

01;02

Роль упругих межчастичных взаимодействий в динамике рамановской атомно-молекулярной конверсии в бозе-конденсате

© Д.В. Ткаченко, П.И. Хаджи

Приднестровский государственный университет, Тирасполь, Молдова
Институт прикладной физики АН РМ, Кишинев, Молдова
E-mail: dvtkachenko@mail.ru

В окончательной редакции 26 мая 2008 г.

Исследовано влияние упругих межчастичных столкновений на процесс атомно-молекулярной конверсии в бозе-конденсате. Показано, что учет столкновений приводит к эффектам как подавления, так и усиления амплитуды колебаний плотности атомов и молекул в периодических режимах конверсии.

PACS: 42.50.Rh, 67.40.-w

В [1] на базе предложенного гамильтониана в приближении среднего поля построена теория стимулированной атомно-молекулярной конверсии в бозе-эйнштейновском конденсате (БЭК). Предсказывается возможность полного периодического превращения атомов в молекулы и наоборот. Этот же процесс, рассматриваемый как двухступенчатый, был изучен в приближении заданных полей обоих падающих импульсов [2-6]. В [5-9] установлено, что учет упругих межчастичных взаимодействий приводит к уменьшению эффективности конверсии. В данном сообщении показано, что упругие межчастичные столкновения могут приводить как к подавлению, так и усилению колебаний плотности молекул в конденсате. Как и в [1], будем рассматривать стандартную Λ -конфигурацию энергетических уровней системы, один из которых соответствует основному состоянию свободных атомов $\hbar\omega_0$, а два другие — возбужденному E_u и основному состояниям двухатомной молекулы $\hbar\Omega_0$. Возникновение молекулы из пары атомов приводит к поглощению кванта света с энергией $\hbar\omega_1$ и излучению кванта с энергией $\hbar\omega_2$. Используем модельный гамильтониан взаи-

модействия H_{int} , описывающий явление индуцированной рамановской атомно-молекулярной конверсии как единый процесс под действием двух коротких импульсов резонансного лазерного излучения с учетом процессов упругих межчастичных взаимодействий [1]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int} = & \hbar g (\hat{\alpha} \hat{a} \hat{b}^+ \hat{c}_1 \hat{c}_2^+ + \hat{\alpha}^+ \hat{a}^+ \hat{b} \hat{c}_1^+ \hat{c}_2) + \frac{1}{2} \hbar v_1 \hat{\alpha}^+ \hat{a}^+ \hat{\alpha} \hat{a} \\ & + \frac{1}{2} \hbar v_2 \hat{b}^+ \hat{b}^+ \hat{b} \hat{b} + \hbar v \hat{\alpha}^+ \hat{a} \hat{b}^+ \hat{b}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \hat{a} и \hat{b} — бозонные операторы уничтожения атомного и молекулярного состояний соответственно, \hat{c}_1 и \hat{c}_2 — операторы уничтожения фотонов с частотами ω_1 и ω_2 , g — константа атомно-молекулярной конверсии, v_1 , v_2 , v — константы межатомного, межмолекулярного и атомно-молекулярного взаимодействий соответственно.

В приближении среднего поля легко получить систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений для амплитуд материальных и электромагнитных полей [1].

Вводя плотности частиц $n = |\alpha|^2$, $N = |b|^2$, $f_1 = |c_1|^2$, $f_2 = |c_2|^2$ и две компоненты „поляризации“ $Q = i(\alpha a b^* c_1 c_2^* - \alpha^* a^* b c_1^+ c_2)$ и $R = \alpha a b^* c_1 c_2^* + \alpha^* a^* b c_1^+ c_2$, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{n} &= 2gQ, \quad \dot{N} = -gQ, \quad \dot{f}_1 = gQ, \quad \dot{f}_2 = -gQ, \\ \dot{Q} &= (\Delta + (2v_1 - v)n + (2v - v_2)N)R + 2gn[(4N - n)f_1 f_2 + Nn(f_2 - f_1)], \\ \dot{R} &= -(\Delta + (2v_1 - v)n + (2v - v_2)N)Q, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta = 2\omega - \Omega + \omega_1 - \omega_2$ — расстройка резонанса.

Решая систему уравнений (2) с использованием начальных условий, получаем четыре независимых интеграла движения для плотностей частиц

$$\begin{aligned} n + 2N &= n_0 + 2N_0, \quad f_1 + N = f_{10} + N_0, \\ f_2 - N &= f_{20} - N_0, \quad Q^2 + R^2 = 4n^2 N f_1 f_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\delta = \Delta/g$, $\Lambda_1 = (2v_1 - v)/g$, $\Lambda_2 = (2v - v_2)/2g$ — нормированные расстройка резонанса и коэффициенты межчастичного взаимодействия соответственно, а N_0 , n_0 , f_{10} и f_{20} — начальные плотности частиц.

Процесс атомно-молекулярной конверсии достаточно характеризовать плотностью образующихся молекул $N(t)$. Плотности материальных и электромагнитных полей нормируем на полное число атомов в бозе-конденсате $n_0 + 2N_0$ в начальный момент времени, а время t на $g(n_0 + 2N_0)^{3/2}$. Поэтому далее везде полагаем $n + 2N = 1$.

С учетом нормировки основное уравнение, описывающее эволюцию плотности молекул N , удобно представить в виде уравнения колебаний нелинейного осциллятора

$$(dN/dt)^2 + W(N) = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} W(N) &= V(N) + U(N), \\ V(N) &= 16N(1/2 - N)^2(N_0 - N + f_{10})(N_0 - N - f_{20}), \\ U(N) &= (N - N_0)^2((\Lambda_2/2 - \Lambda_1)(N + N_0) + \Lambda_1 + \delta)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $(dN/dt)^2$ и $W(N)$ играют роль „кинетической“ и „потенциальной“ энергий осциллятора соответственно. Из (4) следует, что потенциальная энергия системы состоит из двух слагаемых. Слагаемое $U(N)$ связано с упругими межчастичными взаимодействиями и расстройкой резонанса и всегда является положительным. Другое слагаемое — $V(N)$ описывает стимулированную рамановскую конверсию в конденсате.

В [1] было показано, что наличие расстройки δ всегда приводит к тому, что все апериодические режимы конверсии превращаются в периодические. Потенциальная энергия системы без учета межчастичных взаимодействий имеет вид

$$W(N) = V(N) + \delta^2(N - N_0)^2. \quad (6)$$

Второе слагаемое в (6) является строго положительным. Оно „подтягивает“ потенциальную энергию $W(N)$ в верхнюю положительную часть плоскости (W, N) , что свидетельствует в пользу проявления эффекта подавления колебаний, т.к. область возможных динамических процессов ($W(N) < 0$) сужается. Амплитуда всех периодических режимов уменьшается по сравнению со случаем нулевой расстройки резонанса.

Как следует из (5), при нулевой расстройке резонанса ($\delta = 0$) учет упругого взаимодействия всегда приводит к уменьшению протяженности той области на плоскости (W, N) , которая определяет возможные

динамические процессы в БЭК при заданных параметрах. В этом случае амплитуда любых конверсионных процессов в бозе-конденсате всегда будет меньше, чем при отсутствии учета упругого взаимодействия между компонентами конденсата. Такое поведение системы также соответствует проявлению эффекта подавления колебаний, который определяется величинами всех коэффициентов упругого межчастичного взаимодействия.

Обсудим наиболее интересный случай ненулевой расстройки резонанса $\delta \neq 0$ с учетом упругих межчастичных столкновений в бозе-конденсате. Потенциальную энергию в этом случае удобно записать в виде:

$$W(N) = V(N) + (\Lambda_2/2 - \Lambda_1)^2(N - N_0)^2(N - N_1)^2, \quad (7)$$

где $N_1 = -N_0 - (\Lambda_1 + \delta)/(\Lambda_2/2 - \Lambda_1)$ один из вырожденных корней полинома $U(N)$.

Очевидно, положительность правого слагаемого, как и в предыдущих случаях, определяет (преобладающее) проявление эффекта подавления колебаний. Однако поведение атомно-молекулярного конденсата в этом случае намного богаче. При определенных условиях возникают области существенного усиления колебаний, т. е. увеличения их амплитуды. Эффект усиления конверсионных процессов в БЭК важен в связи с поиском возможностей для увеличения эффективности конверсии [5,6].

Сумма V и U в (5) определяет возможность динамических процессов в бозе-конденсате. Из выражений (5) можно сделать вывод, что степень подавления эволюционных процессов в конденсате в области допустимых значений N тем слабее, чем больше степень перекрытия областей, где обе функции минимальны и чем глубже расположены их минимумы. В промежутке между корнями N_0 и N_1 в точке $N_{\max} = (N_0 + N_1)/2$ функция $U(N)$ имеет максимум. Минимизировать величину функции $U(N)$ в области между N_0 и N_1 можно условием $U(N_{\max}) = 0$, которое дает

$$N_0 = N_1 = N_{\max} = (\delta + \Lambda_1)/(2\Lambda_1 - \Lambda_2). \quad (8)$$

Функция $U(N)$ имеет широкое „плато“ в области четырехкратно вырожденного корня N_{\max} , на котором она незначительно отличается от нуля. Задавая начальную плотность молекул N_0 , согласно (8)

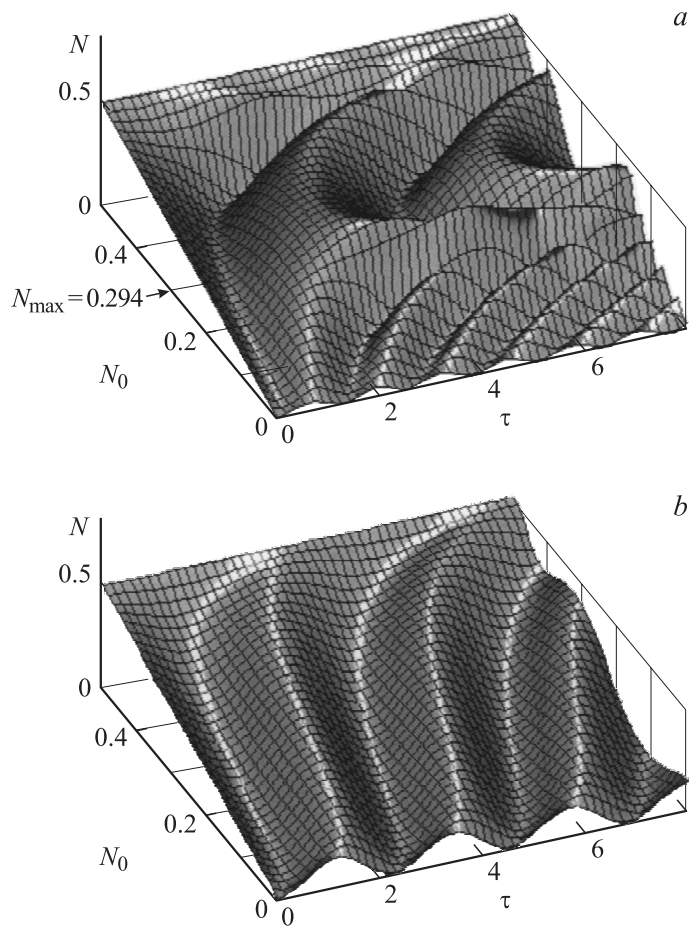


Рис. 1. Временная эволюция нормированного числа молекул N в зависимости от начальной плотности молекул N_0 при фиксированных значениях расстройки резонанса $\delta = -0.2$ и начальных плотностях фотонов $f_{10} = f_{20} = 0.5$. *a* — при учете межчастичного взаимодействия: $\nu = -1$, $\nu_1 = 3$, $\nu_2 = 1$; *b* — без учета межчастичного взаимодействия: $\nu = \nu_1 = \nu_2 = 0$.

всегда можно достичь совмещения точки N_{\max} с минимумом функции $V(N)$ в точке N^* . Заметим, что условие $N_{\max} \approx N^*$ фактически определяет центр области усиления. Такой подстройкой достигается наиболее оптимальный режим атомно-молекулярной конверсии, степень эффективности которой может быть даже выше, чем в случае, когда упругое рассеяние частиц в конденсате отсутствует. На рис. 1, *a* изображена эволюция во времени плотности молекул бозе-конденсата в зависимости от начальной плотности молекул. Из рис. 1, *a* видно, что в области вблизи значения $N_0 = N_{\max} \approx 0.294$ имеет место значительное усиление амплитуды периодических колебаний плотности молекул в бозе-конденсате. Видно, что при тех же значениях параметров, но без учета упругих столкновений, конверсионные процессы в бозе-конденсате подавлены (рис. 1, *b*).

Усиления эффективности конверсии также можно достичь, управляя расстройкой резонанса δ . С экспериментальной точки зрения этот путь, вероятно, более легкий. Значения N^* для разных случаев можно определить численным решением уравнения 4-го порядка, но можно указать и приближенные выражения в зависимости от начальных параметров

$$N^* \approx \begin{cases} 1/4, & 1/2 - f_{10} < N_0 < f_{20}, \\ N_0 + (f_{20} - f_{10})/2, & f_{20} < N_0 < 1/2 - f_{10}, \\ (N_0 + f_{10})/2, & N_0 < f_{20}, 1/2 - f_{10}, \\ 1/4 + (N_0 - f_{20})/2, & N_0 > f_{20}, 1/2 - f_{10}. \end{cases} \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) позволяют оценить оптимальную величину расстройки резонанса δ_{opt} , при которой имеет место эффект усиления амплитуды атомно-молекулярной конверсии в бозе-конденсате $\delta_{opt} = (2\Lambda_1 - \Lambda_2)N^* - \Lambda_1$.

На рис. 2, *a, b* представлены графики эволюции плотности молекул в зависимости от расстройки резонанса δ для различных значений начальной плотности фотонов f_{10} и f_{20} , где δ_{opt} указывают на центр области усиления амплитуды эволюционного процесса.

Итак, показано, что влияние упругих столкновений проявляется как в подавлении, так и усилении амплитуды колебаний плотности молекул конденсата. В условиях отличной от нуля расстройки резонанса при учете упругих столкновений усиление может быть настолько сильным, что амплитуда атомно-молекулярной конверсии молекул и атомов

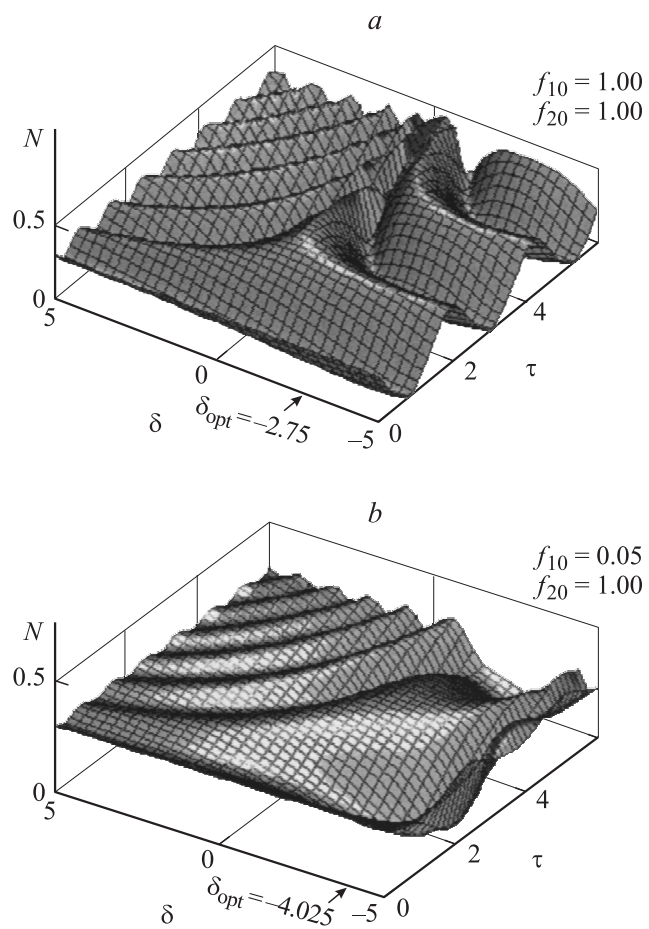


Рис. 2. Временная эволюция нормированной плотности молекул N в зависимости от расстройки резонанса δ при фиксированных значениях начальной плотности молекул $N_0 = 0.3$ и констант межчастичного взаимодействия $\nu = -1$, $\nu_1 = 3$, $\nu_2 = 1$ и различных значениях начальной плотности фотонов f_{10} и f_{20} , соответствующих приближениям заданных полей обоих импульсов (a) и заданного поля второго импульса (b).

может существенно превысить свои значения при подавленных межчастичных взаимодействиях. На основе полученных результатов возможно управлять степенью эффективности конверсионных процессов в бозе-конденсате.

Список литературы

- [1] Хаджи П.И., Ткаченко Д.В. // Письма в ЖЭТФ. 2006. Т. 83. С. 120; ЖЭТФ. 2007. Т. 104. С. 425.
- [2] Drummond P.D., Kheruntsyan K.V., He H. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 3055.
- [3] Heinzen D.J., Wynar R.H., Drummond P.D., Kheruntsyan K.V. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 5029.
- [4] Drummond P.D., Kheruntsyan K.V., Heinzen D.J., Wynar R.H. // Phys. Rev. 2002. A65. P. 063619; Phys. Rev. 2005. A71. P. 017602.
- [5] Jin G.-R., Kim C.K., Nahm K. // Phys. Rev. 2005. A72. P. 045602; arXiv: cond-mat/0603094v1, 2006.
- [6] Jin G.-R., Kim S.W. // arxiv: quant-ph/07100112v1, 2007.
- [7] Ling H.Y., Pu H., Seaman B. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 250403.
- [8] Hornung T., Gordienko S., de Vivie-Riedle R., Verhaar B.J. // Phys. Rev. 2002. A66. P. 043607.
- [9] Lu L.-H., Li J.-Q. arXiv: cond-mat.soft/0705.3935v2, 2007.