01;09;07

К вопросу о физическом смысле материальных уравнений киральной среды

© О.В. Осипов, А.Н. Волобуев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара
Самарский государственный медицинский университет
E-mail: volobuev@samaramail.ru

Поступило в Редакцию 24 марта 2009 г.

На основе анализа различных используемых материальных уравнений искусственной киральной среды показано, что удельное вращение равно произведению параметра киральности на волновое число электромагнитной волны, распространяющейся в киральной среде. Отмечено различие в подходах при исследовании оптически активных и искусственных киральных сред.

PACS: 11.30.Rd, 61.30.-v, 81.05.Ni

Искусственная киральная среда представляет собой композитный материал, где в твердую диэлектрическую основу включаются периодически расположенные и хаотически ориентированные проводящие микроэлементы асимметричной формы. В качестве киральных включений могут использоваться право- и левовинтовые спирали, разомкнутые кольца с выступающими концами, плоские многозаходные спирали, S-образные элементы и т. п.

Исследование таких сред проводится на основе решения уравнений Максвелла совместно с видоизмененными по сравнению с обычными средами материальными уравнениями. Например, часто материальные уравнения в режиме гармонической зависимости векторов поля СВЧ-диапазона от времени имеют вид (так называемый формализм Линделла–Сиволы) [1–4]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \mp i\chi\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \pm i\chi\mathbf{E}, \tag{1}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрической и магнитной составляющих поля, а $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ — их индукции, ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости киральной среды, χ — параметр киральности, i — мнимая единица. Верхние знаки соответствуют киральной среде на основе правых форм зеркально-асимметричных элементов, а нижние знаки — на основе левых форм.

Существуют и другие формы записи материальных уравнений. Например, рассматривая киральную среду как среду со слабой пространственной дисперсией в [4,5], использовали тензорную форму материальных уравнений:

$$\mathbf{D} = \overleftrightarrow{\varepsilon}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \overleftrightarrow{\mathbf{H}}, \tag{2}$$

где

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \dfrac{k_z\chi}{k_0\mu} & -\dfrac{k_y\chi}{k_0\mu} \\ -\dfrac{k_z\chi}{k_0\mu} & \varepsilon & \dfrac{k_x\chi}{k_0\mu} \\ \dfrac{k_y\chi}{k_0\mu} & -\dfrac{k_x\chi}{k_0\mu} & \varepsilon \end{pmatrix}; \quad \overleftrightarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & \dfrac{k_z\chi}{k_0\varepsilon} & -\dfrac{k_y\chi}{k_0\varepsilon} \\ -\dfrac{k_z\chi}{k_0\varepsilon} & \mu & \dfrac{k_x\chi}{k_0\varepsilon} \\ \dfrac{k_y\chi}{k_0\varepsilon} & -\dfrac{k_x\chi}{k_0\varepsilon} & \mu \end{pmatrix},$$

k_0 — модуль волнового вектора падающей на киральную среду волны, $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$ — проекции на оси координат волнового вектора в киральной среде.

Аналогом киральной среды в оптическом диапазоне является оптически активная среда, способная, как и киральная среда, вращать плоскость поляризации проходящего через нее света, например, чистый скипидар, раствор глюкозы, кварц и т. д. Киральным элементом в этих средах является молекула, не имеющая центра плоскости симетрии. Направление поворота плоскости поляризации в оптически активной среде зависит от формы изомера (L- или D-форма).

Исследование оптически активных сред традиционно ведется в направлении рассмотрения квантовых эффектов дисперсии света с учетом различия в фазах световой волны в разных точках молекулы [6]. Квантово-механическая теория позволила объяснить многие физические эффекты, связанные с оптической активностью вещества: поворот плоскости поляризации света, нормальную (закон Био) и аномальную дисперсию оптического вращения, круговой дихроизм. Все эти явления имеют свои аналоги в искусственных киральных средах.

В связи с тем что потребность в понимании оптической активности появилась сразу после ее обнаружения в 1811 г. французским ученым Д.Ф. Араго, а представления об электромагнитной природе света были еще в зачаточном состоянии, французский физик О.Ж. Френель в 1823 г. предложил феноменологическую теорию оптической активности. Он объяснил оптическую активность различием показателей преломления право- и левополяризованных по кругу n_R и n_L компонент поляризованного света. На основе этих представлений Френель получил формулу для вычисления угла поворота плоскости поляризации света в оптически активной среде:

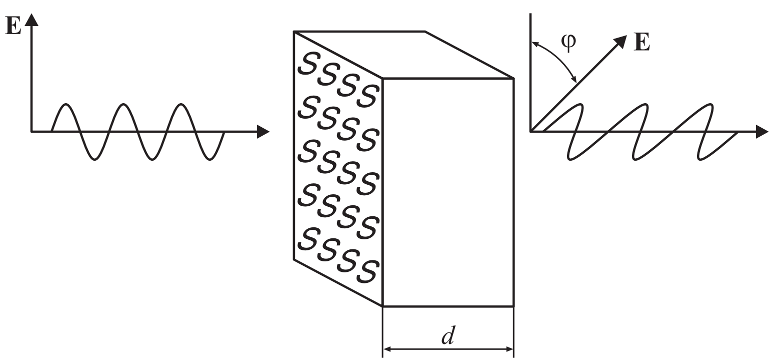
$$\varphi = \alpha d = \frac{\pi d}{\lambda}(n_R - n_L), \tag{3}$$

где λ — длина волны излучения, d — толщина среды. Величина $\alpha = \pi(n_R - n_L)/\lambda$ носит название удельного вращения.

Формула Френеля (3) не потеряла своего значения и до настоящего времени в связи со строгостью предпосылок, лежащих в основе ее вывода.

Целью настоящей работы является поиск на основе феноменологической теории Френеля и решения уравнений Максвелла в оптически активной среде связи удельного вращения и параметра киральности.

Рассмотрим процесс распространения плоской электромагнитной волны в киральной среде (см. рисунок). Уравнения Максвелла для векторов поля в киральной среде с учетом материальных уравнения (1)



Поворот плоскости поляризации электромагнитной волны в киральной среде.

записываются следующим образом:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = k_0(-i\mu\mathbf{H} + \chi\mathbf{E}),$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = k_0(i\varepsilon\mathbf{E} + \chi\mathbf{H}). \quad (4)$$

Из уравнений первого порядка (4) можно, применяя операцию rot, стандантным образом [4] получить два связанных дифференциальных уравнения второго порядка относительно векторов **E** и **H**.

$$\nabla^2\mathbf{E} + k_0^2(n^2 + \chi^2)\mathbf{E} - 2ik_0^2\mu\chi\mathbf{H} = 0,$$
$$\nabla^2\mathbf{H} + k_0^2(n^2 + \chi^2)\mathbf{H} + 2ik_0^2\varepsilon\chi\mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

где $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ — показатель преломления среды. Отметим, что при $\chi = 0$ уравнения (5) перестают быть связанными и переходят в однородные уравнения Гельмгольца для плоской волны в диэлектрической среде с показателем преломления n.

Для решения системы уравнений (5) используем новые переменные в виде полей Бельтрами [1–3]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L, \quad \mathbf{H} = i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}(\mathbf{E}_R - \mathbf{E}_L), \quad (6)$$

где $\mathbf{E}_R$ — вспомогательный вектор напряженности электрического поля с правокруговой (ПКП), а $\mathbf{E}_L$ — с левокруговой (ЛКП) поляризацией.

В результате подстановки (6) в уравнения (5) получаем для векторов $\mathbf{E}_R$ и $\mathbf{E}_L$ однородные уравнения Гельмгольца:

$$\nabla^2\mathbf{E}_R + k_R^2\mathbf{E}_R = 0, \quad \nabla^2\mathbf{E}_L + k_L^2\mathbf{E}_L = 0, \quad (7)$$

где $k_R = k_0(n + \chi)$ — волновое число для волны ПКП в киральной среде, а $k_L = k_0(n - \chi)$ — для волны ЛКП. Уравнения (5) описывают независимое распространение двух электромагнитных волн с различными волновыми числами:

$$k_{R,L} = k_0(n \pm \chi). \quad (8)$$

Используя (1) и (8), можно записать материальные уравнения для волн ПКП и ЛКП в виде

$$\mathbf{D}_{R,L} = \varepsilon_{R,L}\mathbf{E}_{R,L}, \quad \mathbf{B}_{R,L} = \mu_{R,L}\mathbf{H}_{R,L}, \quad (9)$$

где
$$\varepsilon_{R,L} = \varepsilon\left(1 \pm \frac{\chi}{n}\right), \quad \mu_{R,L} = \mu\left(1 \pm \frac{\chi}{n}\right). \tag{10}$$

Таким образом, волны ПКП и ЛКП в киральной среде обладают различными показателями преломления:
$$n_{R,L} = \sqrt{\varepsilon_{R,L}\mu_{R,L}} = n \pm \chi, \tag{11}$$
из чего следует различие фазовых скоростей этих волн. На выходе из киральной среды плоскость поляризации электромагнитной волны окажется повернутой на некоторый угол. Волны ПКП и ЛКП могут не только проходить с разной скоростью, но и по-разному поглощаться средой — так называемый круговой дихроизм. В этом случае на выходе из киральной среды волна будет поляразована эллиптически. Одновременное проявление различного поглощения и различной скорости прохождения ПКП и ЛКП волн называется эффектом Коттона [7].

Вычислим угол поворота плоскости поляризации при прохождении волны через киральный слой. Подставляя выражения для n_R и n_L (11) в формулу Френеля (3), получаем:
$$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}\chi, \tag{12}$$
где удельное вращение $\alpha = k\chi$, величина k — волновое число электромагнитной волны, распространяющейся в киральной среде.

Таким образом, физический смысл параметра киральности заключается в его равенстве удельному вращению, нормированному на волновое число. Следовательно, нет необходимости использовать две характеристики киральной среды, а можно описывать ее либо параметром киральности, либо удельным вращением.

Как видно из явного вида тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости (2), в них присутствуют удельные вращения $\alpha_i = k_i\chi$ в направлениях осей $i = x, y, z$, нормированные на величины $k_0\varepsilon$ или $k_0\mu$. Удельное вращение α_i входит в недиагональные элементы кососимметрических тензоров $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ и $\overleftrightarrow{\mu}$. Как известно, недиагональные элементы кососимметрических тензоров описывают эффекты вращения, так как само вращение является несимметричным процессом. Углы поворота плоскости поляризации вдоль различных осей могут быть различны. В силу указанных причин можно считать, что материальные уравнения (2) физически более полно, чем (1), отражают свойства искусственной киральной среды.

Список литературы

[1] *Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Vitanen A.J.* Electromagnetic waves in chiral and biisotropic media. London: Artech House, 1994. 291 p.

[2] *Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н.* и др. // УФН. 1997. В. 11. С. 1201–1212.

[3] *Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V.* Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Heidelberg and Boston: Springer-Verlag, 1989. 121 p.

[4] *Неганов В.А., Осипов О.В.* Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.

[5] *Яцышен В.В., Дубовой Е.С.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11. № 3. С. 44–47.

[6] *Волькенштейн М.В.* Биофизика. М.: Наука, 1981. С. 153, 158, 165.

[7] *Джераси К.* Дисперсия оптического вращения. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 12. (*Djerassi C.* Optical Rotatory Dispersion. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London, 1960).