

01;03

Определение теплового потока по измерениям температуры поверхности в импульсных газодинамических процессах

© Б.И. Резников, Н.П. Менде, П.А. Попов,
В.А. Сахаров, А.С. Штейнберг

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург
E-mail: boris.reznikov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 20 декабря 2007 г.

С помощью анизотропного датчика на основе монокристалла висмута проведены измерения температуры на поверхности тела вращения, обтекаемого импульсным сверхзвуковым потоком азота. С использованием решения уравнения теплопроводности для полупространства предложена методика расчета теплового потока к обтекаемой поверхности по изменению ее температуры. С помощью приемов линейного регрессионного анализа проведена оценка погрешностей измерения температуры и расчета теплового потока.

PACS: 47.27.T-, 52.30.Cv

Эксперименты проводились на большей ударной трубе ФТИ им. А.Ф. Иоффе, в торце которой располагалась рабочая камера прямоугольного сечения 75×150 mm с соплом, обеспечивающим в течение примерно 1 ms стационарный сверхзвуковой поток азота с числом Маха 4. Параметры газа на входе в сопло формировались при отражении ударной волны от торца трубы, где располагался вход в сопло, и рассчитывались по измеренной скорости ударной волны. Параметры газа на выходе из сопла определялись по формулам одномерного изэнтропического расширения и изменялись в диапазонах: температура 600–800 K, давление 4–9 kPa, плотность 0.02–0.06 kg/m³.

В качестве объекта исследования использовалась модель, состоящая из конуса, сопряженного с цилиндром диаметром 30 mm. На поверхности модели вдоль образующей располагались 6 тепловых датчиков размерами в плане 2.2×2.2 mm и толщиной 0.2 mm.

Датчик [1] представляет собой батарею термоэлементов, вырезанных из анизотропного монокристалла висмута под определенным углом к кристаллографическим осям. Работа датчика основана на поперечном эффекте Зеебека — генерации термоэдс в направлении, перпендикулярном градиенту температуры. Напряжение, снимаемое с теплового датчика, пропорционально разности температур на рабочей поверхности, подвергаемой тепловому воздействию, и тыльной, прилегающей к поверхности модели [2]. Предполагаем, что температура распределена равномерно по поверхности датчика, так что ее изменение происходит только по нормали к поверхности. Пока температура тыльной поверхности датчика остается постоянной, распространение тепла в датчике описывается нестационарным уравнением теплопроводности для полупространства

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$\vartheta(0, y) = 0, \quad \vartheta(t, 0) = \vartheta_0(t), \quad \vartheta(t, \infty) = 0. \quad (2)$$

Здесь a — температуропроводность; t — время; y — координата, нормальная к поверхности датчика; $\vartheta(t, y) = T(t, y) - T_\infty$ — изменение температуры; T_∞ — начальная температура полупространства; $\vartheta_0(t)$ — заданная функция времени. Решение уравнения (1) имеет вид [3]

$$\vartheta(t, y) = \frac{y}{2} \frac{1}{\sqrt{a\pi}} \int_0^t \frac{\vartheta_0(\tau)}{(1-\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{y^2}{4a(t-\tau)}\right) d\tau. \quad (3)$$

Связь между величиной теплового потока $q(t)$ к поверхности и ее температурой выражается соотношением [3]

$$q(t) = \frac{\lambda}{\sqrt{a\pi}} \left(\frac{\vartheta_0(t)}{\sqrt{t}} + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\vartheta_0(t) - \vartheta_0(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} d\tau \right), \quad (4)$$

где λ — теплопроводность материала датчика.

При обработке результатов измерений температуры поверхности, заданной в виде таблицы чисел для моментов времени t_i , используется

квадратурная формула [4]

$$q(t_n) = \frac{2\lambda}{\sqrt{a\pi}} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\vartheta_0(t_i) - \vartheta_0(t_{i-1})}{(t_n - t_i)^{1/2} + (t_n - t_{i-1})^{1/2}} \right). \quad (5)$$

Поскольку результаты измерения температуры содержат ошибки, оценка погрешностей измерений и тем более результатов расчета теплового потока представляет практический интерес. Задача усложняется необходимостью выбора вида аппроксимирующей функции температуры, позволяющей получать точное решение краевой задачи (1), (2) и выразить тепловой поток к поверхности в аналитическом виде.

Практический интерес представляет зависимость температуры поверхности, содержащая два параметра — максимальную температуру поверхности ϑ_1 и характерное время τ_0 :

$$\vartheta_0(t) = \vartheta_1 [1 - \exp(-t/\tau_0)]. \quad (6)$$

Зависимости (6) соответствует изменение теплового потока по закону [5]

$$q(t) = \frac{2\lambda}{\sqrt{a\pi\tau_0}} \vartheta_1 \Phi(\sqrt{t/\tau_0}), \quad \Phi(x) = \int_0^x \exp(v^2 - x^2) dv. \quad (7)$$

Зависимость $q(t)$ немонотонна. При $t_m = 0.854\tau_0$ тепловой поток достигает максимального значения $q_m = 0.61\vartheta_1\lambda/\sqrt{a\tau_0}$, а при $t \rightarrow \infty$ уменьшается пропорционально $1/\sqrt{t}$.

С учетом сказанного и исходя из вида сигналов тепловых датчиков, зависимость температуры поверхности от времени целесообразно принять в виде

$$\vartheta_0(t) = \sum_{k=1}^N \vartheta_k [1 - \exp(-kt/\tau_0)], \quad (8)$$

где ϑ_k и τ_0 — параметры разложения, которые находятся из условия минимума квадрата отклонений измеренных значений температуры от этой функции. Тепловой поток к поверхности выражается зависимостью

$$q(t) = \frac{2\lambda}{\sqrt{a\pi}} \sum_{k=1}^N \vartheta_k \sqrt{k/\tau_0} \Phi(\sqrt{kt/\tau_0}). \quad (9)$$

Подбор параметров функции (8) осуществляется в процессе итераций до достижения заданной точности приближения при постепенном усложнении зависимости (8) путем увеличения числа слагаемых. В качестве начального приближения используется слагаемое с индексом $k = 1$, затем последовательно вводятся дополнительные слагаемые для $k > 1$. Применение методов линейного регрессионного анализа [6,7] позволяет определить оптимальное число слагаемых в (8) и (9), значения коэффициентов ϑ_k и параметра τ_0 . Число слагаемых определяется в ходе оценки значимости коэффициентов ϑ_k на основании вычисления их доверительных интервалов при заданной доверительной вероятности. Последние определяются из оценок дисперсии аппроксимации с помощью статистического критерия Стьюдента при заданной доверительной вероятности p (в нашем случае $p = 0.95$). Дисперсия упомянутых отклонений от функции (8), содержащей только значимые коэффициенты, принимается за дисперсию температуры.

В начальной фазе прогрева длительностью 0.5–0.7 ms изменением температуры тыльной поверхности датчика можно пренебречь [2], и сигнал датчика в этом случае пропорционален изменению температуры рабочей поверхности. К моменту времени 1 ms изменение температуры тыльной поверхности датчика составляет примерно 5% от изменения температуры рабочей поверхности. При расчете теплового потока мы пренебрегли этим изменением и использовали описанную выше методику обработки сигналов тепловых датчиков для всего интервала измерений. На рис. 1 и 2 показаны данные измерений температуры и результат пересчета сигнала датчика на конической части модели в тепловой поток для одного из режимов обтекания.

По результатам обработки нескольких опытов при разных параметрах набегающего сверхзвукового потока получены следующие оценки: погрешность измерений температуры составляет величину примерно 0.1 К, относительная погрешность вычисления теплового потока не превосходит 10%. При обработке этих опытов в функцию (8) входили два значимых слагаемых — одно соответствует $k = 1$, второе соответствует k из диапазона от 3 до 7 для разных экспериментов. Заметим, что вид зависимости температуры (8), используемой при оценке погрешностей измерения температуры и расчета теплового потока, во-первых, не является единственно возможным, а во-вторых, не может охватить все многообразие возможных зависимостей температуры поверхности от времени.

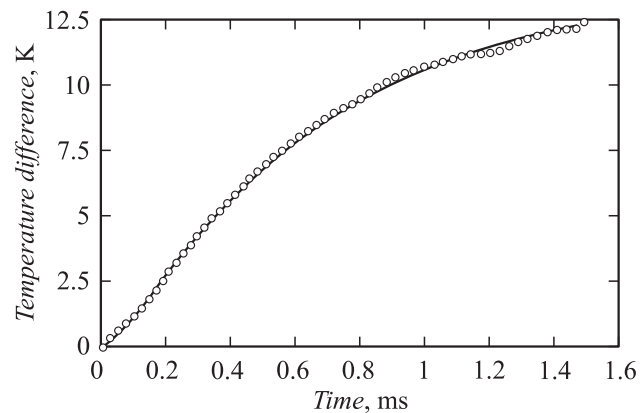


Рис. 1. Экспериментальная зависимость изменения температуры поверхности (значки) и аппроксимирующая кривая (линия).

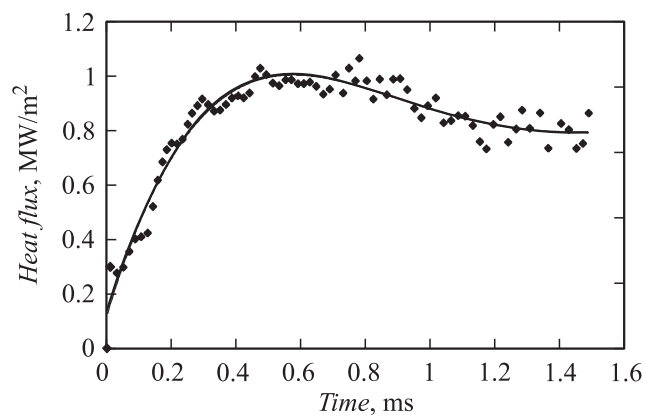


Рис. 2. Зависимости теплового потока к поверхности датчика от времени, полученные обработкой измеренных значений температуры (значки) и аппроксимирующей кривой (линия).

Проведенный анализ показал, что для вычисления теплового потока с приемлемой точностью необходима высокая точность измерений температуры. Это предъявляет определенные требования к измери-

тельной системе. Многолетний опыт использования тепловых датчиков на основе анизотропного монокристалла висмута в экспериментах на ударной трубе в ФТИ показывает, что эти датчики, обладающие высокими быстродействием, чувствительностью и помехоустойчивостью, являются эффективным инструментом для проведения тепловых измерений в импульсных газодинамических процессах, в том числе сопровождающихся сильными электромагнитными помехами.

Работа выполнена при поддержке ЕОАРД (проект МНТЦ № 3475р), Программы президиума РАН № П-09, РФФИ проекты № 06-08-00777, 08-08-00414-а.

Список литературы

- [1] *Divin N.P., Mitiakov A.V., Mitiakov V.Y., Sapozhnikov S.Z.* Patent Number: EP 1223411. Universal sensor for measuring shear stress, mass flow or velocity of a fluid or gas, for determining a number of drops, or detecting drip or leakage. Publication date: 2002-07-17.
- [2] *Резников Б.И., Сахаров В.А., Штейнберг А.С.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 5. С. 28–33.
- [3] *Carlslaw H.S., Jaeger J.C.* Conduction of Heat in solids. Second edition. Oxford: At the Clarendon Press, 1959.
- [4] *Кнаусс Н., Гайсбауер У., Вагнер С.* et al. Calibration experiments of a new active fast response heat flux sensor to measure total temperature fluctuations. Part II. Preliminary measures for a performance of comparative experimental and theoretical heat flux determination with ALTP. Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Pros. Part III. Novosibirsk, 2002. P. 93–102.
- [5] *Иорданишвили Е.К., Бабин В.П.* Нестационарные процессы в термоэлектрических и термомагнитных системах преобразования энергии. М.: Наука, 1983. 216 с.
- [6] *Ермаков С.М., Жиглявский А.А.* Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с.
- [7] *Хартман К., Лецкий Э., Шеффер В.* и др. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / Под ред. Лецкого Э.К. М.: Мир, 1977. 552 с.