается конечным. Неограниченному росту плотности плазмы на поршне будет препятствовать, очевидно, встречная диффузия плазмы в область за поршнем так, что магнитный поршень будет оставлять за собой протяженный шлейф замагниченной плазмы.

Рассмотрим динамику магнитного поля в плазме прерывателя с конечной проводимостью на фоне полученного газодинамического течения. Динамика поля в приближении одножидкостной магнитной гидродинамики описывается уравнением

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{B}] + D\Delta \mathbf{B}, \quad (9)$$

где  $D = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$  — коэффициент диффузии магнитного поля. На расстояниях от магнитного поршня  $z \gg \frac{D}{u}$  доминирует конвективный внос магнитного поля, обусловленный направленным движением плазмы. В силу замороженности поля в плазму аксиальный профиль распреде-

ления магнитного поля будет совпадать с распределением плотности плазмы. Это означает, что ширина токового канала равна расстоянию между ударной волной и поршнем. При выходе фронта волны на конец плазменной перемычки ширина токового канала  $\delta = \frac{2-\lambda_{sh}}{\lambda_{sh}} l = 0.16l$ . Это соотношение между начальной протяженностью плазменной перемычки и шириной токового канала подтверждается экспериментальными данными: при начальной протяженности перемычки  $\sim 10-20$  см ширина токового канала в конце стадии проводимости достигает  $\sim 1.5-3$  см. При  $\gamma \rightarrow 1$ , что соответствует изотермическому сжатию плазмы,  $\delta$  сокращается до нуля. При  $\gamma = 3$ , что соответствует адиабатическому сжатию одномерного газа, протяженность области между магнитным поршнем и фронтом ударной волны возрастает до  $0.51l$ .

В области, прилегающей к магнитному поршню, проникновение поля происходит за счет диффузии. Действительно, на расстояниях от поршня  $z \ll \frac{D}{u}$  уравнение (9) сводится к диффузионному, решение которого для линейно нарастающего поля в плоскости магнитного поршня  $B(z_{mp}, t) = \dot{B}_0 t = B_0 t / t_c$ , где  $t_c = I_c / I$  — время проводимости, имеет вид

$$B(z, t) = \frac{z}{\sqrt{4\pi D}} \int_0^t \frac{\dot{B}_0 \tau}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left[-\left(\frac{z}{\sqrt{4D(t-\tau)}}\right)^2\right] d\tau \quad [12].$$

Плотность тока  $j(z, t) = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial B(z, t)}{\partial z}$  в плоскости магнитного поршня для диффузионного решения равна  $j_{diff}(z_{mp}, t) = \frac{1}{\pi} \dot{B}_0 \sigma^{1/2} t^{1/2}$ . Если плотность тока  $j_{diff}$  при аксиальном распространении поршня начинает превышать плотность тока насыщения плазмы  $j_{sat}$ , то еще в стадии проводимости начинается эрозия плазмы и рост сопротивления прерывателя. Из уравнения  $j_{diff} = j_{sat}$  следует, что время начала эрозии  $t_{er} = \frac{1}{\sigma} \left(\pi \frac{j_{sat}}{B_0}\right)^2$ . Из равенства  $t_{er} = t_c$ , означающего, что эрозия плазмы начинается только при выходе токового канала на дальний от генератора конец перемычки, следует, что оптимальная протяженность плазменной перемычки должна равняться  $L_{opt} = \frac{\pi^{7/2}}{4\sqrt{3}} \frac{j_{sat}^4}{B_0^3 \sigma^2 \rho^{1/2}}$ .

Таким образом, проникновение магнитного поля в плазменную перемычку обусловлено его диффузией вблизи магнитного поршня с последующим конвективным вносом в объем перемычки за счет вмороженности поля в ускоряемый поток плазмы за фронтом ударной волны, образующейся при ускорении плазмы давлением магнитного

поля. Изложенный в настоящем сообщении подход не претендует на строгое решение задачи проникновения магнитного поля в плазму прерывателей тока. Такое решение требует численного интегрирования самосогласованной системы уравнений динамики плазмы и магнитного поля. Однако изложенный анализ газодинамической и электромагнитной задач выявляет роль наиболее значимых процессов, определяющих сценарий динамики плазмы и магнитного поля. Этот сценарий согласуется с результатами экспериментальных и численных исследований плазменных прерывателей тока [13,14].

## Список литературы

- [1] *Кингсен А.С., Чукбар К.В., Яньков В.В.* Вопросы теории плазмы / Под ред. Кадомцева Б.Б. В. 16. М.: Атомиздат, 1987. С. 243–291.
- [2] *Commisso R.J., Goodrich P.J., Crossmann J.M.* et al. // *Phys. Fluids B*. 1992. V. 4. N 7. P. 2368–2376.
- [3] *Weingarten A., Alexiou S., Maron Y.* et al. // *Phys. Rev. E*. 1999. V. 59. N 1. P. 1096–1110.
- [4] *Arad A., Tsigutkin K., Maron Y.* et al. // *Phys. Plasmas*. 2003. V. 10. N 1. P. 112–125.
- [5] *Бухаров В.Ф., Власов Ю.В., Демидов В.А.* и др. // *ЖТФ*. 2001. Т. 71. В. 3. С. 57–68.
- [6] *Rix W., Parks D., Shanon J.* et al. // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 1991. V. 19. N 2. P. 400–407.
- [7] *Weber B.V., Commisso R.J., Goodrich P.J.* et al. // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 1991. V. 19. N 5. P. 757–766.
- [8] *Cassany B., Grua P.* // *J. Appl. Phys.* 1995. V. 78. N 1. P. 67–76.
- [9] *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1981. 448 с.
- [10] *Кочина Н.Н., Мельникова Н.С.* // *ПММ*. 1958. Т. 22. № 4. С. 444–451.
- [11] *Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А.* Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 384 с.
- [12] *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.
- [13] *Schumer J.W., Swanecamp S.B., Ottinger P.F.* et al. // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 2001. V. 29. N 3. P. 479–493.
- [14] *Xu X., Wang Y.-N.* // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 2006. V. 34. N 4. P. 1529–1535.