03;10

О размножении убегающих электронов в нейтральном газе в сильном поле

© Л.Д. Цендин

Санкт-Петербургский государственный Политехнический университет
E-mail: tsendin@edu.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 23 июня 2009 г.

Получены простые аналитические выражения для времени размножения убегающих электронов в поле, напряженность которого превышает максимум силы торможения. С ростом поля время размножения сперва убывает, а затем быстро (экспоненциально) растет, так что в достаточно сильных полях размножение практически выключается.

PACS: 52.25.Dg, 52.25.Im

Практически сразу же после открытия Драйсером [1] и Гуревичем [2] явления убегания электронов в плазме, находящейся в электрическом поле, стало ясно, что это явление имеет место и в нейтральном газе. Действительно, как рассеяние, так и торможение [3,4] быстрого электрона в нейтральном газе определяются рассеянием на малые углы и с минимальной потерей энергии. Поле, в котором движется быстрый электрон, так же, как и поле в полностью ионизованной плазме, грубо говоря, является кулоновским. Соответствующие выражения для силы торможения F в нейтральном газе отличаются от случая полностью ионизованной плазмы лишь видом логарифмического множителя, который и в той, и в другой ситуации малочувствителен к параметрам задачи и обычно велик.

Основная же специфика убегания в газе, состоящем из нейтральных молекул, состоит в том, что торможение быстрых электронов обусловлено в основном потерей энергии на ионизацию нейтралей. В силу специфики кулоновских столкновений, при этом возникают в основном медленные электроны. С течением же времени эти медленные электроны ускоряются полем и сами могут стать убегающими. Поэтому в отличие от полностью ионизованной плазмы число убегающих электронов в нейтральном газе нельзя считать фиксированным; оно может неограниченно возрастать со временем. Другими словами, возможен экспоненциальный рост электронной концентрации, характерный для пробоя газового промежутка на убегающих электронах [5]. Механизм пробоя, рассмотренный в [5], имеет место при сравнительно малых полях, но может реализоваться лишь в достаточно длинных промежутках, превышающих (при атмосферном давлении) десятки метров. Вторым условием его реализации является наличие релятивистских затравочных электронов. В лабораторных же условиях [6,7], в которых разрядные промежутки гораздо короче, а релятивистские электроны обычно отсутствуют, используются намного более сильные поля, сравнимые с $F_{\max}/e$. При этом в экспоненциальном размножении могут участвовать практически все электроны, а скорость роста их концентрации намного превышает исследованную в [5]. Эта ситуация рассматривалась в [8]. Рассмотрим физический механизм этого явления на простейшем примере. Пренебрегая рассеянием (для быстрых электронов в водороде, а также, возможно, в гелии, это является не слишком грубым приближением [3,4]), запишем кинетическое уравнение для убегающих электронов в виде

$$\frac{\partial f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)}{\partial t} + (\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla})f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) + (\mathbf{a}\boldsymbol{\nabla}_v)f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = \delta(v)\int\limits_0^\infty f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\phi(v')dv', \tag{1.1}$$

где

$$\mathbf{a}(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = e\mathbf{E}\big((\mathbf{r},t)\big)/m - \mathbf{F}(v)/m > 0 \tag{1.2}$$

— ускорение быстрого электрона, $F(v)$ — испытываемая им сила торможения. С ростом скорости сила торможения асимптотически стремится к известному выражению Бете–Блоха

$$F(v) = \frac{2\pi NZe^4\Lambda}{w}; \tag{1.3}$$

$$\Lambda = \ln\left(\frac{W}{I}\right). \tag{1.3}$$

Здесь N — концентрация атомов, Z — заряд их ядер, $w = mv^2/2$ — энергия быстрого электрона. Для средней энергии ионизации обычно принимают значение $I \approx 10Z\,\text{eV}$. Зависимость (1.3) имеет место лишь начиная с достаточно высоких энергий; даже для водорода вплоть до $w \approx 300\,\text{eV} \gg I$ сила торможения значительно отличается от (1.3) и близка к постоянной $F_{\max}$. Рассмотрим поля, напряженность которых превышает $F_{\max}/e$. Такие поля используются в сильноточной электронике [6,7]. Кинетический анализ убегающих электронов выполнялся, как правило, численно [9,10]. Между тем для сравнительно простой, но реалистической модели можно получить асимптотическое соотношение, которое может оказаться полезным. Для скорости ионизации $\phi(v)$ примем простое выражение:

$$\phi(v) = \frac{F(v)v}{\varepsilon_0}, \tag{1.4}$$

где ε_0 — цена ионизации, которую обычно принимают постоянной порядка удвоенной энергии ионизации. Функция $\phi(v)$ сперва растет со скоростью, достигает максимального значения

$$\phi_{\max} \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0}\,(4\pi NZ\Lambda F_0/m)^{1/2}, \tag{1.5}$$

а затем ведет себя как

$$\phi(v) = \frac{4\pi NZe^4\Lambda}{mv\varepsilon_0}. \tag{1.6}$$

Так как в результате ионизации появляются медленные электроны, то правая часть уравнения (1.1) почти всюду равна нулю. Поэтому значения $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ постоянны вдоль кривых, удовлетворяющих системе уравнений

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t),$$
$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}. \tag{1.7}$$

Эти кривые аналогичны характеристикам в газодинамике.

Ограничимся для простоты одномерным случаем движения в однородном стационарном поле. Тогда ускорение (1.2) зависит только от скорости, так что уравнение (1.1) можно проинтегрировать по всему пространству:

$$\frac{\partial n(t,v)}{\partial t} + a(v)\,\frac{\partial n(t,v)}{\partial v} = \delta(v)\int\limits_0^\infty n\big(t_0(t,v),v'\big)\phi(v')dv'. \qquad (1.8)$$

Характеристики уравнения (1.8) в плоскости (v,t), вдоль которых постоянны значения $n(t,v)$, определяются первым из уравнений (1.7). Их можно нумеровать по значению $t_0(t,v)$ — по моменту рождения электрона, который к моменту t достигает скорости v:

$$v\big(t_0(t,v)\big) = 0. \qquad (1.9)$$

При этом скорость $v(t_0,t)$ является функцией от момента старта и от момента наблюдения. Если

$$eE \gg F_0, \qquad (1.10)$$

то эти кривые являются прямыми.

Уравнение (1.8) для процесса, инициированного одним медленным электроном, возникающим при $t=0$, сводится к интегральному:

$$n(t_0) = \delta(t_0) + \int\limits_0^{t_0} n(z)\phi\big(v(t_0,z)\big)dz. \qquad (1.11)$$

Для случая (1.10) вместо (1.11) имеем

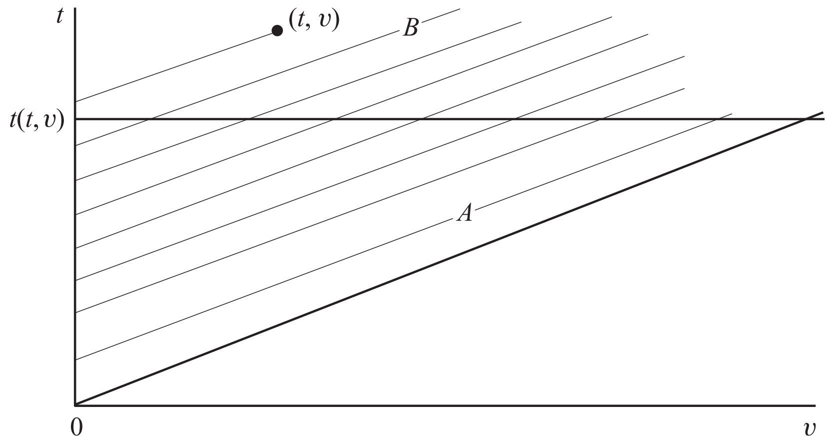
$$n(t_0) = \delta(t_0) + \int_0^{t_0} n(t_0-\tau)\phi(\tau)d\tau, \qquad (1.12)$$

где $\tau = mv/(eE)$. Решение этого уравнения с помощью преобразования Лапласа есть

$$n(t_0) = \int\limits_{y-i\infty}^{y+i\infty} \frac{e^{pt_0}dp}{1-\phi(p)}, \qquad (1.13)$$

где $\phi(p)$ — лапласов образ функции $\phi(\tau)$. Вблизи характеристики $t_0=0$, соответствующей первичному электрону (в области A на рисунке), имеем

$$n(t_0) = \delta(t_0) + \phi(t_0), \qquad (1.14)$$



Характеристики уравнения (1.8) на плоскости (v, t).

что соответствует, очевидно, первичному быстрому электрону и электронам первого поколения. Вдали же от этой характеристики (в области B) асимптотика решения (1.13) определяется первым вычетом подынтегрального выражения и пропорциональна

$$\exp\left(p_0 t_0(t, v)\right),$$

где p_0 — вещественный корень уравнения

$$\phi(p_0) = \int_0^\infty e^{-p_0 t_0}\phi(t_0)dt_0 = 1. \tag{1.15}$$

Физический смысл этого совершенно прозрачен — за время $1/p_0$ электрон, стартовавший с малой энергией, ускоряясь, рождает еще один медленный электрон. Время размножения $1/p_0$ растет с ростом поля. Так как зависимость $\phi(v)$ при небольших значениях скорости близка к линейной, (1.4), то при умеренных значениях поля

$$eE/m < 4\pi NZe^4\Lambda \tag{1.16}$$

имеем

$$\frac{1}{p_0} \approx -\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{eEF_0}}. \tag{1.17}$$

Если же поле удовлетворяет неравенству, обратному (1.16), то уравнение для p_0 имеет вид

$$\frac{4\pi NZe^3\Lambda}{E\varepsilon_0}\int\limits_{\left(\frac{mv_0}{eE}\right)}^{\infty} e^{-p_0t_0}dt_0/t_0 = 1, \tag{1.18}$$

где

$$v_0 \approx \sqrt{4\pi NZe^4\Lambda/(mF_0)} \tag{1.19}$$

— скорость, соответствующая смене режима торможения. При этом время размножения растет с напряженностью поля экспоненциально:

$$p_0 \approx \frac{eE}{mv_0}\exp\left(-\frac{\varepsilon_0 E}{4\pi NZe^3\Lambda} - \gamma\right), \tag{1.20}$$

где $\gamma = 0.5772$ — постоянная Эйлера. Поэтому уже при значениях поля, не слишком превышающих критерий (1.16), размножение практически выключается.

Автор признателен А.В. Гуревичу за полезное обсуждение.

Работа поддержана РФФИ, проект № 09-02-01194а.

Список литературы

[1] *Dreicer H.* // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 232; ibid. 1060. V. 117. P. 329.
[2] *Гуревич А.В.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1296.
[3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974. С. 655.
[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика слошных сред. М.: Наука, 1982. С. 638.
[5] *Гуревич А.В., Зыбин К.П.* // УФН. 2001. Т. 171 (11). С. 1177.
[6] *Месяц Г.А., Королев Ю.Д.* Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991.
[7] *Babich L.P.* High-energy phenomena in electric descharges in dense gases: theory, experiment and natural phenomena. Arlimgton: Futurepast, 2003.
[8] *Никаноров Д.С.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. В. 12. С. 35.
[9] *Ткачев А.Н., Яковлев С.И.* // Письма ЖЭТФ. 2003. Т. 77. С. 264; Тарасенко В.Ф. и др. // Письма ЖЭТФ. 2003. Т. 78. С. 1223.
[10] *Tarasenko N.F., Yakovlenko S.I.* // Physica Scripta. 2003. V. 72. P. 41.