03

О хаотических режимах течения во вращающемся сферическом слое

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Н.В. Никитин

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
E-mail: jilenko@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 7 мая 2008 г.

Представлены результаты экспериментального и численного исследования хаотических режимов течения, формирующихся в слое вязкой несжимаемой жидкости под действием вращения сферических границ. Рассматривается случай встречного вращения границ. Полученные в прямом расчете профили турбулентных пульсаций качественно подобны аналогичным профилям для плоского слоя смещения. Хаотические режимы вблизи границы своего формирования и в эксперименте, и в расчете характеризуются сплошным спектром пульсаций скорости и высокой (> 8) корреляционной размерностью, чем отличаются от хаотических режимов, полученных ранее в том же слое при вращении только внутренней сферы.

PACS: 47.27.ek, 47.27.Cn

Характерным свойством крупномасштабных геофизических процессов является присутствие сферической геометрии и вращения. Влияние этих двух факторов может быть учтено в модельном сферическом течении Куэтта, представляющем собой течение вязкой несжимаемой жидкости под действием вращения концентрически расположенных сфер вокруг общей оси с постоянными угловыми скоростями. Характерными параметрами подобия задачи являются числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_k = \Omega_k r_k^2/\nu$, рассчитанные для внутренней $(k = 1)$ и внешней (k=2) сфер, и относительная толщина слоя жидкости $\delta = (r_2 - r_1)/r_1$. Здесь r_k, Ω_k $(k = 1, 2)$ — радиус и угловая скорость вращения соответствующей сферы, ν — кинематическая вязкость жидкости в слое.

К настоящему времени переходы к стохастичности в сферических слоях наиболее полно изучены экспериментально для слоя относительной толщины $\delta = 1$ как в случае вращения только внутренней сферы ($\mathrm{Re}_2 = 0$) [1,2], так и в случае встречного вращения сферических границ [3,4]. В обоих случаях возникновению турбулентности во вращающихся сферических слоях предшествует от 3 до 6 различных неосесимметричных, нестационарных ламинарных режимов течения. При квазистатическом увеличении управляющего параметра — числа Re_1 — состав спектра пульсаций скорости для этих режимов изменяется с небольшими отличиями в соответствии со сценарием Рюэля–Такенса [5]. Увеличение Re_1 с ускорением может приводить к переходу к хаосу через режим перемежаемости [6].

При вращении только внутренней сферы возникновение стохастичности сопровождается возрастанием уровня сплошного фона с сохранением в спектре пульсаций скорости выделенных пиков с амплитудами, не менее чем на порядок выше уровня фона [1,2]. В этом случае на границе возникновения хаоса наблюдается скачкообразный рост вероятностной размерности D до значений $3.5 < D < 4.8$, с дальнейшим увеличением до величин $D > 11$ при Re_1 при $\mathrm{Re}_1 > 1300$.

При встречном вращении сферических границ свойства хаотических режимов течения, образующихся при $\mathrm{Re}_1 \geqslant 450$ [3,4], подробно еще не изучены. В этом случае переходу к стохастичности предшествует периодический режим течения [3,4], вызванный синхронизацией частот [7,8]. Формирующийся стохастический режим течения может отличаться от ранее исследованных при вращении только внутренней сферы. Отметим, что возможности формирования различных по своим свойствам хаотических режимов [9,10] полностью еще не изучены.

Цель данной работы состоит в изучении свойств хаотических режимов течения, формирующихся в сферическом слое $\delta = 1$ при $\mathrm{Re}_2 = -900$ (отрицательные значения Re_2 соответствуют встречному вращению сфер) в случае квазистатического увеличения Re_1. Численное исследование основано на решении уравнений Навье–Стокса и неразрывности, описывающих течение вязкой несжимаемой жидкости. Уравнения записаны в сферической системе координат с радиальным (r), полярным (θ) и азимутальным (φ) направлениями:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U \operatorname{rot} U - \operatorname{grad}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2}\right) - \nu \operatorname{rot}\operatorname{rot} U, \quad \operatorname{div} U = 0.$$

Здесь U, p, ρ — соответственно скорость, давление и плотность жидкости. На сферических границах заданы условия прилипания и непротекания:

$$u_\varphi(r = r_k) = \Omega_k r_k \sin\theta, \quad u_r(r = r_k) = 0, \quad u_\theta(r = r_k) = 0, \quad k = 1, 2,$$

где u_φ, u_r, u_θ — азимутальная, радиальная и полярная компоненты скорости. Вычислительный алгоритм основан на консервативной конечно-разностной схеме дискретизации уравнений Навье–Стокса по пространству и полунеявной схеме Рунге–Кутты 3-го порядка точности для интегрирования по времени [11,12]. Для дискретизации по пространству используются сетки, неравномерные по r и θ направлениям, с отношением максимального размера ячейки к минимальному 4 и общим количеством узлов $5.76 \cdot 10^5$ [8]. Расчеты проводятся при параметрах подобия, соответствующих экспериментам [3,4]: $\nu = 5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$, $r_1 = 0.075\,\mathrm{m}$, $r_2 = 0.15\,\mathrm{m}$, $\Omega_2 = -2\,\mathrm{s}^{-1}$ $(\mathrm{Re}_2 = -900)$, $\Omega_1 \leqslant 4.2\,\mathrm{s}^{-1}$. В качестве начальных условий используется решение при близких значениях Re_1.

В лабораторном эксперименте сферический слой $\delta = 1$ образован двумя плексигласовыми сферами с приведенными выше размерами и заполнен прозрачным силиконовым маслом. Для стабилизации температуры жидкости в слое сферы помещены в термостат, заполненный принудительно охлаждаемым силиконовым маслом, что позволяет выдерживать температуру в слое постоянной с точностью $\pm 0.1^\circ$C. Величины скорости для каждой из сфер поддерживаются постоянными с погрешностью не более 0.05%. Квазистационарное увеличение скоростей вращения границ обязательно включает присутствие участков с $\partial/\partial t\ (\mathrm{Re}_1) = 0$.

Измерения пульсаций скорости лазерным доплеровским анемометром проводятся по оптической схеме прямого рассеивания [4] в двух различных точках. Первая точка измерения удалена от экватора на расстояние 45 mm и от оси вращения на 120 mm, и в ней измеряется проекция вектора скорости на плоскость, параллельную экватору. Вторая точка удалена от плоскости экватора на растояние 85 mm и от оси вращения на 110 mm, и в ней измеряется азимутальная компонента скорости.

Важными характеристиками хаотических режимов течения являются осредненные профили скорости и турбулентных пульсаций, но такие экспериментальные данные для рассматриваемых в данной работе течений авторам неизвестны. В сферическом течении большая часть кинетической энергии сосредоточена в азимутальной компоненте скорости u_φ, осредненные профили которой в экваториальной плоскости течения, полученные прямым расчетом, представлены на рис. 1. Профиль турбулентных пульсаций

$$A_{rms}(r) = \sqrt{\frac{1}{N_t}\sum_{n=1}^{N_t}\Big(u_\varphi(n, r) - \overline{u_\varphi(r)}\Big)^2}$$

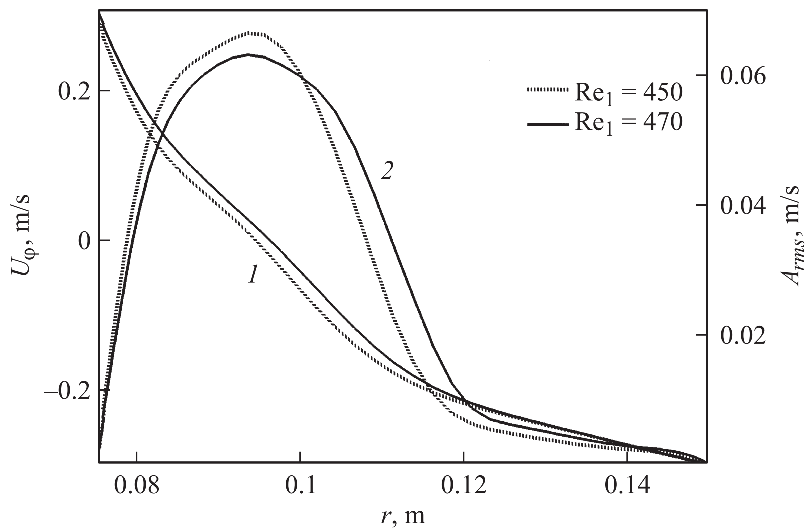

Рис. 1. Осредненная по времени величина азимутальной компоненты скорости u_φ (*1*) и амплитуда ее пульсаций A_{rms} (2), рассчитанные для двух значений Re_1, в зависимости от расстояния от оси вращения.

имеет характерный вид (рис. 1) с максимумом, соответствующим положению точки смены знака азимутальной компоненты скорости. Здесь N_t — число точек в выборке, на рис. 1 приведены данные для $N_t = 5000$. Такой же вид профиля характерен для турбулентных пульсаций и в других сдвиговых течениях, таких как плоский слой смешения [13]. Турбулентные пульсации (рис. 1) сосредоточены на расстоянии не более 2/3 толщины слоя от внутренней сферы и стремятся к 0 при приближении к сферическим границам. Максимальные изменения осредненного профиля скорости с изменением числа Re_1 также расположены на расстоянии не более 2/3 толщины слоя от внутренней сферы. Осредненные профили скорости представляют собой 3 участка с разными, но постоянными значениями $\partial u_\varphi/\partial r$, снижающимися по мере приближения к внешней сфере. С изменением Re_1 величина $\partial u_\varphi/\partial r$ заметно изменяется только на участке вблизи внутренней сферы. Такой вид профиля скорости позволяет назвать его средний участок „слоем смешения " между двумя участками вблизи внутренней и внешней сфер.

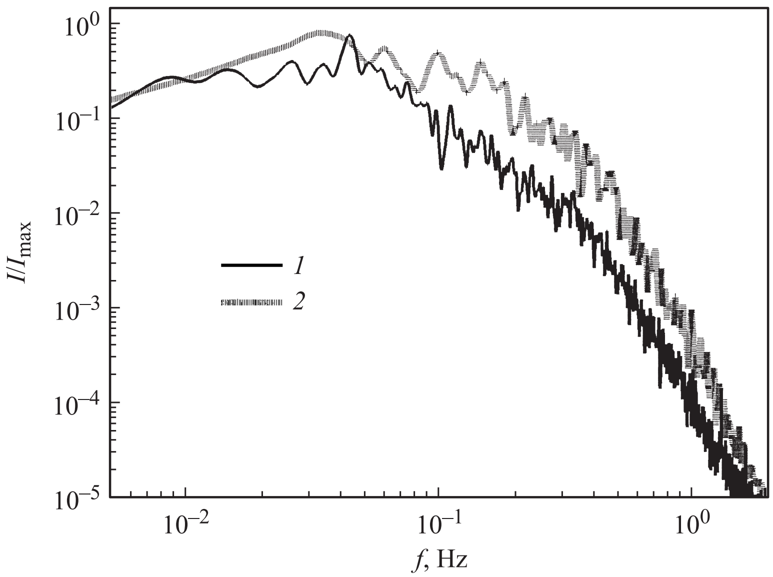

Рис. 2. Спектры пульсаций азимутальной скорости хаотического режима течения при $\mathrm{Re}_1 = 450$: *1* — эксперимент, *2* — расчет.

Полученные в расчете и эксперименте зависимости скорости от времени используются для построения спектров и величин корреляционной размерности. Спектры получены в результате усреднения спектров перекрывающихся участков по $3.2 \cdot 10^4$ точек при общей длине записи до $9 \cdot 10^4$ точек (1.5 h). Вероятностная корреляционная размерность D_c вычисляется следующим образом [14]:

$$C(r) \sim r^{D_c}, \quad C(r) = \lim_{m\to\infty} \frac{1}{m^2} \sum_{j,j=1}^{m} H\big(r^{(p)} - |x_i^{(p)} - x_j^{(p)}|\big).$$

Здесь H — функция Хевисайда, $r^{(p)}$ — расстояние в p-мерном пространстве, $x_i^{(p)}\{x(t_i), x(t_i+\tau), \ldots x(t_i+(p-1)\tau)\}$ — точка в p-мерном пространстве, характеризующая состояние системы в момент времени t_i. Ряд $x(t_0 + k\Delta t)$ представляет собой дискретную запись пульсаций скорости с интервалом дискретизации Δt. Длина записи составляла не менее $3.2 \cdot 10^4$ точек, $\tau = 12$ s. Под знаком суммы вычисляется

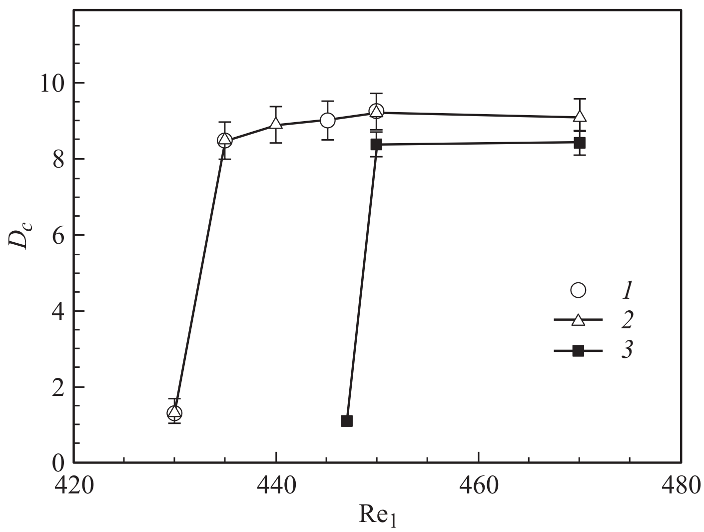

Рис. 3. Корреляционная размерность D_c в зависимости от числа Re_1. Вертикальными линиями показан возможный разброс значений при изменении сдвига по времени τ. *1* — эксперимент в точке 1; *2* — эксперимент в точке 2; *3* — прямой расчет.

число пар точек $x_i^{(p)}$ и $x_j^{(p)}$, расстояние между которыми меньше $r^{(p)}$. Величина $C(r)$ вычисляется при возрастающих значениях p. Тангенс угла наклона кривой $\log(C(r)) = f(\log(r))$ равен корреляционной размерности D_c. Начиная с некоторой размерности пространства p значение D_c не изменяется, это значение и выбирается в качестве корреляционной размерности рассматриваемого режима течения.

Спектры скорости (рис. 2) хаотического режима течения характеризуются отсутствием выделенных пиков, существенно превышающих средний уровень фона, и экспоненциальным затуханием амплитуды пульсаций на частотах свыше 0.5 Hz. При увеличении $\mathrm{Re}_1 (\mathrm{Re}_1 < 500)$ вид спектров остается неизменным. Величины размерности, полученные в двух разных точках измерения в эксперименте (рис. 3), полностью совпадают между собой. Стохастизация течения сопровождается резким возрастанием размерности (рис. 3): от величины порядка 1 для одночастотного режима до 8 в момент перехода. Далее с увеличением числа Re_1 размерность остается практически постоянной. Необходимо отметить, что вид спектра пульсаций скорости и зависимость величины размерности от Re_1 существенно отличаются от аналогичных характеристик, полученных ранее в том же слое [1] в случае вращения только внутренней сферы. Это подтверждает возможность формирования различных по своим свойствам хаотических режимов течения в одном и том же сферическом слое. Сравнение интегральных свойств хаотических режимов (рис. 2, 3) свидетельствует о хорошем соответствии результатов эксперимента и расчета и о возможности достоверного численного моделирования таких течений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 07-08-00247 и 08-01-00489.

Список литературы

[1] *Беляев Ю.Н., Яворская И.М.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 1. С. 10–18.
[2] *Беляев Ю.Н.* // ПМТФ. 1995. № 1. С. 64–72.
[3] *Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Докл. РАН. 2000. Т. 375. № 6. С. 770–773.
[4] *Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 2. С. 56–53.
[5] *Ruelle D., Takens F.* // Communs. Nath. Phys. 1971. V. 20. N 3. P. 167–192.
[6] *Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Докл. РАН. 2003. Т. 390. № 4. С. 478–483.
[7] *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В.* // Докл. РАН. 2007. Т. 414. № 1. С. 39–43.
[8] *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В.* // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 6. С. 22–33.
[9] *Рабинович М.И., Сущик М.М.* // УФН. 1990. Т. 160. В. 1. С. 3–64.
[10] *Гордиенко С.Н., Моисеев С.С.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. В. 5(11). С. 1630–1647.
[11] *Никитин Н.В.* // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2006. Т. 46. № 3. С. 509–526.
[12] *Nikitin N.* // J. Comp. Phys. 2006. V. 217(2). P. 759–781.
[13] *Kit E.* et al. // J. Fluid Mech. 2007. V. 589. P. 479–507.
[14] *Grassberger P., Procaccia I.* // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. N 5. P. 346–349.