01

Консервативно-диссипативные силы и теплообмен между движущимися пластинами, обусловленные флуктуационным электромагнитным полем: релятивистский случай

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: gv_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 4 мая 2009 г.

В рамках релятивистской флуктуационной электродинамики с учетом эффектов запаздывания впервые получены выражения для консервативно-диссипативных сил взаимодействия и скорости теплообмена двух параллельных пластин, разделенных вакуумной щелью, при нерелятивистской относительной скорости движения.

PACS: 34.35.+a, 34.50.Dy, 42.50.Vk

В нашей недавней работе [1] было показано, что предельный переход от конфигурации „пластина–пластина“ к конфигурации „малая частица–пластина“, широко применяющийся в теории Лифшица–Питаевского при расчетах сил Казимира, не всегда является адекватным в неравновесных температурах и динамических условиях. Основываясь на „принципе соответствия“ между обеими конфигурациями и точном релятивистском решении для второй из них, полученном нами в [2,3], в данной работе сформулированы корректные правила соответствия для консервативно-диссипативных сил и скорости теплообмена тел в соответствующих случаях. В результате применения этих правил впервые получены самосогласованные выражения для всех указанных величин при нерелятивистском относительном движении пластин, разделенных вакуумным зазором с шириной l, с учетом эффектов запаздывания и температуры. Полученные формулы могут быть использованы в качестве реперных при построении общей релятивистской теории флуктуационно-электромагнитных взаимодействий в конфигурации „пластина–пластина“. В дальнейшем все величины, относящиеся к ней, будем снабжать верхним индексом „2“, а в случае конфигурации „малая частица–пластина“ — индексом „1“.[1]

Основываясь на результатах [2,3], общие релятивистские формулы для тангенциальной и нормальной (по отношению к покоящейся пластине) компоненты флуктуационно-электромагнитной силы $F_x^{(1)}, F_z^{(1)}$ и скорости нагрева $dQ^{(1)}/dt$ движущейся частицы в системе отсчета покоящейся пластины (рис. 1, a в [1]) запишем в виде [4]:

$$F_x = -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y k_x \left[\alpha_e''(\gamma\omega^+)\,\mathrm{Im}\left(\frac{\exp(-2q_0z)}{q_0}R_e(\omega,\mathbf{k})\right)\right.$$
$$\left. + (e\leftrightarrow m)\right]\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT_2}\right) - \coth\left(\frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_BT_1}\right)\right]$$
$$-\frac{\hbar\gamma}{\pi c^4}\int\limits_0^\infty d\omega\omega^4 \int\limits_{-1}^{1} dxx(1+\beta x)^2\left[\alpha_e''(\gamma\omega_1)\alpha_m''(\gamma\omega_1)\right]$$
$$\times\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT_2}\right) - \coth\left(\frac{\gamma\hbar\omega_1}{2k_BT_1}\right)\right], \tag{1}$$

$$F_z = -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y$$
$$\times\left\{\alpha_e''(\gamma\omega^+)\,\mathrm{Re}\left[\exp(-2q_0z)R_e(\omega,\mathbf{k})\right]\coth\left(\frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_BT_1}\right)\right.$$
$$\left. + \alpha_e'(\gamma\omega^+)\,\mathrm{Im}\left[\exp(-2q_0z)R_e(\omega,\mathbf{k})\right]\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT_2}\right) + (e\leftrightarrow m)\right\}, \tag{2}$$

[1] В работах [1,3] использовался противоположный порядок обозначения конфигураций.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar\gamma}{2\pi^2}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y \omega^+ \left[\alpha_e''(\gamma\omega^+)\,\mathrm{Im}\left(\frac{\exp(-2q_0 z)}{q_0} R_e(\omega, \mathbf{k})\right)\right.$$

$$\left. + (e \leftrightarrow m)\right]\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1}\right)\right]$$

$$+ \frac{\hbar\gamma}{\pi c^3}\int\limits_0^\infty d\omega\omega^4 \int\limits_{-1}^{1} dx(1+\beta x)^3\left[\alpha_e''(\gamma\omega_1) + \alpha_m''(\gamma\omega_1)\right]$$

$$\times\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\gamma\hbar\omega_1}{2k_B T_1}\right)\right], \quad (3)$$

$$\Delta_e(\omega) = \frac{q_0\varepsilon(\omega) - q}{q_0\varepsilon(\omega) + q}, \quad \Delta_m(\omega) = \frac{q_0\mu(\omega) - q}{q_0\mu(\omega) + q},$$

$$q = \left(k^2 - (\omega^2/c^2)\varepsilon(\omega)\mu(\omega)\right)^{1/2}, \quad q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2},$$

$$k^2 = |\mathbf{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad \beta = V/c, \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}, \quad (4)$$

$$\omega^+ = \omega + k_x V, \quad \omega_1 = \omega(1+\beta x),$$

$$R_e(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_e(\omega)\left[2(k^2 - k_x^2\beta^2)(1 - \omega^2/k^2c^2) + (\omega^+)^2/c^2\right]$$

$$+ \Delta_m(\omega)\left[2k_y^2\beta^2(1 - \omega^2/k^2c^2) + (\omega^+)^2/c^2\right].$$

В отличие от [4], в формулах (1) и (3) сохранены не зависящие от расстояния z (частицы от пластины) вклады от взаимодействия с равновесным вакуумным фоном электромагнитного излучения с температурой T_2, совпадающей с температурой пластины, температура частицы принимается равной T_1. Далее, в приведенных выражениях $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ обозначают зависящие от частоты диэлектрическую и магнитную проницаемость вещества пластины, $\alpha_e(\omega)$ и $\alpha_m(\omega)$ — частотнозависиящие диэлектрическая и магнитная поляризуемости частицы. Формулы (1)–(3) соответствуют дипольному приближению $R/z \ll 1$, где R — радиус частицы. Кроме того, V и c — скорость движения частицы и скорость света в вакууме, k_B и $\hbar$ — постоянные Больцмана и Планка, однократно и дважды штрихованные величины соответствуют вещественной и мнимой компонентам соответствующих функций. Важным отличием формул (1)–(3) от аналогичных в [2,3] является то, что вклады электромагнитных мод ближнего поля $(k > \omega/c)$ и вклады радиационных мод $(k < \omega/c)$ объединены в одно интегральное выражение, поскольку вклады мод разного типа входят в результирующие формулы идентичным образом, будучи связаны аналитическими преобразованиями [5].

В случае расчета консервативных сил Казимира и Казимира–Полдера обычно применяемое правило перехода „$2 \to 1$“ записывается в виде [6]

$$F_z^{(1)}(z) = -\frac{1}{n_1 S}\,\frac{dF_z^{(2)}(l)}{dl}\Big|\, l = z, \tag{5}$$

где n_1 — плотность атомов вещества одной из пластин, S — площадь вакуумного контакта, причем в формулах для $F_z^{(2)}(l)$ выполняется предельный переход к разреженной среде $\varepsilon_1(\omega) - 1 = 4\pi n_1 \alpha_e(\omega) \to 0$, $\varepsilon_1(\omega)$ и $\alpha_e(\omega)$ соответствуют веществу выбранной пластины. Аналогичные (5) соотношения для $F_x^{(1,2)}$ и $\dot{Q}^{(1,2)}$ имеют вид

$$F_x^{(1)}(z) = -\frac{1}{n_1 S}\,\frac{dF_x^{(2)}(l)}{dl}\Big|\, l = z, \tag{6}$$

$$\dot{Q}^{(1)}(z) = -\frac{1}{n_1 S}\,\frac{d\dot{Q}^{(2)}(l)}{dl}\Big|\, l = z. \tag{7}$$

При учете магнитных вкладов взаимодействия преобразование $\varepsilon_1(\omega) - 1 = 4\pi n_1 \alpha_e(\omega) \to 0$ должно дополняться преобразованием $\mu_1(\omega) - 1 = 4\pi n_1 \alpha_m(\omega) \to 0$ с сохранением структуры всех формул и с заменой индексов $e \leftrightarrow m$.

Принимая во внимание (5)–(7), детальный анализ структуры формул (1)–(3) показывает, что при нерелятивистском движении первой пластины ($\beta \to 0$, $\gamma \to 1$) с учетом эффекта запаздывания и при условии термодинамического равновесия с температурой T всех тел системы переход к разреженной среде выполняется с помощью соотношений [5]

$$\Delta_{1e}(\omega) \to \frac{\pi n_1}{q_0^2}\left[\alpha_e(\omega)(2k^2 - \omega^2/c^2) + \alpha_m(\omega)\omega^2/c^2\right], \tag{8}$$

$$\Delta_{1m}(\omega) \to \frac{\pi n_1}{q_0^2}\left[\alpha_m(\omega)(2k^2 - \omega^2/c^2) + \alpha_e(\omega)\omega^2/c^2\right]. \tag{9}$$

Учитывая (1)–(9), приходим к следующим формулам для $F_x^{(2)}(l)$, $F_z^{(2)}(l)$, $\dot{Q}^{(2)}(l)$:

$$F_x^{(2)}(l) = -\frac{\hbar S}{4\pi^3}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y k_x \left[\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1e}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(\exp(-2q_0 l)\Delta_{2e}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1e}(\omega^+)\Delta_{2e}(\omega)|^2}\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1m}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(\exp(-2q_0 l)\Delta_{2m}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1m}(\omega^+)\Delta_{2m}(\omega)|^2}\right]\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)-\coth\left(\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T}\right)\right], \tag{10}$$

$$F_z^{(2)}(l) = -\frac{\hbar S}{4\pi^3}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y$$

$$\times\left[\left(\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1e}(\omega^+)\operatorname{Re}\big(q_0\exp(-2q_0 l)\Delta_{2e}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1e}(\omega^+)\Delta_{2e}(\omega)|^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T}\right)\right.\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1m}(\omega^+)\operatorname{Re}\big(q_0\exp(-2q_0 l)\Delta_{2m}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1m}(\omega^+)\Delta_{2m}(\omega)|^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T}\right)\right)$$

$$+\left(\frac{\operatorname{Re}\Delta_{1e}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(q_0\exp(-2q_0 l)\Delta_{2e}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1e}(\omega^+)\Delta_{2e}(\omega)|^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\operatorname{Re}\Delta_{1m}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(q_0\exp(-2q_0 l)\Delta_{2m}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1m}(\omega^+)\Delta_{2m}(\omega)|^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right)\right], \tag{11}$$

$$\dot{Q}^{(2)}(l) = \frac{\hbar S}{4\pi^3}\int\limits_0^\infty d\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_y \omega^+ \left[\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1e}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(\exp(-2q_0 l)\Delta_{2e}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1e}(\omega^+)\Delta_{2e}(\omega)|^2}\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{Im}\Delta_{1m}(\omega^+)\operatorname{Im}\big(\exp(-2q_0 l)\Delta_{2m}(\omega)\big)}{|1-\exp(-2q_0 l)\Delta_{1m}(\omega^+)\Delta_{2m}(\omega)|^2}\right]\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)-\coth\left(\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T}\right)\right], \tag{12}$$

$$\Delta_{ie}(\omega) = \frac{q_0\varepsilon_i(\omega)-q_i}{q_0\varepsilon(\omega)+q_i}, \quad \Delta_{im}(\omega) = \frac{q_0\mu_i(\omega)-q_i}{q_0\mu_i(\omega)+q_i}, \quad i = 1, 2, \tag{13}$$

$$q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad k^2 = |\mathbf{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2,$$
$$q_i = \left(k^2 - (\omega^2/c^2)\varepsilon_i(\omega)\mu_i(\omega)\right)^{1/2}, \tag{14}$$

где индекс $i = 1, 2$ нумерует пластины, $\varepsilon_i(\omega)$ и $\mu_i(\omega)$ — соответствующие им диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость. Из $(10)-(12)$ нетрудно также получить аналогичные формулы без учета эффекта запаздывания (в пределе $c \to \infty$), причем в последнем случае они оказываются справедливы и в отсутствие теплового равновесия [4]. Для этого в аргументах гиперболических функций необходимо сделать замены $\omega/T \to \omega/T_2$ и $\omega^+/T \to \omega^+/T_1$, а температуры T_1 и T_2 должны относиться к частице и пластине соответственно. Тепловое состояние вакуумного фона в данном случае не имеет значения.

Формулы $(1)-(3)$ и $(10)-(12)$ принципиально отличаются от полученных в недавних работах [7,8], несостоятельность которых мы обсуждали в [1,4,5]. Вопрос о нахождении общего релятивистского решения неравновесной задачи $(T_1 \neq T_2,\ \beta \to 1)$ в конфигурации 2 остается открытым.

Список литературы

[1] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 13. С. 50.
[2] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // ФТТ. 2009. Т. 51. В. 1. С. 3.
[3] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 354 006.
[4] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // arXiv:0904.0124v1 [cond-mat.other] 1 Apr 2009.
[5] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // arXiv: 0904.0236v1 [cond-mat.other] 1 Apr 2009.
[6] *Antezza M., Pitaevskii L.P., Stringari S., Svetovoy V.B.* // Phys. Rev. 2008. V. A77. P. 022 901.
[7] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 78. P. 155 437.
[8] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // arXiv: 0807.1004v1 [cond-mat.other] 7 Jul 2008.