

01;04

## Двухтемпературная модель импульсно-периодического излучающего разряда высокого давления в парах цезия

© Ф.Г. Бакшт, В.Ф. Лапшин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург  
Петербургский государственный университет путей сообщения  
E-mail: baksh@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 30 июля 2007 г.

Формулируется двухтемпературная модель импульсно-периодического излучающего разряда в цезии. Рассматриваются условия, когда вследствие большого давления и высокой температуры в плазме устанавливается локальное термодинамическое равновесие (ЛТР) при температуре электронов. Анализируется неравновесная пристеночная область, в которой состояние плазмы отклоняется от ЛТР. Рассчитываются параметры плазмы в импульсе и спектр излучения.

PACS: 52.80.Mg

1. В современной светотехнике для улучшения характеристик источников света используется импульсный режим питания. Теоретические исследования режимов горения импульсных разрядов атмосферного давления опираются на использование уравнений радиационной газодинамики (см., например, [1–5]). В ранее выполненных работах использовалась модель локального термодинамического равновесия (ЛТР) с единой температурой для электронов и тяжелых частиц. В настоящем сообщении формулируется двухтемпературная модель импульсно-периодического излучающего разряда (ИПР) высокого давления в цезии и приводятся первые результаты исследования такого разряда. Исследуются режимы горения разряда, представляющие наибольший интерес с точки зрения создания на его основе эффективного источника света: при давлении  $p = 1–3 \text{ atm}$ , частоте следования импульсов  $\nu = 800 \div 2000 \text{ Hz}$ , максимальном токе  $I_{\text{max}} = 50–200 \text{ A}$  и радиусе трубки  $R = 1.5–4 \text{ mm}$ . В этих условиях температура на оси разряда достигает  $5000 \div 600 \text{ K}$ , концентрация плазмы  $n_e \sim 10^{17}–10^{18} \text{ cm}^{-3}$  и оптическая толщина столба плазмы близка к единице.

2. В рассматриваемых условиях каждая компонента плазмы находится в состоянии ЛТР, и, кроме того, реализуются существенно дозвуковые течения компонент плазмы. Критерии установления ЛТР в излучающей однотемпературной цезиевой плазме были ранее сформулированы в [6]. В рамках модели, рассматриваемой в настоящей статье, полагается, что температура  $T$  атомов и ионов отличается от температуры электронов  $T_e$ . Система уравнений радиационной плазмодинамики имеет при этом следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_i + n_a) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(n_a V_a + n_i V_i)] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} p_a = n_a n_i R_{ai} (V_i - V_a), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (p_e + p_i) = n_i n_a R_{ai} (V_a - V_i), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_e + n_a E_a + n_i E_i \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \frac{5}{2} p_e V_e + n_a V_a E_a + n_i V_i E_i \right] \right\} \\ & = \sigma_e E_z^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} - U_{rad} - \Delta S_{ea} - \Delta S_{ei}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_a + \frac{3}{2} p_i \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \frac{5}{2} p_a V_a + \frac{5}{2} p_i V_i \right] \right\} \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_a \frac{\partial T}{\partial r} + \Delta S_{ea} + \Delta S_{ei}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$I(t) = 2\pi E(t) \int_0^R \sigma_e(r) r dr. \quad (6)$$

Здесь  $p_i, p_e, p_a$  и  $n_i, n_e, n_a$  — парциальные давления и концентрации ионов, электронов и атомов цезия;  $V_i, V_e, V_a$  — их радиальные гидродинамические скорости (предполагается, что радиальный ток на стенке отсутствует и  $V_i = V_e$ ),  $T_e(r, t)$  и  $T(r, t)$  — температуры электронов и тяжелой компоненты плазмы,  $\sigma_e$  — электронная электропроводность,  $\lambda_e$  и  $\lambda_a$  — электронная и атомная теплопроводности,  $E_i, E_a$  — энергия ионизации и усредненная по распределению Больцмана (с температурой электронов) энергия возбуждения атомов цезия,  $\Delta S_{ea}$  и  $\Delta S_{ei}$  —

величины энергии, теряемой электронами при столкновениях с атомами и ионами,  $E_z$  — напряженность продольного электрического поля в плазме,  $U_{rad}$  — потери энергии на излучение с учетом реабсорбции. Методика расчета коэффициентов  $\sigma_e$ ,  $\lambda_e$ ,  $\lambda_a$ ,  $R_{ai}$  и величины  $U_{rad}$  приведены в [5]. В правых частях уравнений (4) и (5) опущены малые по сравнению с  $\sigma_e E_z^2$  слагаемые —  $en_e E_r V_e$  и  $en_i E_r V_i$ , описывающие остывание и разогрев заряженных частиц в радиальном электрическом поле  $E_r$ . Поле  $E_r$  и радиальный ход потенциала  $\varphi(r)$  находятся из уравнения движения электронов или ионов после того, как решена система уравнений (1)–(6).

3. В работе рассматривается установившийся режим горения ИПР разряда, когда импульс тока заданной формы  $I(t)$  периодически пропускается через плазму, поддерживаемую слаботочным дежурным разрядом с током  $I_0$ . При этом, как показано в [5], распределение температуры в стенке и масса  $M$  цезия на единицу длины трубки остаются постоянными в течение импульса. Стенка трубки считается прозрачной для излучения плазмы.

Граничные условия к уравнениям (1)–(5) имеют вид:

$$2\pi m_a \int_0^R r(n_i + n_a) dr = M, \quad \left. \frac{\partial T_e}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0,$$

$$T|_{r=R} = T_W, \quad q_e|_{r=R} = \frac{j_{i0}}{e} \Delta E_0. \quad (7)$$

Здесь  $m_a$  — масса атома цезия;

$$j_{i0} = e D_a \frac{n_i(R)}{L_i \sqrt{2}} \quad (8)$$

— плотность ионного тока, отводимого из ЛТР плазмы на стенку трубки;  $n_i(R)$  — концентрация заряженных частиц на границе ( $r \approx R$ ) ЛТР плазмы с узким пристеночным ионизационным пограничным слоем (ПС);  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии;  $L_i = (D_a \tau_i)^{1/2}$  — длина ионизации атомов Cs,  $1/\tau_i = n_a \bar{v}_e \sigma_i(T_e)$  — обратное время ионизации,  $\sigma_i(T_e)$  — эффективное сечение ионизации атома Cs (см. [7, с. 80–93 и с. 132–147]). Через  $q_e$  обозначена величина плотности потока энергии электронов на границе ЛТР плазмы с ионизационным ПС:

$$q_e|_{r \approx R} = \frac{5}{2} n_e k T_e V_e - \lambda_e \left. \frac{\partial T_e}{\partial r} \right|_{r \approx R}. \quad (9)$$

В ионизационном ПС ионизация преобладает над рекомбинацией и условие ЛТР не выполняется. Через  $\Delta E_0$  в (7) обозначены потери энергии электронов в узком пристеночном слое, связанные с ионизацией атомов в ионизационном ПС и с эмиссией образовавшихся при этом электронов из плазмы на стенку через задерживающий потенциальный барьер  $U_0$  в ленгмюровском слое (ЛС) пространственного заряда, который отделяет от стенки квазилинейную ( $n_i \approx n_e$ ) плазму. В рассматриваемых условиях к ЛС прикладывается сравнительно небольшое напряжение  $U_0 \approx$  нескольким  $kT_e/e$ , так что протяженность ЛС  $L_0 \approx r_D \ll L_i$ . Здесь  $r_D = (kT_e/4\pi n_0 e^2)^{1/2} < l_i$  или  $\sim l_i$ , где  $l_i$  — длина свободного пробега ионов,  $n_0$  — концентрация плазмы на границе между ионизационным ПС и ЛС в точке, где выполняется критерий Бома, т.е.  $V_i = (kT_e/m_i)^{1/2}$ . При столь малой величине  $L_0$  ЛС обычно можно считать почти бесстолкновительным для ионов. В результате электронный и ионный токи, отводимые из квазинейтральной плазмы на стенку, выражаются как [7, с. 80–93]:

$$j_{e,0} = \frac{1}{4} en_0 \sqrt{8kT_e/\pi m_e} (1 - r_2) \exp(-eU_0/kT_e), \quad j_{i,0} = en_0 \sqrt{kT_e/m_i}. \quad (10)$$

Здесь множитель  $(1 - r_2)$  учитывает обеднение электронной функции распределения (ФР) на границе плазмы быстрыми электронами, вследствие их ухода на стенку. В рассматриваемых здесь условиях, при низких степенях ионизации,  $r_2$  может иметь заметную величину. Приравняв (8) и последнее выражение (10), можно выразить  $n_0$  через  $n_i(R)$ . Напряжение  $U_0$  определяется из условия  $j_{i,0} = j_{e,0}$ :

$$U_0 = \frac{kT_e}{e} \ln \left[ (1 - r_2) \sqrt{\frac{m_i}{2\pi m_e}} \right]. \quad (11)$$

Отметим, что протяженность  $L_\varepsilon$  слоя, в пределах которого заметно обеднение ФР быстрыми электронами, мала по сравнению с  $L_i$ :  $L_\varepsilon/L_i \sim 1/N_D$ , где  $N_D$  — число частиц в дебаевской сфере. Поэтому отклонение ФР электронов от максвелловской в плазме, вблизи стенки, практически не влияет на скорость образования ионов в ионизационном ПС и на величину  $j_{i,0}$ .

Поясним условие, накладываемое на температуру  $T_e(r, t)$  на границе ЛТР плазмы со стенкой. Ввиду узости ионизационного ПС и ЛС, эту границу можно считать расположенной при  $r \approx R$ . Для постановки

граничного условия к  $T_e$  используется последнее уравнение (7) с учетом (8)–(11). Величина  $\Delta E_0$  в (7) определяется как  $\Delta E_0 = E_i + eU_0 + \Delta E_e$ , где  $E_i$  — энергия ионизации атома,  $\Delta E_e = \langle (\varepsilon - eU_0) \rangle$  — тепловая энергия электронов, попадающих из плазмы на стенку. Символ  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение для энергий  $\varepsilon > eU_0$  по ФР электронов в потоке  $j_e(\varepsilon)$ . Здесь  $j_e(\varepsilon) = -eD_0[\partial F_{pi}(\varepsilon, x)/\partial x]_{x=0}$ ,  $F_{pi}(\varepsilon, x)$  — ФР электронов в плазме на границе плазмы со стенкой,  $D_0$  — коэффициент диффузии электронов. Величина  $\Delta E_e$  меняется от  $kT_e$  при  $1 - r_2 \ll 1$  до  $2kT_e$  при  $r_2 \ll 1$ . Основными по величине в рассматриваемом граничном условии являются слагаемые  $\lambda_e \partial T_e / \partial r$  и  $j_{i0} E_i / e$ .

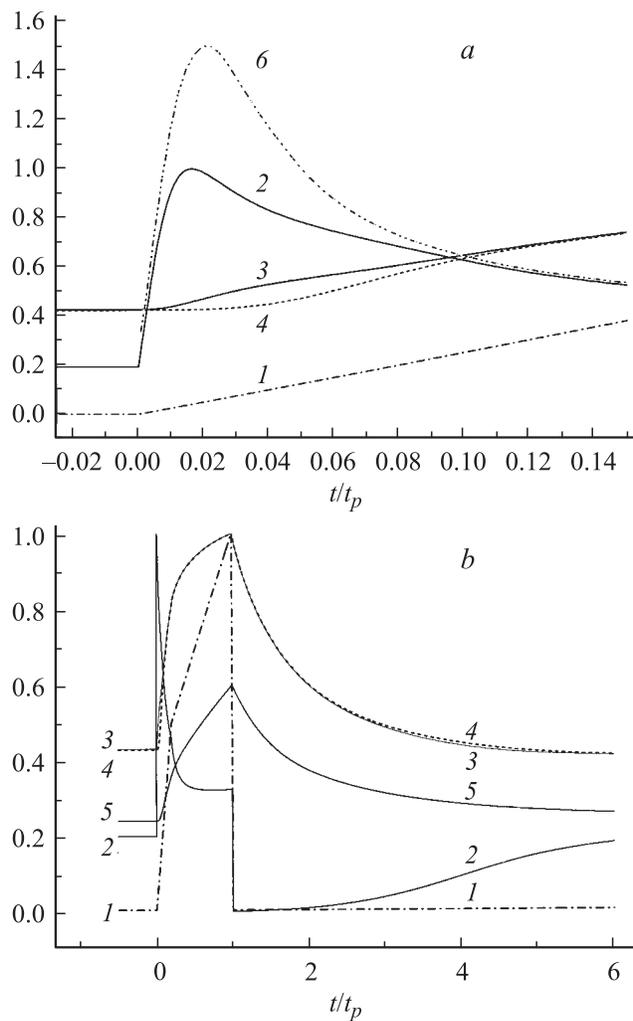
Температура внутренней поверхности трубки  $T_W$  определялась из решения стационарного уравнения теплопроводности для стенки трубки:

$$T_W = \left[ \frac{q_W}{\varepsilon_W \sigma_{S.B.} (1 + \Delta R/R)} \right]^{1/4} + q_W \frac{R}{\lambda_W} \ln \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right),$$

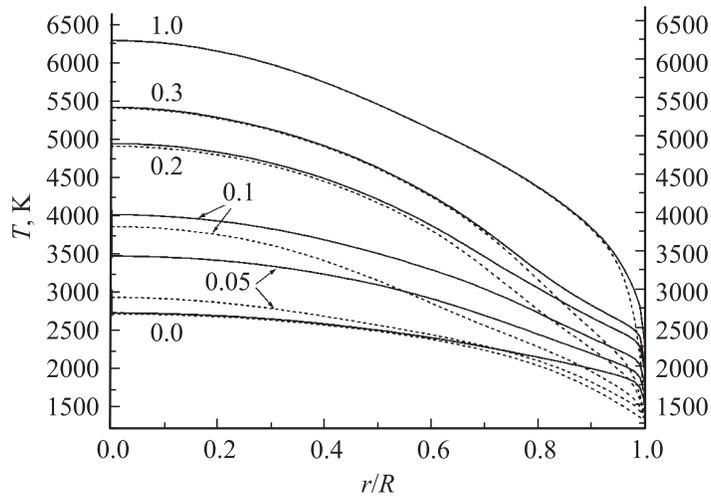
$$q_W = -\nu \int_0^{1/\nu} \left( \frac{j_{i0}}{e} \Delta E_0 + \lambda_a \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} dt. \quad (12)$$

Здесь  $\lambda_W$  — теплопроводность стенки трубки,  $q_W$  — средний за период поток тепла из плазмы на стенку,  $\varepsilon_W$  — коэффициент теплового излучения внешней поверхности трубки,  $\Delta R$  — толщина стенок.

4. На рис. 1–3 приведены результаты расчета ИПР в цезии для  $R = 2.5$  mm,  $I_0 = 0.6$  A,  $\nu = 1000$  Hz,  $\nu t_p = 1/16$ , где  $t_p$  — длительность импульса. Количество цезия на единицу длины трубки составляло  $M = 6.0 \cdot 10^{-2}$  mg/cm, что соответствует давлению насыщенных паров  $P_{sat} = 290$  Torr у холодного конца трубки с температурой  $T_{cold} = 850$  K. На рис. 1 изображены в относительных единицах: использованная в расчетах форма импульса тока  $I(t)/I_{max}$ , напряженность продольного электрического поля  $E_z(t)/E_{max}$ , температуры электронов  $T_e(0, t)/T_{max}$  и ионов  $T(0, t)/T_{max}$  на оси разряда, давление плазмы  $0.6 \cdot P(t)/P_{max}$ . Максимальные значения величин составляют  $I_{max} = 110$  A,  $E_{max} = 97$  V/cm,  $T_{max} = 6297$  K и  $P_{max} = 747$  Torr. Время отложено в единицах импульса  $t/t_p$ . Из рис. 1 и 2 видно, что в основном объеме плазмы, исключая пристеночную область, существенное отличие  $T_e$  от  $T$  имеет место лишь в начале импульса, на временах порядка времени передачи энергии при столкновениях от электронов к тяжелым частицам. Это отличие весьма существенно, так как в начальный момент времени



**Рис. 1.** Зависимость от времени параметров плазмы разряда (*a* — в начале импульса, *b* — в течение импульса и в начале послесвечения). 1 —  $I(t)/I_{\max}$ ; 2 —  $E_z(t)/E_{\max}$  (кривая 6 — значения  $e_z(t)/E_{\max}$ , которые получаются при тех же параметрах разряда, но в однотемпературном приближении, т. е. при  $T_e = T$ ); 3 —  $T_e(0, t)/T_{\max}$ ; 4 —  $T(0, t)/T_{\max}$ ; 5 —  $0.6 \cdot P(t)/P_{\max}$ .



**Рис. 2.** Радиальные распределения  $T_e(r, t)$  (сплошные кривые) и  $T(r, t)$  (пунктир) в различные моменты времени. Время в единицах  $t/t_p$  указано на кривых.

( $t/t_p < 0$ ) оно приводит к весьма сильному уменьшению  $E_z$  (см. рис. 1, *a*), а вместе с тем и полного напряжения на разряде, по сравнению с однетемпературной моделью. На больших временах (см. рис. 1, *b* и 2) температуры  $T_e$  и  $T$  практически совпадают в плазме, исключая пристеночную область, откуда энергия, получаемая тяжелыми частицами от электронов, отводится за счет теплопроводности на стенку трубки. В конце импульса пристеночная область отрыва температур сужается. Это приводит к образованию теплового ПС в распределении  $T(r, t)$  (см., например, кривую  $t/t_p = 1.0$  на рис. 2). Соответствующее резкое увеличение теплового потока  $q_w$ , переносимого на стенку тяжелыми частицами, налагает предел на длительность импульса  $t_p$ . Отметим, что тепловыделение на стенке за счет амбиполярного потока заряженных вносит обычно лишь незначительный ( $\sim$  нескольких %) вклад в тепловой поток из плазмы на стенку.

Отметим также, что в начале импульса, когда температура  $T_e$  в плазме, и особенно в пристеночном слое, еще относительно мала,

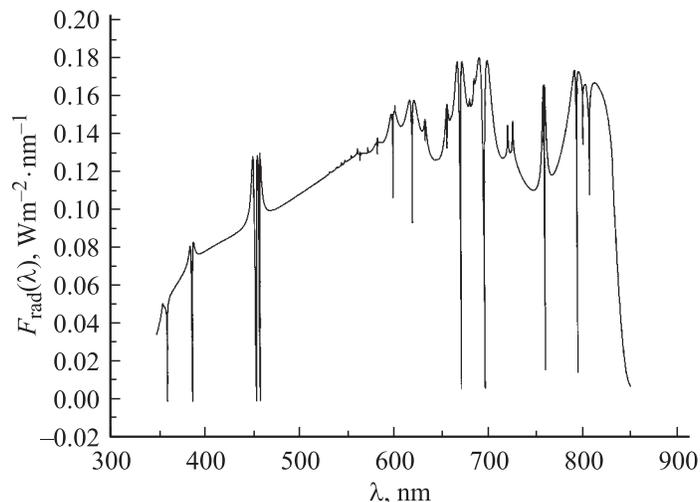


Рис. 3. Усредненный по времени спектр выходящего из плазмы излучения.

модель ЛТР, предполагающая наличие в плазме одних лишь атомарных ионов  $\text{Cs}^+$  и детального равновесия между процессом ионизации атомов Cs и столкновительной трехчастичной рекомбинации ионов  $\text{Cs}^+$ , должна быть дополнена процессами конверсии ионов  $\text{Cs}^+$  в молекулярные ионы  $\text{Cs}_2^+$  с последующей диссоциативной рекомбинацией молекулярных ионов [8]. При рассматриваемом здесь давлении процессы с участием молекулярных ионов становятся существенными при  $T_e \leq (2500-2700 \text{ K})$ , когда скорость конверсии по схеме  $\text{Cs}^+ + 2\text{Cs} \rightarrow \text{Cs}_2^+ + \text{Cs}$  становится сравнимой со скоростью трехчастичной электрон-ионной рекомбинации. При бóльших значениях  $T_e$  образованием ионов  $\text{Cs}_2^+$  в плазме и в пристеночных слоях можно пренебречь. В рассматриваемом здесь примере расчета такая ситуация реализуется при  $t/t_p > 0.3$ , когда в ИПР вкладывается примерно 80% электрической мощности: именно за это время практически и формируется спектр излучения разряда, который, в основном, близок к непрерывному спектру, получаемому в однотемпературной модели (см. рис. 3, а также [5,9]). При этом ИПР в цезии является эффективным источником света с индексом цветопередачи  $R_a = 97$  и световой эффективностью  $\eta_V = 87 \text{ lm/W}$ .

5. В заключение отметим, что в настоящей работе сформулирована двухтемпературная модель импульсно-периодического излучающего разряда в цезии. Рассмотрена неравновесная пристеночная область, в которой состояние плазмы отклоняется от ЛТР. Рассчитаны основные параметры плазмы в импульсе и спектр излучения. Показано, что учет отрыва температур электронов и тяжелых частиц необходим для правильного определения максимального напряжения на разряде. Рассчитан спектр излучения разряда в видимой области и его светотехнические характеристики.

Авторы благодарят В.Г. Иванова за полезное обсуждение.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-08-00600-а).

## Список литературы

- [1] *Chalek C.L., Kinsinger R.E.* // J. Appl. Phys. 1981. V. 52. N 2. P. 716–723.
- [2] *Азизов Э.А., Кобелевский А.В., Настоящий А.Ф.* // Физика плазмы. 1986. Т. 12. В. 3. С. 362–369.
- [3] *Аньшаков А.С., Назарук В.И., Хайтман С.М.* // Теплофизика и аэромеханика. 1996. Т. 3. № 1. С. 81–84.
- [4] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. В. 11. С. 170–177.
- [5] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // Прикладная физика. 2006. № 6. С. 63–72.
- [6] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. В. 7. С. 100–105.
- [7] Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том II / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000.
- [8] *Бакшт Ф.Г., Иванов В.Г.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. В. 4. С. 688–699.
- [9] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 24. С. 70–76.