05;12

# Формирование кулоновских кластеров заряженными диамагнитными макрочастицами в неоднородном магнитном поле

© С.Ф. Савин, Л.Г. Дьячков, М.М. Васильев,
О.Ф. Петров, В.Е. Фортов

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
E-mail: dyachk@mail.ru

Поступило в Редакцию 16 июля 2009 г.

Теоретически и экспериментально подтверждена возможность удержания в состоянии левитации кулоновских кластеров, сформированных заряженными диамагнитными макрочастицами, в неоднородном магнитном поле. Описана экспериментальная установка, позволяющая формировать и удерживать в устойчивом состоянии кулоновские кластеры из заряженных частиц графита размером $100-300\,\mu$m в межполюсном пространстве электромагнита с магнитным полем $B \sim 10^4$ Gs и $|\nabla B| \sim 10^5$ Gs/cm.

PACS: 45.50.Jf, 85.70.Rp

Большой теоретический и практический интерес представляет изучение устойчивых классических (не квантовых) кулоновских систем — ансамблей частиц, несущих заряд одного знака и испытывающих взаимное кулоновское отталкивание [1]. В качестве физической модели сильно взаимодействующих кулоновских систем в последнее время часто рассматриваются пылевые структуры в газоразрядной плазме [2]. Но в этих структурах заряд пылевых частиц не постоянен, сильно зависит от локальных условий и частично экранирован в плазме разряда.

В данной работе обоснован метод изучения устойчивых систем заряженных макрочастиц, удерживаемых неоднородным стационарным магнитным полем. Используется известный метод, применявшийся неоднократно для демонстрации левитации различных диамагнитных тел, в том числе биологических, в неоднородном магнитном поле [3].

Описана экспериментальная установка для получения кулоновских кластеров из частиц графита размером $\sim 10^{-2}$ cm, левитирующих в неоднородном магнитном поле $B \sim 1$ T. Проводится анализ структуры и динамики частиц в наблюдаемых кластерах.

Согласно теореме Ирншоу [4], заряженное тело не может находиться в состоянии устойчивого равновесия в электростатическом поле. Это утверждение обобщается на парамагнитные и феррмагнитные тела в статическом магнитном поле. Такие тела втягиваются в область более сильного поля, но статических магнитных полей с локальными максимумами не существует. В тоже время диамагнитные тела выталкиваются в область с меньшим полем и легко создать поле, имеющее локальный минимум — „магнитную яму" [5].

В магнитном поле $\mathbf{B}$ на макрочастицу действует эффективная сила [4]

$$\mathbf{F} = (\chi m/2)\nabla(\mathbf{B}^2), \tag{1}$$

где $\chi$ — удельная магнитная восприимчивость вещества (для парамагнетиков $\chi > 0$, для диамагнетиков $\chi < 0$), $m$ — масса частицы. Приближенно можно считать, что частица находится во внешнем потенциальном поле

$$U(\mathbf{r}) = -(\chi m/2)\mathbf{B}^2(\mathbf{r}). \tag{2}$$

В области локального минимума магнитного поля обеспечивается устойчивая левитация диамагнитных тел, но в условиях гравитации можно использовать поля без локального минимума. В этом случае сила (1) будет уравновешиваться силой тяжести. При отсутствии токов в межполюсном пространстве стационарное магнитное поле является потенциальным, $\mathbf{B} = -\nabla\Phi$, где $\Phi(\mathbf{r})$ — некоторая функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа, $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$.

Пусть конфигурация магнитного поля такова, что плоскость $(x, z)$ является плоскостью симметрии, а плоскость $(y, z)$ — плоскостью симметрии с учетом инверсии полюсов. Тогда скалярный потенциал $\Phi(x, y, z)$ в предположении, что $\Phi(0, y, z) = 0$, с точностью до кубических членов разложения около некоторой точки $(0, 0, z_0)$ можно представить в виде

$$-\Phi(x, y, z) = ax + bx(z - z_0) + cx^3 + dxy^2 + fx(z - z_0)^2. \tag{3}$$

Его коэффициенты при кубичных членах в силу условия $\Delta\Phi = 0$ связаны соотношением

$$3c + d + f = 0. \tag{4}$$

Потенциал (2) силового поля (1) с точностью до квадратичных членов имеет вид:

$$U(x, y, z) = -\frac{\chi m}{2}\Big[a^2 + 2ab(z - z_0) + (b^2 + 6ac)x^2 + 2ady^2 + (b^2 + 2af)(z - z_0)^2\Big]. \tag{5}$$

Знак коэффициента $a = B_x(0, 0, z_0)$ определяется выбором положительного направления оси $x$. Если оно совпадает с направлением магнитного поля $\mathbf{B}$, то $a > 0$, и условия устойчивой левитации диамагнитной частицы в точке $(0, 0, z_0)$ принимают вид:

$$ab = -g/|\chi|, \qquad b < 0, \tag{6}$$

$$b^2 + 6ac > 0, \quad d > 0, \quad b^2 + 2af > 0, \tag{7}$$

где $g = 9.8\,\text{m/c}^2$ — ускорение силы тяжести. Уравнение (6) — это баланс магнитной (1) и гравитационной сил. Неравенства (7) определяют условия устойчивой левитации вдоль осей $x, y, z$ соответственно.

Если в зоне устойчивой левитации находится несколько одноименно заряженных частиц, силы кулоновского отталкивания между ними уравновешиваются силами (1). Состояние равновесия для частицы с зарядом $q$ в точке $(x, y, z)$ определяется уравнением

$$q\nabla\varphi(x, y, z) + \nabla U(x, y, z) + \mathbf{F}_g = 0, \tag{8}$$

где $\varphi$ — электростатический потенциал, создаваемый другими частицами; $\mathbf{F}_g$ — сила тяжести. При большом числе $N \gg 1$ монодисперсных частиц, несущих одинаковый заряд $q$, приближенно их можно рассматривать как квазиоднородную структуру в форме эллипсоида со средней плотностью заряда $qN/V$, где $V$ — объем структуры. Действительно, потенциал однородно заряженного эллипсоида выражается квадратичной функцией координат [6], как и (5). Из уравнения Пуассона и (8) следует, что средняя плотность частиц в структуре $n = N/V = -\Delta\varphi/4\pi q = \Delta U/4\pi q^2$. Подставляя сюда (5) и (4), получим

$$n = \frac{|\chi|m}{2\pi q^2}b^2. \tag{9}$$

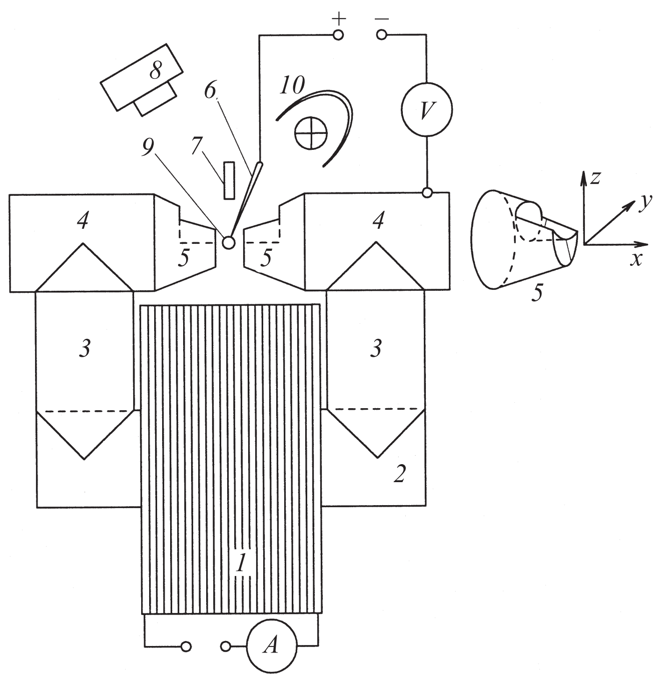


**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки: *1* — обмотка электромагнита, *2–4* — нижний, боковые и верхние магнитопроводы, *5* — полюсные наконечники — концентраторы магнитного потока, *6* — зонд для зарядки частиц, *7* — вброс частиц, *8* — ПЗС камера, *9* — область левитации, *10* — подсветка частиц.

На рис. 1 показана схема экспериментальной установки. Нижний, боковые и верхние магнитопроводы имеют форму цилиндров диаметром 40 mm. Верхние магнитопроводы сопряжены с усеченными конусами полюсных наконечников — концентраторами магнитного потока. В верхней части полюсных наконечников со стороны малых оснований усеченных конусов диаметром 20 mm сделаны цилиндрические проточки диаметром 20 mm, а верхние кромки торцевых поверхностей наконечников скруглены. Такая форма полюсных наконечников электромагнита способствует созданию конфигурации магнитного поля в межполюсном пространстве, которая обеспечивает устойчивую левитацию диамагнитных частиц. Эксперименты проводились в атмосфере воздуха при комнатной температуре, поэтому имелся простой доступ в межполюсное пространство для ввода частиц, их зарядки, подсветки и видеорегистрации. Зарядка левитирующих частиц производилась электрическим вольфрамовым зондом в виде иглы, вводимой в область левитации частиц. Между зондом и полюсами электромагнита подавалось напряжение до 45 V. Применялись частицы из графита, имеющего рекордное значение диамагнитной восприимчивости $\chi \approx -3.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm^3/g}$.

Опытным путем было определено, что при зазоре между полюсами 2 mm и токе в обмотке 1.6–2.4 A в зазоре несколько ниже верхних кромок полюсных наконечников устойчиво левитируют частицы графита диаметром от $10\,\mu$m до 1.5 mm. При токе 1.8 A объем области устойчивой левитации составлял $\sim 2\,\mathrm{mm^3}$. Увеличение тока приводило к выталкиванию частиц графита вверх, уменьшение — к их падению вниз. При увеличении зазора до $3-4$ mm для обеспечения условий левитации требовалось увеличить ток в обмотке до $3-5$ A. При этом устойчивость левитации уменьшалась, небольшие конвективные движения воздуха вызывали смещения частиц, и они выходили из области устойчивости.

Частицы графита, вводимые в область левитации, слипались и образовывали агрегаты диаметром до 1.5 mm. В зависимости от размеров частиц они содержали от трех–четырех до нескольких сотен частиц. При слабом воздействии на агрегат он совершал колебания в потенциальной яме, а при более интенсивном он покидал зону левитации.

Для зарядки частиц к левитирующему агрегату подводился до соприкосновения с ним зонд. Агрегаты, состоящие из частиц графита диаметром $30-70\,\mu$m, на отдельные частицы не распадались, но в результате отталкивания от зонда могли уйти из зоны левитации. Это можно объяснить тем, что силы аутогезии между мелкими близкорасположенными частицами графита превосходили силы кулоновского отталкивания. Эксперименты показали, что агрегаты распадаются на отдельные заряженные частицы, если размер частиц превышал $100\,\mu$m, а потенциал между зондом и полюсами электромагнита превышал 30 V. После распада агрегата некоторые частицы уходили из области левитации, а от одной до семи частиц оставались в ней и образовывали устойчивый кулоновский кластер (рис. 2).

Чтобы найти коэффициенты в разложении (3), использовалась следующая приближенная модель. Сечение полюсных наконечников

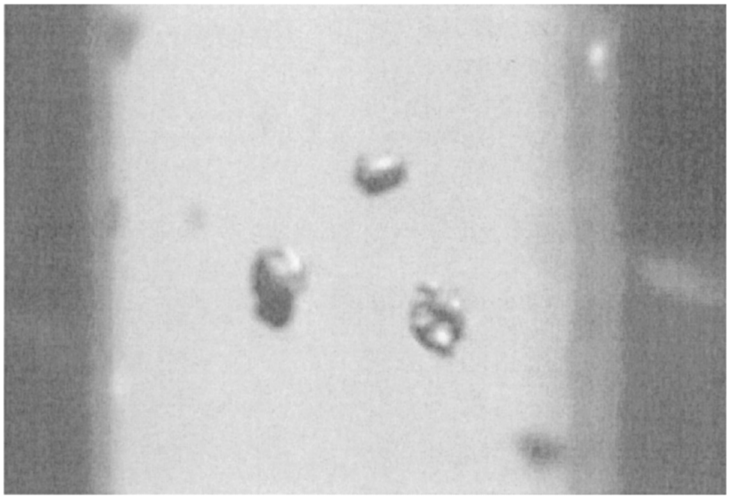

**Рис. 2.** Левитирующий кластер частиц графита. Зазор между наконечниками электромагнита 2 mm.

плоскостью $(x, z)$ показано на рис. 3, *a*. Начало отсчета оси $z$ выбрано на уровне верхней границы плоских торцевых вертикальных поверхностей полюсных наконечников, где начинается закругление их верхних кромок. Пусть зазор между наконечниками $2l$, а радиус закругления кромок $r$. При $z > 0$ силовые линии магнитного поля в плоскости $(x, z)$ аппроксимируем семейством круговых дуг, выходящих из и входящих в закругленные кромки под прямым углом. Радиус дуги, пересекающей ось $z$ при $z = \bar{z}$, равен $[\bar{z} + l(l + 2r)/\bar{z}]/2$, а координата ее центра $z = [\bar{z} - l(l + 2r)/\bar{z}]/2$. При $z \leqslant 0$ магнитное поле однородно, а его силовые линии становятся прямыми. Эквипотенциали описываются круговыми дугами радиуса $[l(l + 2r)/|\bar{x}| - |\bar{x}|]/2$ с центрами на оси $x$ в точках $x = [l(l + 2r)/|\bar{x}| + |\bar{x}|]/2$, где $\bar{x}$ — координата пересечения дуги с осью $x$. Силовые линии и эквипотенциали ортогональны друг другу.

В плоскостях, параллельных плоскости $(y, z)$, вблизи плоскости $(x, z)$ эквипотенциали полагаем круговыми дугами с центрами на оси цилиндрической проточки в полюсных наконечниках (рис. 3, *b*). Таким образом, эквипотенциальная поверхность (поверхность уровня)

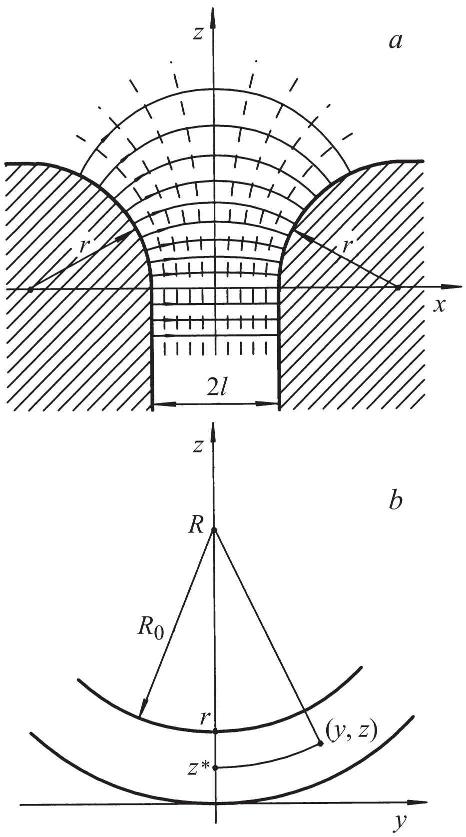


**Рис. 3.** Сечения зазора между полюсными наконечниками: $a$ — плоскостью $(x, z)$ и $b$ — плоскостью $x = \text{const} < l$. Силовые линии магнитного поля на рис. $a$ показаны тонкими сплошными линиями со стрелками, эквипотенциали — штриховыми.

для скалярного потенциала $\Phi(x, y, z)$ приближенно является частью внутренней поверхности тора с большим радиусом $R = R_0 + r$ и малым радиусом $r$, где $R_0$ — радиус цилиндрической проточки ($R_0 = 10\,\text{mm}$). Потенциал $\Phi$ на поверхности полюсных наконечников полагаем постоянной величиной $\mp\Phi_0 = \mp B_0 l$ (верхний знак соответствует значениям $x > 0$, нижний — $x < 0$), где $B_0 = B_x$ — магнитное поле в области его однородности ($z \leqslant R - \sqrt{R^2 - y^2}$). В рамках данной приближенной модели

$$\Phi(x, y, z) = \Phi(x, 0, z^*) = \Phi(\bar{x}, 0, 0) = -B_0\bar{x}, \tag{10}$$

где $z^* = R - \sqrt{y^2 + (R - z)^2}$ и

$$\bar{x} = \frac{1}{2x}\left\{l(l+2r) + x^2 + (z^*)^2 - \sqrt{[l(l+2r) + x^2 + (z^*)^2]^2 - 4l(l+2r)x^2}\right\}.$$

Действительно, переход от точки $(x, y, z)$ к $(x, 0, z^*)$ и далее к $(\bar{x}, 0, 0)$ происходит по эквипотенциалям. Раскладывая $\bar{x}$ в ряд по степеням $x$, $y$, $z - z_0$, где $z_0$ — некоторая, пока произвольная точка, и сравнивая (13) с (3), найдем коэффициенты $a$, $b$, $c$, $d$, $f$. В результате уравнение (6) принимает вид:

$$\frac{[l(l+2r) + z_0^2]^3}{l^2(l+2r)^2 z_0} = \frac{2|\chi|}{g} B_0^2, \tag{11}$$

первое и третье неравенства (7) обращаются соответственно в

$$z_0 < \sqrt{l(l+2r)[1 + l(l+2r)/R^2]} - l(l+2r)/R, \tag{12}$$

$$z_0 > \sqrt{l(l+2r)/5}, \tag{13}$$

а неравенства $b < 0$ и $d > 0$ выполняются всегда. Уравнение (11) имеет два решения относительно $z_0$ при

$$B_0^2 > \frac{2^2 3^3}{5^{5/2}} \frac{g}{|\chi|} \sqrt{l(l+2r)}, \tag{14}$$

но только одно из них удовлетворяет условию (13). Если $B_0^2$ равно правой части (14), корни уравнения (11) сливаются и становятся равными $\sqrt{l(l+2r)/5}$, при меньшем значении $B_0^2$ решение (11) отсутствует. В этих случаях левитация невозможна. Радиус закругления верхних кромок полюсных наконечников около 2 mm. Положение точки устойчивой левитации в зависимости от $B_0$ при $\chi = -3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm^3/g}$, $r = 2$ mm и трех значениях зазора $2l$ показано на рис. 4. Кривые обрываются на границе области устойчивости, определяемой неравенством (12). Для кластера из нескольких частиц точка $(0, 0, z_0)$ соответствует положению его центра масс. Значения $z_0$, даваемые расчетной моделью, соответствуют наблюдаемому положению частиц.

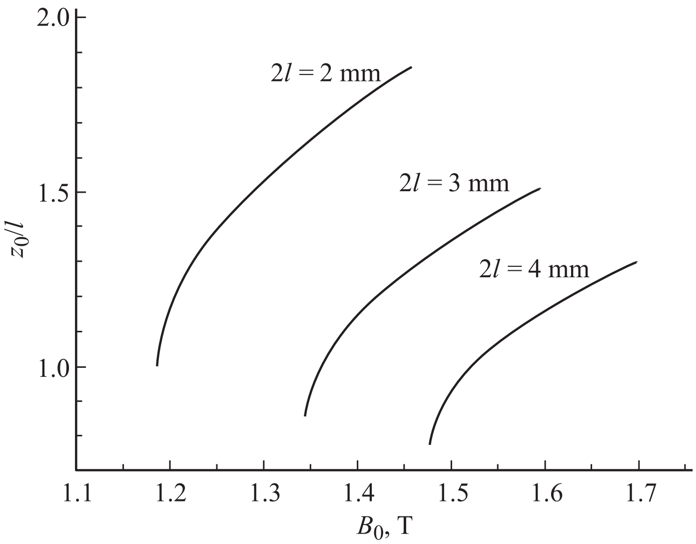


**Рис. 4.** Зависимость положения точки устойчивой левитации частиц $z_0$ от магнитного поля при $R_0 = 10$ mm, $r = 2$ mm и трех значениях зазора между полюсными наконечниками $2l = 2$, 3 и 4 mm.

Для оценки заряда $q$ на частицах в кластере применим выражение (9), хотя оно получено для большого кластера. Для частиц размером порядка $10^{-2}$ cm, подобных показанным на рис. 2, находим $q \sim 10^6$ элементарных зарядов. Оценка в противоположном предельном случае малого кластера из двух частиц приводит к такому же по порядку величины значению заряда. При скоростях движения частиц $\sim 1$ mm/s такой заряд соответствует параметру неидеальности в кластере $\Gamma \sim 10^2$. Заряд на частицах сохранялся в течение десятков минут.

В отличие от плазменно-пылевых кристаллов, предлагаемый метод позволяет формировать устойчивые пространственные структуры, состоящие из заряженных частиц, как в неионизованном газе, например в воздухе при нормальных условиях, так и в вакууме. Представляет интерес создание и изучение больших по размерам (объемом несколько десятков cm$^3$) устойчивых трехмерных структур — кулоновских кристаллов и кулоновских жидкостей, содержащих десятки тысяч частиц. Для решения этой задачи в наземных условиях необходимы электромагниты, создающие поля $B > 10\,\mathrm{T}$ с градиентами $\sim 10\,\mathrm{T/cm}$, а в условиях невесомости на борту космических аппаратов достаточны поля $B \sim 0.1\,\mathrm{T}$ с градиентами $\sim 0.1\,\mathrm{T/cm}$ [7], что технически несложно обеспечить.

Работа частично поддержана Программой фундаментальных исследований президиума РАН „Теплофизика и механика интенсивных импульсных воздействий“.

## Список литературы

[1] *Фортов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т.* Физика неидеальной плазмы. М.: Физматлит, 2004.
[2] *Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А.* и др. // УФН. 2004. Т. 174. № 5. С. 495–544.
[3] *Geim A.* // Phys. Today. 1998. V. 51. N 9. P. 36–39.
[4] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1966.
[5] *Кадомцев Б.Б.* Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976.
[6] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1976.
[7] *Савин С.Ф., Марков А.В., Петров О.Ф., Фортов В.Е.* // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2004. № 6. С. 55–58.