

03

## Формирование профиля ударной волны в газе с учетом релаксационных эффектов

© Ю.М. Липницкий, А.В. Панасенко

ФГУП Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,  
Королев  
E-mail: akpanas@mail.ru

Поступило в Редакцию 26 мая 2009 г.

Важной отличительной особенностью среды с релаксационными свойствами является необходимость учета запаздывания распространения тепла в газе. На примере численного решения уравнений Навье–Стокса показано, что классическое распределение параметров в ударной волне, даваемое аналитическим решением уравнений Навье–Стокса (R. Becker, 1921), может оказаться неприемлемым вследствие наличия в среде релаксационных свойств, проявляемых при временах нанодиапазона.

PACS: 52.35.Mw, 52.35.Tc

В настоящее время одним из приоритетных направлений является развитие наноиндустрии. При этом в некоторых случаях при разработке технических устройств различного назначения, работающих во временном нанодиапазоне, могут потребоваться распределения параметров в профиле ударной волны. Классическое распределение параметров в ударной волне, даваемое решением уравнений Навье–Стокса [1], может оказаться неприемлемым вследствие наличия в среде релаксационных свойств, проявляемых при временах нанодиапазона.

При рассмотрении процессов в газовых средах считается общепринятым использование закона Фурье при записи уравнения энергии с учетом распространения тепла. Важной отличительной особенностью среды с релаксационными свойствами является необходимость учета запаздывания распространения тепла в газе. Это обстоятельство приводит к необходимости использования в уравнениях Навье–Стокса (в уравнении энергии) при определении удельного теплового потока  $q$  вместо закона Фурье выражение вида  $q = -k \frac{\partial T}{\partial x} - \tau_g \frac{\partial q}{\partial t}$ . Здесь  $k$  —

коэффициент теплопроводности,  $T$  — температура,  $x$  — продольная координата,  $t$  — время,  $\tau_g$  — эмпирическая константа, отражающая конечную скорость распространения теплового потока [2,3].

Для апробации возможного влияния эффектов релаксации на протекание газодинамического процесса выбрана задача о формировании профиля ударной волны в газе в следующей постановке. Принимается, что в момент времени  $t < 0$  в газе существуют 2 области параметров, связанных соотношениями Гюгонио на ударной волне и разделенные перегородкой. В момент времени  $t = 0$  перегородку убирают и в газе возникает процесс, приводящий при  $t \rightarrow \infty$  к формированию профиля ударной волны. Данная задача имеет характерное время процесса  $\sim \frac{\mu_g}{P_g} = \frac{1.81 \cdot 10^{-5}}{101325} \sim 10^{-10}$  s, что находится в качественном соответствии с величиной  $\tau_g t_g$  из [2] и дает основание полагать, что при ее рассмотрении релаксационные эффекты могут оказывать заметное влияние на ход газодинамического процесса.

Численное решение было получено на основе уравнений Навье–Стокса с реализацией конвективных членов аналогично [4] и диссипативных членов — центральными разностями.

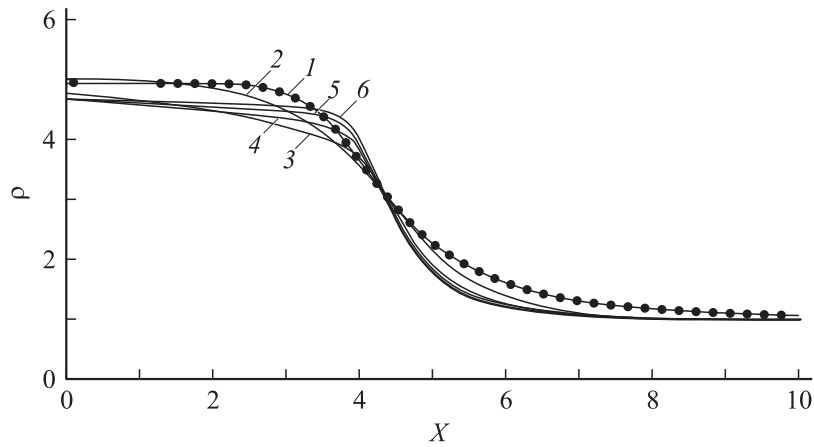
В расчетах использованы следующие значения определяющих задачу физических констант:

$$\rho_g = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 0.029 \text{ kg/mol}, \quad \eta_g = 1.81 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s},$$

$$k_g = 257 \cdot 10^{-4} \text{ W/m} \cdot \text{rad}, \quad C_{pg} = 1006 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}, \quad t_g = \frac{L}{\sqrt{\frac{P_g}{\rho_g}}} \text{ s},$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{P_g}{\rho_g}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta_g C_p}{k_g}, \quad \tau_{gg} = \frac{\tau_g}{t_g}.$$

Здесь  $\rho_g$  — плотность невозмущенной газовой фазы,  $P_g$  — давление в невозмущенном газе,  $\eta_g$  — вязкость газа,  $k_g$  — коэффициент теплопроводности в газе,  $C_{pg}$  — коэффициент удельной теплоемкости газа,  $\text{Pr}$  — число Прандтля,  $L$  — характерная длина, ввиду ее отсутствия в постановке задачи, определяется как  $L = \frac{\eta_g}{\rho_g U_0}$ , что дает число Рейнольдса  $\text{Re} = 1$ . При численном решении задачи в качестве характерных масштабов были выбраны параметры в невозмущенной газовой фазе. В расчетах принималось  $\text{Pr} = 0.75$ .



Профиль плотности в ударной волне при числе Маха  $M = 5$  в зависимости от величины константы релаксации среды  $\tau_{gg}$ .

Проведенные расчеты показывают, что влияние релаксационных эффектов приводит к изменению в характере поведения профилей температуры, плотности и практически не меняет характер поведения профиля давления.

Рисунок иллюстрирует степень влияния безразмерной эмпирической константы в газовой фазе  $\tau_{gg}$  на формирование профиля плотности  $\rho$  в ударной волне при числе Маха  $M = 5$ . Кривые приведены совмещенными по средней точке профиля для более наглядной иллюстрации процесса формирования ударной волны. Точками нанесено точное решение уравнений Навье–Стокса [1]. Кривая 1 соответствует отсутствию эффектов релаксации в среде —  $\tau_{gg} = 0$ . Видно, что при отсутствии в среде эффектов релаксации численное решение совпадает с точным. По мере усиления релаксационных процессов профиль ударной волны становится круче и в своей верхней части приобретает характерный изгиб, хорошо различимый на кривой 6 (кривые 2–6 соответствуют значениям  $\tau_{gg}$ : 2 — 0.2, 3 — 0.4, 4 — 0.6, 5 — 0.8, 6 — 1.0). Качественно причину такого изменения профиля ударной волны можно понять, принимая во внимание следующие соображения. Ширина профиля ударной волны прямо пропорциональна величине коэффициента вязкости. Уменьшение диссипативных эффектов приводит к увеличению крутизны

профиля ударной волны, а их увеличение — к уменьшению. Рассмотрим точку пространства, через которую проходит профиль ударной волны. Очевидно, что сначала по мере прохождения профиля ударной волны в этой точке во времени наблюдается увеличение  $|\frac{\partial T}{\partial x}|$ , а затем — уменьшение. Принимая во внимание, что  $\frac{\partial T}{\partial x} < 0$  и уравнение  $q = -\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\tau_g}{t_g} \frac{\partial q}{\partial t}$ , получаем, что на начальном этапе происходит ослабление теплового потока, а на конечном — усиление. Эффект усиливается при увеличении коэффициента релаксации  $\frac{\tau_g}{t_g}$ . Таким образом, приходим к выводу, что при наличии релаксационных эффектов профиль ударной волны должен иметь два характерных участка: начальный участок большей крутизны, нежели профиль, даваемый решением [1], и более пологий участок.

Работа выполнена в рамках научной школы НШ-2496.2008.8 и при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-08-00414.

## Список литературы

- [1] *Becker R.* // *Zeitchr. fur Phys.* 1921–1922. Bd. 8. S. 321–322.
- [2] *Лыков А.В.* Теплообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978.
- [3] *Котляр Я.М., Совершенный В.Д., Стриженов Д.С.* Методы и задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1987. 311 с.
- [4] *Войнович П.А., Жмакин А.И., Киселев А.С., Панасенко А.В., Фурсенко А.А.* О расчете распространения профилированных ударных волн. Препринт № 1426. Л.: ФТИ им. А.Ф. Иоффе АН СССР, 1990. 49 с.